

基于长椭球面波函数去卷积方法的高动态范围太阳射电成像*

张荣玉^{1,2} 阎敬业¹ 武林¹ 吴季^{1,2}

1(中国科学院国家空间科学中心 北京 100190)

2(中国科学院大学 北京 100049)

摘要 利用综合孔径射电望远镜对太阳进行观测时,通过对图像中存在的明亮扩展源进行准确建模并移除,可以更好地观测视场内的微弱源并提高图像的动态范围。在射电天文领域,主要利用 CLEAN 算法对图像中的明亮源进行移除,以显示微弱的背景。然而,使用图像像素作为基函数的 CLEAN 算法的固有限制导致其对扩展源的建模效果较差。为了克服这种限制,将基于长椭球面波函数(Prolate Spheroidal Wave Functions, PSWF)的去卷积方法应用于太阳射电成像。PSWF 最优正交基由脏图中的感兴趣区域(Region of Interest, ROI)和 UV 覆盖共同决定。为了验证该方法的有效性,基于 PSWF 正交基对均匀圆环阵观测的太阳射电图像进行去卷积,并从动态范围和保真度两个方面量化对比了 CLEAN 算法和基于 PSWF 正交基方法的性能。基于 PSWF 正交基去卷积方法剩余脏图中的微弱源更接近真实情况且动态范围更高。

关键词 太阳射电成像, 扩展源, 去卷积, 正交基, 长椭球面波函数, 动态范围

中图分类号 P164

High Dynamic Range Solar Radio Imaging Based on Deconvolution Using Prolate Spheroidal Wave Functions

ZHANG Rongyu^{1,2} YAN Jingye¹ WU Lin¹ WU Ji^{1,2}

1(National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

2(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract When the synthetic aperture radio telescope is used to observe the Sun, faint sources can be revealed by accurately removing the bright extended sources. Moreover, high dynamic range imaging can

* 国家专项任务(Y91 GJC01)和中国科学院前沿科学重点研究项目(QYZDY-SSW-JSC014)共同资助

2021-11-25 收到原稿, 2022-06-01 收到修定稿

E-mail: 18366138283@163.com

©The Author(s) 2023. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

be achieved. The inherent limitations of using image pixels as basis functions in the CLEAN algorithm commonly used in radio astronomy lead to poor results for modeling extended sources. In this paper, a deconvolution method based on Prolate Spheroidal Wave Functions (PSWF) is applied to solar radio imaging to overcome the limitations of the CLEAN algorithm. The optimal PSWF orthogonal basis is determined by the Region of Interest (ROI) in dirty images and UV coverage of the interferometric array. The PSWF orthogonal basis is applied to the deconvolution of the solar radio images observed by the uniform circular array to confirm its efficiency. Moreover, the performance of the CLEAN algorithm and the method using PSWF were quantitatively compared from two aspects including dynamic range and fidelity. The faint sources in the residual dirty images produced by deconvolution using PSWF orthogonal basis are closer to the true model. A higher dynamic range imaging can also be obtained by using PSWF.

Key words Solar radio imaging, Extended source, Deconvolution, Orthonormal basis, Prolate spheroidal wave functions, Dynamic range

0 引言

由综合孔径成像原理可知,干涉仪相关输出的可见度函数与目标源亮温分布存在傅里叶变换关系。干涉阵中天线的不同间距形成不同基线并对目标源空间频率域上的可见度函数进行采样,利用可见度采样值进行逆傅里叶变换可以反演目标源的亮温分布^[1]。但干涉阵列中阵列单元的数目是有限的,导致只能在有限的基线(UV 采样点)上对可见度函数进行采样。利用有限可见度测量值进行逆傅里叶变换所得反演结果称为脏图,由于缺少很多可见度测量值,脏图与真实目标源存在区别,因此需要对脏图进行去卷积,以获得符合科研需求的观测数据。

利用综合孔径射电望远镜对太阳进行观测时,观测视场内会出现同时存在明亮源和微弱源的情况。综合孔径阵列的有限 UV 分布会导致综合波束出现旁瓣,明亮源的旁瓣会进一步“污染甚至淹没”视场中的微弱源,限制成像的动态范围。为了提高重建图像的动态范围,更好地观测微弱源,需要对明亮源进行建模,并从脏图中完全移除(去卷积)^[2]。以最小误差对明亮源进行建模和移除,可以使得剩余脏图中微弱源的亮温分布更接近真实情况。

在射电天文领域, CLEAN 算法^[3]是一种常用的去卷积算法。然而, CLEAN 算法以图像像素(洁化分量)作为基函数对明亮源进行建模会存在一些固有限制。其一,存在点状源偏离像素网格中心的现象^[4]。

该现象导致的误差可以通过移动像素网格来最小化,因此不会在去卷积中引起真正的问题。其二,存在多个点源相隔很近以至于无法分辨的情况(扩展源),扩展源可以被与其可见度函数分布几乎相等的洁化分量进行表示。但由于干涉阵的有限分辨率使得对这些洁化分量强度和位置的估计存在下限,所以洁化分量对扩展源建模的准确性受限^[5]。综上, CLEAN 算法对图像中的点状明亮源具有较好的去卷积效果,但对明亮扩展源的去卷积效果较差^[4-6]。基于图像像素的去卷积算法都会存在这一限制,因此需要寻找其他解决方法。

利用一组跨越整个图像的正交基对扩展源进行建模,可以克服 CLEAN 算法的固有限制^[5]。Refregier^[7]提出了一种图像分析的新方法,即将光学图像中的目标分解为一系列不同形状的 shapelet 正交基。Chang 等^[8]进一步将 shapelet 基函数应用于干涉测量的图像重建,利用 shapelet 基函数对 UV 平面上的可见度函数进行线性拟合,以代替洁化分量对扩展源进行准确建模。然而, shapelet 正交基中基函数的最佳数量和尺度^[2,8]无法被准确地给出,需要用户根据经验不断进行微调。Yatawatta^[2]将长椭球面波函数(Prolate Spheroidal Wave Functions, PSWF)^[9-12]用于射电天文图像的去卷积,解决了上述最佳基函数问题。

