第20卷 第3期 空 间 科 学 学 报 Vol.20, No.3
2000 年 7月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE July, 2000

带弹性伸展附件充液航天器姿态动力学研究 *

程绪铎[1] 王照林[2] 李俊峰[2]

[1](安庆师范学院物理系 246011)

[2](清华大学工程力学系)

摘 要

研究了带弹性伸展附件充液航天器姿态动力学问题. 利用动量矩定理、动量矩守恒定律、牛顿运动定律导出液体运动方程、系统运动方程、弹性板质量微元运动方程. 在板等速伸展的情况下, 对板质量微元运动方程进行变换, 通过尤格-库塔积分法求出板振动的振幅, 再由系统运动方程求出航天器姿态角速率.

关键词 充液航天器—弹性附件—姿态动力学

1 引 言

结构复杂的航天器带有充液储箱、太阳帆板、天线、空间抓手机械臂等弹性伸展部件, 液体的涡旋、晃动、弹性附件伸展运动、振动影响航天器的姿态运动, 因此得到广泛的关注 [1,3-6]. 文献 [1] 研究了中心刚体带对称柔性伸展梁的航天器姿态动力学问题, 在特定条件下, 给出了航天器梁伸展时梁振动振幅和航天器姿态角速率随梁伸展长度变化的渐近公式. 文献 [5] 给出了航天器伸展附件振动的近似解. 这些研究忽略了航天器中液体的运动, 采用的是刚体带弹性附件模型, 大型航天器带有大型弹性附件和大量的液体推进剂. 中国研制的东方红 3 号静止通信卫星 **, 太阳帆板展开后总翼展为 18 m, 弹性附件转动惯量占整星的 60%, 起飞时液体约占整星重量的 57%, 因此液体、弹性附件对航天器姿态的影响必须同时考虑. 本文研究主体为刚体、中心带充满液体球形储箱, 并带对称弹性伸长板航天器的姿态动力学问题, 给出了液体涡旋运动、弹性板伸展运动、振动与航天器姿态运动的耦合关系, 并给出了数值结果.

2 系统运动方程

设航天器由充液中心刚体带对称伸展弹性矩形板构成. 充液腔形状为球形, 腔内充满粘性液体, 中心刚体质心与液体质心重合. 引入 3 个坐标系, 如图 1 所示: 原点位于地球中心的惯性坐标系 O_eXYZ, 原点位于航天器质心的轨道坐标系 $OX_0Y_0Z_0$, 原点位于航天