本文将基于 PSWF 的去卷积方法应用于太阳射电成像。PSWF 最优正交基由脏图中明亮扩展源的

感兴趣区域(Region of Interest, ROI)和干涉阵列的UV覆盖共同决定^[2]。太阳射电图像中的ROI区域由明亮扩展源的几何结构和太阳圆盘亮温分布决定,而不再是底噪^[2]。之后,基于所得的PSWF最优正交基对太阳射电观测图像中的明亮扩展源进行准确建模并移除,以更好地观测视场内的微弱源。为了验证该方法的有效性,利用数值模拟源和日本野边山日像仪(NoRH)^[13]的观测数据进行去卷积仿真实验。给出了采用均匀圆环阵时基于PSWF正交基的去卷积过程,并从动态范围和对微弱源的恢复能力两个方面量化比较了CLEAN算法和基于PSWF正交基方法对太阳射电图像的去卷积性能。

1 基于任意正交基的去卷积方法

利用综合孔径技术对太阳进行射电成像时,需要利用综合孔径望远镜(干涉阵列)对目标源傅里叶分量进行测量。设干涉阵列的UV覆盖中共有 N_a 个采样点,其中 $V(u_p, v_p)$ 代表 (u_p, v_p) 采样点处的可见度测量值。利用 N_a 个可见度测量值进行逆傅里叶变换可以得到脏图。设脏图共有 $N = N_x \times N_y$ 个像素点,其中 $D(l_q, m_q)$ 代表脏图 (l_q, m_q) 处的像素值。 $V(u_p, v_p)$ 和 $D(l_q, m_q)$ 两者之间的傅里叶变换关系如下^[2]:

$$D(l_q, m_q) = \sum_{p=0}^{N_a-1} V(u_p, v_p) e^{j2\pi(l_q u_p + m_q v_p)}, \quad q \in [0, N-1]; \quad (1)$$

$$V(u_p, v_p) = \sum_{q=0}^{N-1} D(l_q, m_q) e^{-j2\pi(l_q u_p + m_q v_p)}, \quad p \in [0, N_a-1]. \quad (2)$$

式(1)和式(2)用矢量可表示为^[2]

$$\mathbf{V} = \mathbf{T}\mathbf{D}, \mathbf{D} = \mathbf{T}^H \mathbf{V}, \quad (3)$$

$$\mathbf{D} \triangleq [D(l_0, m_0), \dots, D(l_{N-1}, m_{N-1})]^T, \quad (4)$$

$$\mathbf{V} \triangleq [V(u_0, v_0), \dots, V(u_{N_a-1}, v_{N_a-1})]^T. \quad (5)$$

其中,矩阵 $\mathbf{T}$ 的维度为 $N_a \times N$,矩阵中第 p 行 q 列的元素值为 $e^{-j2\pi(l_q u_p + m_q v_p)}$ 。上标 T 表示转置,上标 H 表示共轭转置。

当观测视场同时存在明亮源和微弱源时,为了提高成像的动态范围以及更好的观测微弱源,需要以最小误差将脏图中的明亮源进行去卷积。此类问题的

常用解决方法为CLEAN算法。在CLEAN算法的迭代过程中,不断寻找区域中最大的强度绝对值 $|I_0|$,并从脏图中减去,以最强点所在位置为中心的缩放脏波束对明亮源进行建模和移除,最终得到剩余脏图。所减脏波束的峰值为 γI_0 ,其中 γ 为环路增益。上述迭代过程中,所移除分量的位置和幅度构成洁化分量。然而,由于干涉阵列的有限单元数目只能对UV平面的部分可见度函数进行测量,导致洁化分量强度和位置的估计存在下限。因此,洁化分量对明亮扩展源的建模准确度较差。使用一组正交基代替洁化分量对脏图中的明亮扩展源进行准确建模,可以克服洁化分量的固有限制。利用 M 个任意正交基函数 $\mathbf{P}$ (维度 $N \times M$)对脏图 $\mathbf{D}$ (维度 $N \times 1$)中明亮扩展源进行建模和移除的具体步骤如下^[2,14,15]。

步骤1 利用基函数 $\mathbf{P}$ 对脏图 $\mathbf{D}$ 进行分解,得到模型系数 $\hat{\mathbf{m}}$ (维度 $M \times 1$)

$$\mathbf{P}\mathbf{m} = \mathbf{D}, \hat{\mathbf{m}} = \mathbf{P}^\dagger \mathbf{D}. \quad (6)$$

其中, $\mathbf{P}$ 中每一列代表一个基函数,基函数的尺寸为 $N \times 1$,跨越整个图像。 $\mathbf{P}^\dagger$ 代表矩阵 $\mathbf{P}$ 的伪逆。

步骤2 计算 $\mathbf{P}$ 在可见度域的等效基函数 $\mathbf{TP}$ ($N_a \times M$),并从可见度测量值 $\mathbf{z}$ ($N_a \times 1$)中减去模型

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{z} - (\mathbf{TP})\hat{\mathbf{m}}. \quad (7)$$

步骤3 利用可见度域的 $\tilde{\mathbf{r}}$ 计算空间域的剩余脏图,有

$$\mathbf{r} = \mathbf{T}^H \tilde{\mathbf{r}}. \quad (8)$$

2 长椭球面波函数

以上给出了基于一组任意正交基对脏图中的明亮扩展源进行去卷积的方法。为了实现以最小误差表示明亮扩展源,基函数的选择原则为最大化ROI内的能量^[16]。ROI由脏图中明亮扩展源的几何结构和底噪所决定^[17]。假设ROI中像素点的个数为 N_b ($N_b < N$),则最大化ROI内能量的选择原则可以表示为^[2]

$$\lambda = \frac{\sum_{(l,m) \in \text{ROI}} |p(l,m)|^2}{\sum_{(l,m)} |p(l,m)|^2}. \quad (9)$$

其中, $p(l,m)$ 为待求解的基函数,将式(9)矢量化可以表示为^[2]

$$\lambda = \frac{\|\mathbf{I}_b^T \mathbf{p}\|^2}{\|\mathbf{p}\|^2}. \quad (10)$$

其中, λ 代表 ROI 内能量和图像总能量的比值, λ 越小较多的能量聚集在 ROI 之外, 表明 ROI 外的旁瓣和伪影越高^[2,9]。 $\mathbf{I}_b^T$ 维度为 $N_b \times N$, $\mathbf{p}$ 维度为 $N \times 1$, $\mathbf{I}_b^T$ 实现从脏图的所有像素点中选出 ROI 对应的像素点。式(10)中求解 $p(l, m)$ 的问题是 PSWF 理论的二维拓展^[11,16], 一维 PSWF 理论由 Slepian 等^[9,10] 进行研究。求解 λ 和 $\mathbf{p}$ 的完整理论推导过程可以参考文献^[2,16], $\mathbf{p}$ 即为所求的 PSWF 最优正交基, 本文主要给出 PSWF 最优正交基的创建步骤。

根据脏图中 ROI 和干涉阵列的 UV 覆盖, PSWF 最优正交基的创建过程如下^[2]。

(1) 根据脏图中给定的 ROI 和 UV 采样构建内核 (维度 $N_b \times N_b$), 有

$$\mathbf{K} = \mathbf{I}_b^T \mathbf{T}^H (\mathbf{T} \mathbf{T}^H)^\dagger \mathbf{T} \mathbf{I}_b. \quad (11)$$

其中, $\mathbf{I}_b^T \mathbf{T}^H$ 为从矩阵 $\mathbf{T}^H$ 中选择与 ROI 像素点所对应的行, $\mathbf{T} \mathbf{I}_b$ 为从矩阵 $\mathbf{T}$ 中选择与 ROI 像素点所对应的列。

(2) 对矩阵 $\mathbf{K}$ 进行特征分解, 第 i 个特征值以及对应的特征向量表示为 $\lambda_i, \boldsymbol{\eta}_i$, 则第 i 个基函数可以表示为

$$\mathbf{p}_i = \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{T}^H (\mathbf{T} \mathbf{T}^H)^\dagger \mathbf{T} \mathbf{I}_b \boldsymbol{\eta}_i. \quad (12)$$

M 个 $\mathbf{p}_i$ 组成式(6)中的矩阵 $\mathbf{P} \triangleq [\mathbf{p}_0, \dots, \mathbf{p}_{M-1}]$, 将所得 PSWF 基函数带入式(7), 最终实现对脏图中明亮扩展源的准确建模和移除。

3 仿真实验

仿真实验中采用的干涉阵列为 81 单元均匀圆环阵, 阵列口径为 1000 m, 观测频段设置为 300 MHz。81 单元均匀圆环阵在 300 MHz 的瞬时 UV 覆盖如图 1(a)所示。除去 80 个冗余零基线, 图中共有 6481 个 UV 采样点。

根据 81 单元均匀圆环阵的 UV 采样点进行网格划分如图 1(b)所示, 并采用 DFT 算法^[18] 反演脏图。考虑采样网格 $\Delta \mathbf{s}$ 的基础上, 基于式(3)~(5)给出可见度采样值 $\mathbf{V}$ 和脏图 $\mathbf{D}$ 两者之间的傅里叶变换关系为

$$\mathbf{V} = \mathbf{T}(\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}), \quad (13)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{T}^H(\Delta \mathbf{s} \cdot \mathbf{V}). \quad (14)$$

其中, $(\cdot)$ 表示矩阵的点乘运算, $\mathbf{C}$ 为脏图中代表像素的矩形网格的面积, 为一个常数值, $\Delta \mathbf{s} \triangleq [\Delta s(u_0, v_0), \dots, \Delta s(u_{N_a-1}, v_{N_a-1})]^T$, $\mathbf{V}$ 和 $\mathbf{D}$ 的表达式见公式(3)~(5)。根据式(13)和式(14)可得去卷积过程中的 $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{z} - \mathbf{T}(\mathbf{C} \cdot \mathbf{P}) \hat{\mathbf{m}}$, 剩余脏图 $\mathbf{r} = \mathbf{T}^H(\Delta \mathbf{s} \cdot \tilde{\mathbf{r}})$, 而 PSWF 正交基创建过程中的 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{P}$ 保持不变, 与式(11)和式(12)一致。

第一个仿真实验中输入的模型图像由数值模拟产生, 如图 2(a)所示。数值模拟具体表现为太阳圆盘上同时包含明亮高斯源、微弱矩形源和微弱高斯源, 其中明亮源的最高亮温设置为 $1.24 \times 10^8 \text{ K}$ ^[19,20], 太阳圆盘亮温设置为 $7.62 \times 10^5 \text{ K}$ ^[19,20], 微弱源的亮温略高于太阳圆盘的亮温。模型图像共有 $6241 = 79 \times 79$ 个像素点, 视场范围为 $[-0.375^\circ, 0.375^\circ]$ 。为了同时显示

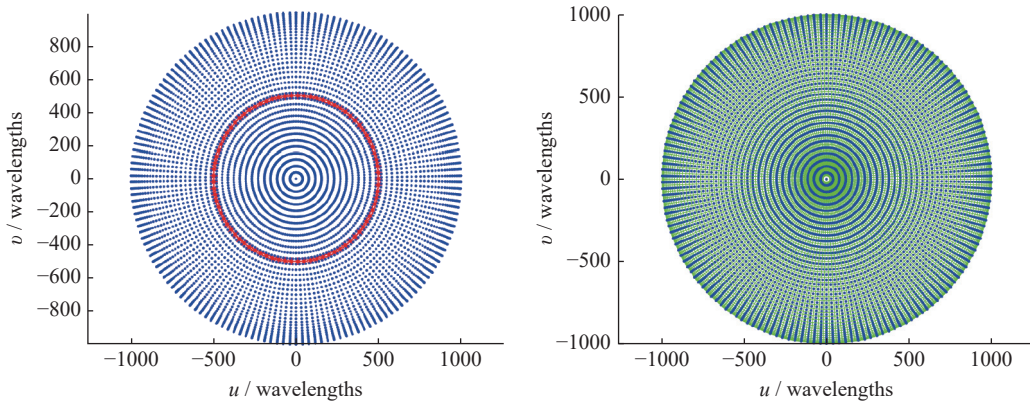


图 1 81 单元均匀圆环阵阵列排布 (红色点) 和瞬时 UV 覆盖 (蓝色点) (a) 以及采样网格划分 (b)

Fig. 1 Configuration (red dots), snapshot UV coverage (blue dots) (a) and sampling grids of 81-element uniform circular array (b)

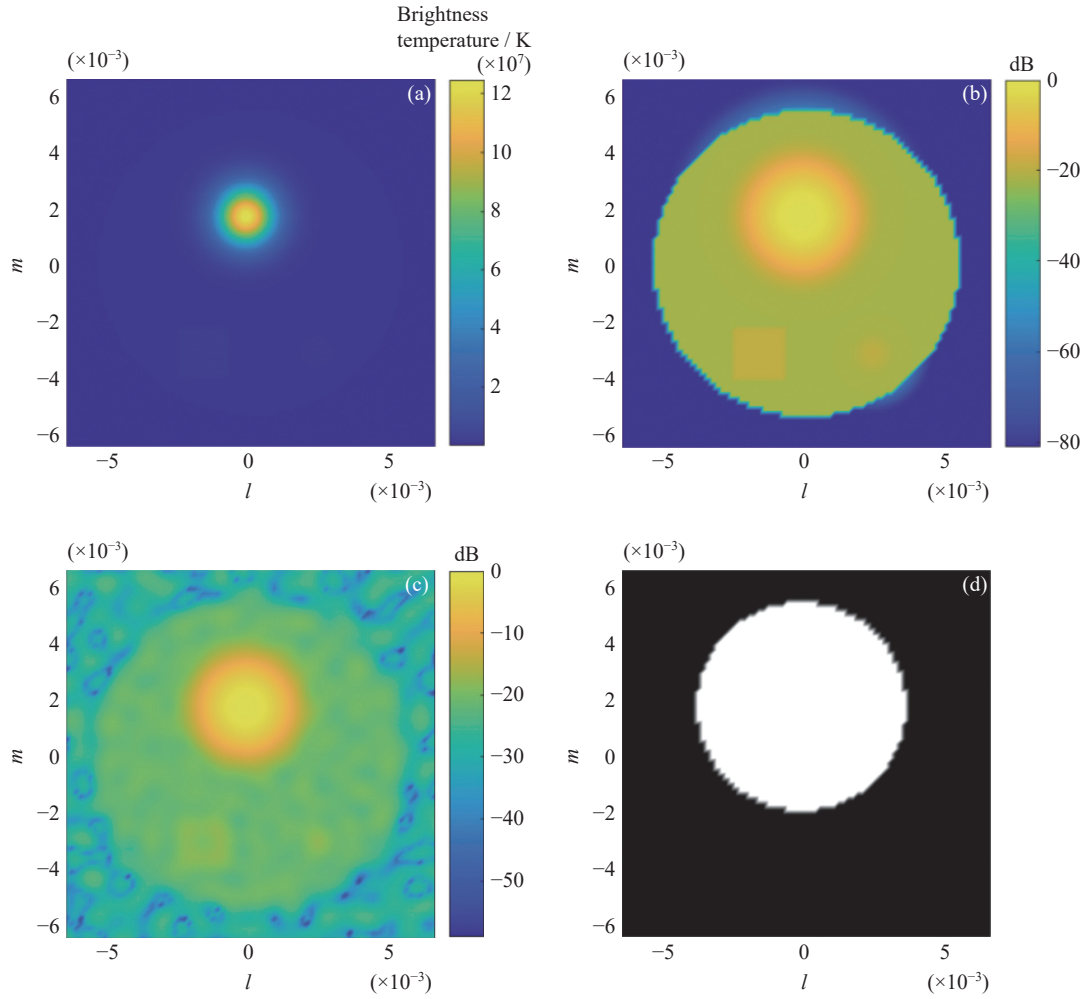


图 2 基于数值模拟源的干涉成像实验。(a) 基于数值模拟的模型图像, (b) 模型图像 (a) 的 dB 形式, (c) 可见度函数添加不相关噪声之后的反演脏图, (d) 感兴趣区域

Fig. 2 Synthesis imaging simulation using a simulated source. (a) Model image using a simulated source, (b) model image shown in dB, (c) dirty image retrieved by visibilities adding uncorrelated noise, (d) Region of Interest (ROI)

明亮源和微弱源的亮温分布情况,模型图像采用 dB 形式如图 2(b)所示。利用干涉阵列测量模型图像其傅里叶域的可见度函数,并在每个可见度测量值上添加不相关的复圆高斯噪声^[8]。复圆高斯噪声满足均值为 0,方差为最大可见度函数幅值的 5%。添加噪声之后的可见度数据利用 DFT 算法反演的结果如图 2(c)所示,可以看出脏图中微弱源被明亮源的旁瓣污染导致几乎分辨不出来。脏图的 ROI 由明亮高斯源的几何结构和太阳圆盘亮温共同决定。由图 2(c)可知明亮源的几何结构为圆对称结构,其中明亮源亮温最大值所处的位置 $(l, m) = (1.68 \times 10^{-4}, 1.68 \times 10^{-3})$ 为圆对称 ROI 的圆心。明亮源亮温由最

大值 1.25×10^8 K 逐渐降低且稳定趋于太阳圆盘亮温平坦区域的 rms 值 1.056×10^6 K 时,所跨的距离 0.0037 作为圆对称 ROI 的半径。最终的 ROI 如图 2(d)所示,ROI 中共包含 1565 个像素点。

根据式(11),由 ROI 和 UV 覆盖创建内核矩阵 $\mathbf{K}$ 。进一步对矩阵 $\mathbf{K}$ 进行特征分解,特征值分布如图 3 所示。根据式(12),利用分解得到的特征向量和特征值构造一组 PSWF 基函数,并选取前 260 个基函数构成正交基 $\mathbf{P}$,即 $M = 260$ 。之后利用 $\mathbf{P}$ 对如图 2(c)所示的脏图进行分解,得到模型系数 $\hat{\mathbf{m}}$ 。最终,利用可见度域的等效基函数 $\mathbf{T}(\mathbf{C} \cdot \mathbf{P})$ 对明亮扩展源进行建模并移除。需要注意的是,对明亮源进行建

模时采用的是高于太阳圆盘亮温以上的像素值^[14]。移除脏图中的明亮高斯源之后, 剩余脏图如图 4(a)所示, 可以看出 ROI 之外的微弱源被较好的恢复出来。为了对比, 同时给出 CLEAN 算法在 $\gamma = 0.1$ 时迭代 1461 次的结果如图 4(b)所示。利用洁化分量对明亮源进行建模并移除之后的剩余脏图中微弱源恢复的程度有限。

为了量化分析两种去卷积方法的效果, 可以从剩余脏图中微弱源与真实模型的接近程度以及成像的动态范围两方面进行衡量。微弱源与真实模型的接近程度可以从两者亮温差值的均值和方差以及保

真度进行评估。

给出微弱源亮温分布的剖面如图 5 所示。可以明显看出, 相比原始脏图(黑色线), 经过去卷积之后剩余脏图中微弱源的亮温分布(蓝色线和红色线)更加接近真实模型(绿色线), 而基于 PSWF 正交基的方法相较于 CLEAN 算法对微弱源的恢复效果更佳。对比图 5 中两种去卷积方法所得微弱源的实际亮温分别与真实亮温差值的均值和误差列于表 1。根据表 1 的对比结果可以看出, 基于正交基比基于洁化分量的方法对微弱源亮温分布的恢复程度更高。

利用保真度对微弱源形状的恢复程度进行评估。保真度定义为模型图像除以模型图像与恢复图像的差值图像。为了避免分母为 0, 差值图像的最小值被截断, 最终保真度的计算公式表示为^[21]

$$D(l, m) = M(l, m) - S(l, m), \quad (15)$$

$$F(l, m) = \frac{\text{abs}[M(l, m)]}{\max\{\text{abs}[D(l, m)], 0.7 \times \text{rms}(D)\}}. \quad (16)$$

其中, F 表示保真度, M 代表模型图像, S 代表剩余脏图; D 代表模型图像与剩余脏图的差值图像, (l, m) 表示像素点坐标值, abs 代表取绝对值, $\max$ 代表取最大值, rms 表示取均方根值。在限定保真度的评估范围为微弱源的条件, 即 (l, m) 的取值范围为图 6 中白色点的覆盖范围, 两种去卷积方法中微弱源

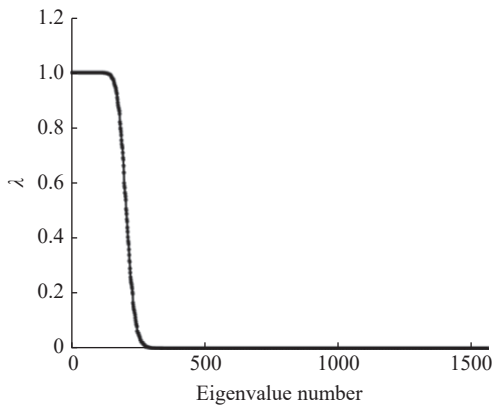


图 3 特征值分布

Fig. 3 Distribution of eigenvalues

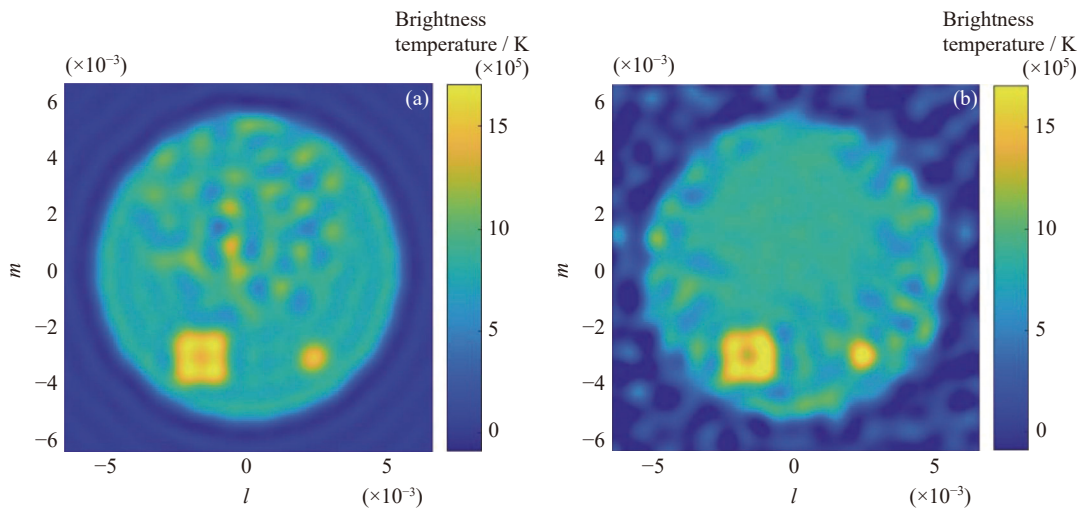


图 4 不同去卷积方法的剩余脏图。(a) 基于 PSWF 正交基对脏图中明亮源进行去卷积之后的剩余脏图, (b) 基于洁化分量对脏图中明亮源进行去卷积之后的剩余脏图

Fig. 4 Residual dirty images of different deconvolution methods. (a) Residual dirty image produced by removing the bright extended sources using PSWF orthonormal basis; (b) residual dirty image produced by removing the bright extended sources using CLEAN components

保真度的累积直方图^[20]如图7所示。图7中横轴代表保真度,纵轴代表大于该保真度的像素点数目。对比图7(a)(b)可以看出,基于PSWF正交基方法所得微弱源比基于洁化分量方法所得微弱源保真度更高,且基于PSWF正交基的方法对微弱高斯源保真度的提高程度比微弱矩形源更高。

表2给出了脏图和两种去卷积方法动态范围的对比结果。从表2可以看出,CLEAN算法和基于

表1 两种去卷积方法所得微弱源的实际亮温与真实亮温差值的均值和方差

Table 1 Mean and variance of the difference between the brightness temperature of faint sources revealed by two deconvolution methods and the true brightness temperature

方法	均值/K	方差/K
PSWF	1.60×10^4	9.86×10^4
CLEAN	2.84×10^4	1.89×10^5

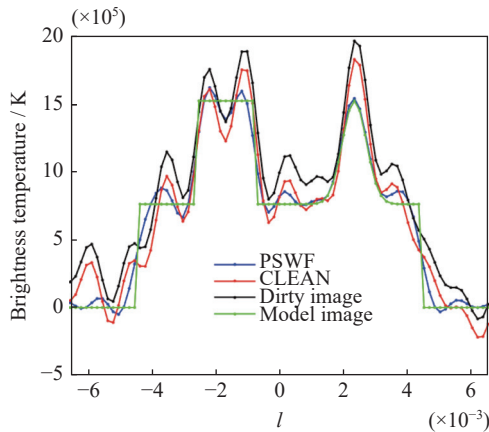


图5 原始脏图以及两种去卷积方法的剩余脏图中微弱源的亮温分布剖面

Fig. 5 Profiles of faint source's brightness temperature distribution in the residual dirty images produced by two deconvolution methods and the initial dirty image

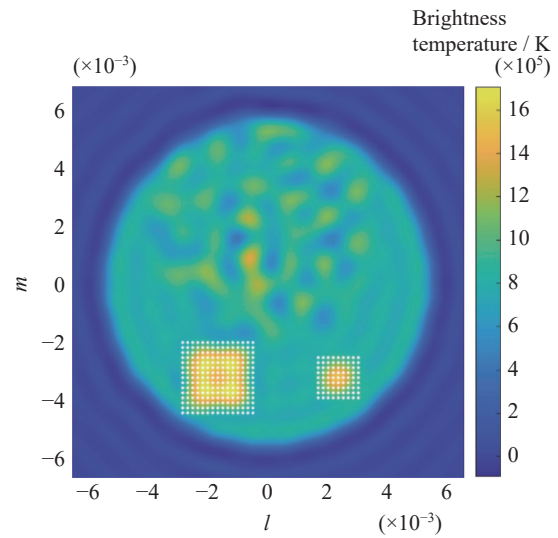


图6 微弱矩形源和微弱高斯源保真度的评估范围
Fig. 6 Evaluation range of fidelity for the faint rectangular source and the faint Gaussian source

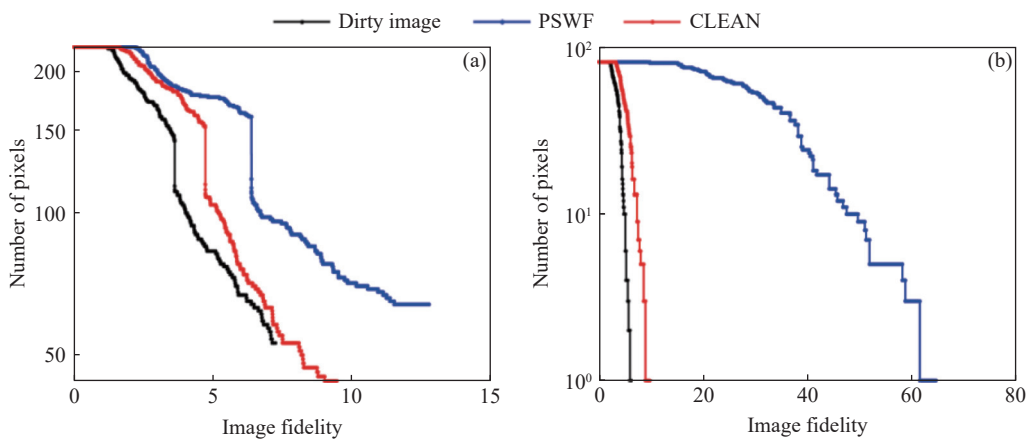


图7 不同形状微弱源保真度的累积曲线图。(a)原始脏图以及两种去卷积方法剩余脏图中微弱矩形源保真度的累积曲线图,(b)原始脏图以及两种去卷积方法剩余脏图中微弱高斯源保真度的累积曲线图

Fig. 7 Cumulative histogram of the fidelity values of faint sources. (a) Cumulative histogram of the fidelity values of faint rectangular sources in the residual dirty image produced by two deconvolution methods and the initial dirty image, (b) cumulative histogram of the fidelity values of faint Gaussian sources in the residual dirty image produced by two deconvolution method and the initial dirty image

PSWF 正交基的去卷积算法对动态范围都有一定程度的提高, 基于 PSWF 正交基的方法结果更优, 相比于 CLEAN 算法提高了 9.71 dB。

表 2 脏图和两种去卷积方法的动态范围
Table 2 Dynamic range of dirty images and two deconvolution methods

方法	动态范围/dB
脏图	25.71
CLEAN	27.04
PSWF	36.75

仿真实验的运行环境: CPU 为 Intel(R) Core(TM) i7-9750 H @2.60 GHz, 内存 32 GByte。对脏图中的明亮扩展源进行去卷积时, CLEAN 算法的运行时间为 4 s, 基于 PSWF 正交基方法的运行时间为 246 s。后者由于需要计算矩阵($\mathbf{T}\mathbf{T}^H$)的伪逆, 因此运行时间较长。虽然基于 PSWF 正交基去卷积方法的运行时间较长, 但是该方法相比于 CLEAN 算法的去卷积效果更优。

另外, 下载 NoRH 在 2013 年 5 月 22 日的观测数据作为模型图像进行仿真实验, 模型图像如图 8(a)所示。添加不相关噪声之后的可见度数据利用 DFT 算

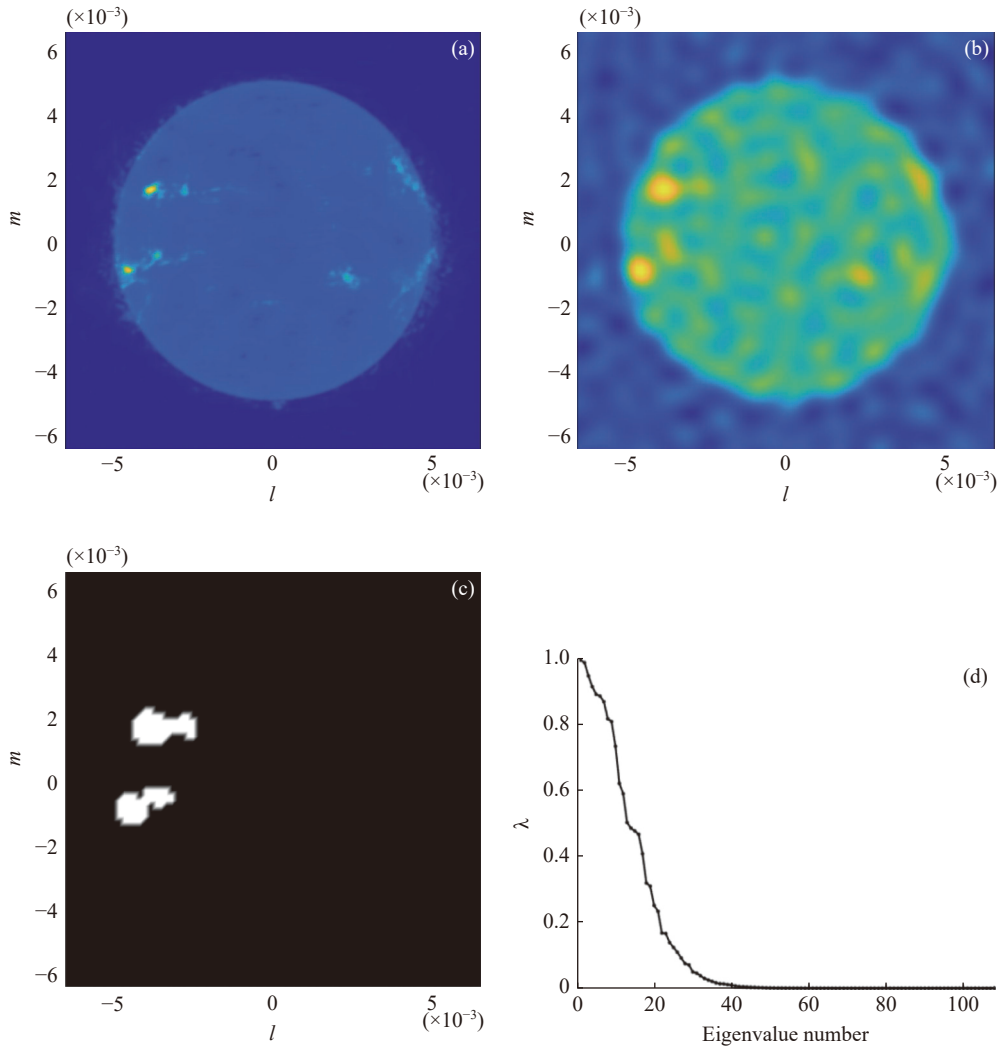


图 8 基于 NoRH 观测数据的干涉成像实验。(a) 基于 NoRH 观测数据的模型图像, (b) 可见度数据添加不相关噪声之后所反演的脏图, (c) ROI, (d) 特征值分布情况

Fig. 8 Synthesis imaging simulation using observations from the NoRH. (a) Model image using observations from the NoRH, (b) dirty image retrieved by visibilities adding uncorrelated noise, (c) ROI, (d) distribution of eigenvalues

法的反演结果如图 8(b)所示, 视场大小为 $[-0.375^\circ, 0.375^\circ]$, 共有 $6241 = 79 \times 79$ 个像素。对比图 8(a), 脏图中的微弱源几乎无法被分辨出来。明亮源的 ROI 如图 8(c)所示, 共有 108 个像素点。

由图 8(c)中的 ROI 和图 1 的 UV 覆盖创建内核矩阵 K , 对矩阵 K 进行特征分解之后的特征值分布如图 8(d)所示。利用 PSWF 正交基和洁化分量分别对脏图中的明亮扩展源进行建模和移除之后的剩余脏图如图 9(a)(b)所示, 去卷积过程中使用的 PSWF 基函数的个数 $M = 20$, CLEAN 算法的迭代次数为 39, $\gamma = 0.1$ 。根据图 9 可知, 基于 PSWF 正交基的剩余脏图中右侧的微弱源被一定程度地恢复, 但是 CLEAN 算法剩余脏图中微弱源没有被恢复出来, 仍然被噪声淹没。此外, 据表 3 可得基于 PSWF 正交基去卷积算法的动态范围相比于脏图提高了 6.74 dB, 而 CLEAN 算法仅提高了 0.02 dB。

表 3 脏图和两种去卷积方法的动态范围
Table 3 Dynamic range of dirty images and two deconvolution methods

方法	动态范围/dB
脏图	11.76
CLEAN	11.78
PSWF	18.50

4 结语

为了克服洁化分量对扩展源建模的固有限制, 本文将基于 PSWF 正交基的去卷积方法应用于太阳射电成像, 采用跨域整个图像域的 PSWF 最优正交基代替洁化分量作为一组基函数对脏图中的扩展源进行准确建模。

利用综合孔径射电望远镜对太阳进行观测时, 观测视场内一般会同时出现明亮源和微弱源。明亮源的旁瓣会“污染甚至淹没”视场中的微弱源, 为了消除这种干扰实现对微弱源的更好观测, 需要对明亮源进行建模和移除。基于最大化 ROI 内能量的原则选择 PSWF 作为一组正交基, 对脏图中的明亮扩展源进行准确建模并移除。PSWF 正交基由脏图中明亮源的几何结构和太阳圆盘亮温水平决定的 ROI 以及干涉阵的 UV 覆盖所决定。

使用数值模拟源和 NoRH 的观测数据进行去卷积仿真实验以说明基于 PSWF 正交基方法的有效性。根据均匀圆环阵的 UV 覆盖以及模型图像中的 ROI 可以计算一组 PSWF 最优正交基, 基于该正交基对脏图中的明亮扩展源进行建模和移除得到剩余脏图, 并与 CLEAN 算法去卷积之后的剩余脏图进行对比。虽然在相同的运行环境下, 基于 PSWF 正交基的去卷积方法相比于 CLEAN 算法的运行时间较

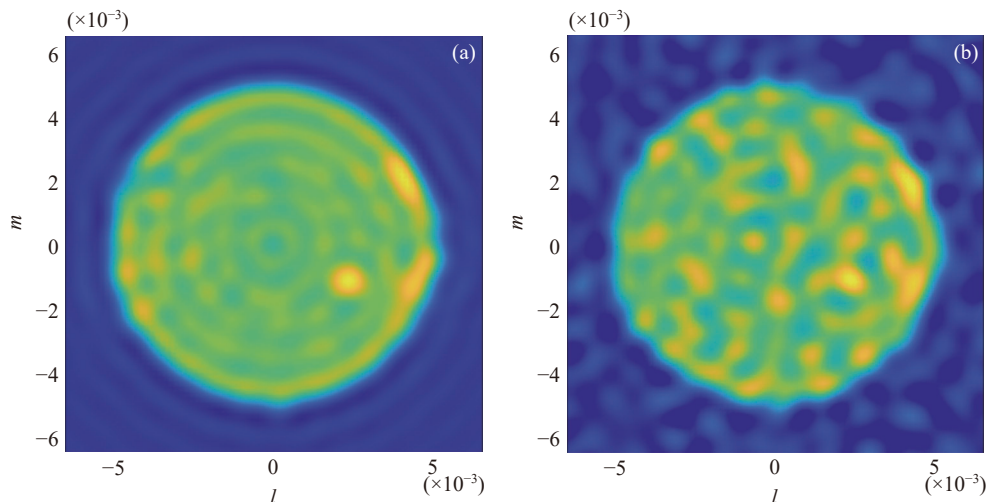


图 9 不同去卷积方法的剩余脏图。(a) 基于 PSWF 正交基对脏图中明亮源进行去卷积之后的剩余脏图, (b) 基于洁化分量对脏图中明亮源进行去卷积之后的剩余脏图

Fig. 9 Residual dirty images of different deconvolution methods. (a) Residual dirty image produced by removing the bright extended sources using PSWF orthonormal basis, (b) residual dirty image produced by removing the bright extended sources using CLEAN components

长;但是 PSWF 正交基对脏图中明亮扩展源的建模准确度更高,因此对明亮扩展源进行去卷积之后,剩余脏图中微弱源的亮温分布和形状更加接近真实模型,从而可以实现对微弱源的更好观测和分析,并获得较高动态范围的成像。之后进一步研究将基于 PSWF 正交基的去卷积方法应用于稻城的圆环阵太阳射电成像望远镜(Daocheng Solar Radio Telescope, DSRT)系统的图像重建方面。

参考文献

- [1] THOMPSON A R, MORAN J M, SWENSON G W J R. Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy[M]. 3rd ed. Cham: Springer, 2017
- [2] YATAWATTA S. Radio astronomical image deconvolution using prolate spheroidal wave functions[C]//Proceedings of 2011 18th IEEE International Conference on Image Processing. Brussels: IEEE, 2011: 2781-2784
- [3] HÖGBOM J A. Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines[J]. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 1974, **15**: 417-426
- [4] COTTON W D, USON J M. Pixelization and dynamic range in radio interferometry[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2008, **490**(1): 455-460
- [5] YATAWATTA S. Fundamental limitations of pixel based image deconvolution in radio astronomy[C]//Proceedings of 2010 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. Jerusalem: IEEE, 2010: 69-72
- [6] LEVANDA R, LESHEM A. Synthetic aperture radio telescopes[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, **27**(1): 14-29
- [7] REFREGIER A. Shapelets: I. A method for image analysis[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2003, **338**(1): 35-47
- [8] CHANG T C, REFREGIER A. Shape reconstruction and weak lensing measurement with interferometers: a shapelet approach[J]. *The Astrophysical Journal*, 2002, **570**(1): 447-456
- [9] SLEPIAN D, POLLAK H O. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty—I[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1961, **40**(1): 43-63
- [10] LANDAU H J, POLLAK H O. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty—II[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1961, **40**(1): 65-84
- [11] SLEPIAN D. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty—IV: extensions to many dimensions; generalized prolate spheroidal functions[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1964, **43**(6): 3009-3057
- [12] SIMONS F J, WANG D V. Spatiospectral concentration in the Cartesian plane[J]. *GEM-International Journal on Geomathematics*, 2011, **2**(1): 1-36
- [13] NAKAJIMA H, NISHIO M, ENOME S, *et al.* The Nobeyama radioheliograph[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1994, **82**(5): 705-713
- [14] YATAWATTA S. Shapelets and related techniques in radio-astronomical imaging[C]//Proceedings of 2011 URSI General Assembly and Scientific Symposium. Istanbul: IEEE, 2011: 1-4
- [15] NOORISHAD P, YATAWATTA S. Efficient computation of prolate spheroidal wave functions in radio astronomical source modeling[C]//Proceedings of 2011 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT). Bilbao: IEEE, 2011: 326-330
- [16] LINDQUIST M A, ZHANG C H, GLOVER G, *et al.* A generalization of the two-dimensional prolate spheroidal wave function method for nonrectilinear MRI data acquisition methods[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(9): 2792-2804
- [17] SLEPIAN D. On bandwidth[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1976, **64**(3): 292-300
- [18] THOMPSON A R, BRACEWELL R N. Interpolation and Fourier transformation of fringe visibilities[J]. *Astronomical Journal*, 1974, **79**: 11-24
- [19] HO C, SLOBIN S, KANTAK A, *et al.* Solar brightness temperature and corresponding antenna noise temperature at microwave frequencies[J]. *Interplanetary Netw. Progr. Rep.*, 2008, **42-175**: 1-11
- [20] MCLEAN D J, LABRUM N R. Solar Radiophysics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985
- [21] PETY J, GUETH F, GUILLOTEAU S. Impact of ACA on the wide-field imaging capabilities of ALMA[R]. ALMA Memo Series, 2001, 398