* 国家自然科学基金项目 (19702011), 中国航天工业集团公司中国空间科学技术研究院资助

** 邹广瑞, 吕振铎, 李铁寿. "东方红 3 号"卫星姿态和轨道控制系统设计. 全国第五届空间及运动体控制技术学术会议. 西安. 1992

1999-09-28 收到原稿, 2000-04-22 收到修定稿

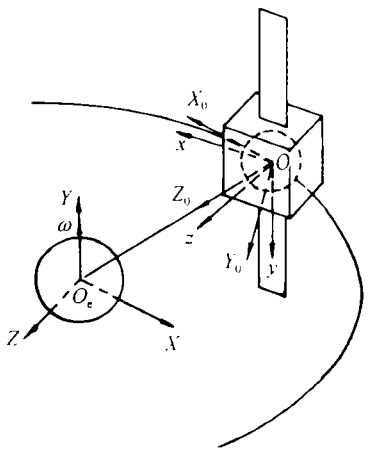


图 1 系统示意图
Fig.1 Sketch map of the system

器质心的本体坐标系 $Oxyz$. 弹性板沿着本体坐标的 y 轴对称安装, 并沿 y 轴对称伸展, 设弹性板是均质窄长形薄板, 其变形可用板的横向弯曲描述, 由于弹性板的对称模式的弯曲不会与卫星的姿态运动耦合 [2], 故仅仅考虑弹性板的反对称弯曲. 在 $Oxyz$ 系中, 中心刚体对于质心的惯性张量 $\boldsymbol{I}_0 = \mathrm{diag}(A_0, B_0, C_0)$,2 个弹性板的质量 m_1 、$m_2(m_1 = m_2)$, Q_1 、Q_2 是 2 个弹性板所占的空间区域, ρ 为弹性板的面密度, $\boldsymbol{R}_{1i}$ 、$\boldsymbol{R}_{2i}$ 分别为 2 个弹性板上任意质点在惯性坐标系中的向径, $\boldsymbol{r}_{1i}$ 、$\boldsymbol{r}_{2i}$ 分别为系统变形之前两个弹性板的任意质点在本体坐标系中的向径; $\boldsymbol{P}$ 为系统质心在惯性坐标系中向径, 用 $\boldsymbol{S}$ 表示从本体坐标系到惯性坐标系的变换矩阵, 有下面关系:

$$\boldsymbol{R}_{1i} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_{1i} + \boldsymbol{u}_{1i}), \quad \boldsymbol{R}_{2i} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_{2i} + \boldsymbol{u}_{2i}).$$

式中 $\boldsymbol{u}_{1i}, \boldsymbol{u}_{2i}$ 分别为 2 个弹性板上质点的位移.

航天器在轨道坐标系中的姿态用滚动角 φ, 俯仰角 θ, 偏航角 ψ 表示, 对于三轴稳定卫星, 这些角均为小量, 航天器在空间中的角速度在本体坐标系中可表示为

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^{\mathrm{T}} = (\dot{\varphi} - \omega_0\psi, \dot{\theta} - \omega_0, \dot{\psi} + \omega_0\varphi)^{\mathrm{T}}.$$

式中 ω_0 为轨道坐标系在空间中转动角速度. 在分析航天器轨道段的姿态运动时, 由于轨道角速率与板的固有频率、液体涡旋相比是很小的, 可令 $\omega_0 = 0$, 得

$$\boldsymbol{\omega} = (\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\varphi \\ -\theta & \varphi & 1 \end{bmatrix}.$$

由假设条件知

$$\boldsymbol{r}_{1i} = -\boldsymbol{r}_{2i} = (x, y_0 + y, 0)^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{u}_{1i} = -\boldsymbol{u}_{2i} = [0, 0, v(y,t)]^{\mathrm{T}}.$$

式中, y_0 为板根部到系统质心的长度, y 为板上任意点到板根部的长度, x 为板上任意点到板对称轴的距离.

液体等效刚体惯性张量 $\boldsymbol{I}'' = \mathrm{diag}(A'', B'', C'')$, 固化液体的惯性张量为 $\boldsymbol{I}' = \mathrm{diag}(A', B', C')$, 等效线性阻尼系数为 μ_0(与液体粘性、刚体角速度及充液腔形状等有关, 需要实验测量), 令 $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{I}' - \boldsymbol{I}''$, 设液体的均匀涡旋为 $\boldsymbol{\Omega}$, 液体运动方程近似写成

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\Omega} + \mu_0 \boldsymbol{J}\boldsymbol{\Omega} = 0. \tag{1}$$

设系统不受外力和外力矩, 系统对质心的动量矩守恒, 如果系统初始时刻动量矩为 0, 则

$$\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Omega} + (\boldsymbol{I}_0 + \boldsymbol{I}'')\boldsymbol{\omega} + \int_{Q_1} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_{1i} + \boldsymbol{u}_{1i}) \times \dot{\boldsymbol{R}}_{1i}\mathrm{d}m + \int_{Q_2} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_{2i} + \boldsymbol{u}_{2i}) \times \dot{\boldsymbol{R}}_{2i}\mathrm{d}m = 0.$$

即

$$\boldsymbol{J\Omega}+(\boldsymbol{I}_0+\boldsymbol{I}''+\boldsymbol{I}_1+\boldsymbol{I}_f)\boldsymbol{\omega}+2\rho\int_{Q_1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_{1i}+\boldsymbol{u}_{1i})\times\boldsymbol{S}(\dot{\boldsymbol{r}}_{1i}+\dot{\boldsymbol{u}}_{1i})\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0. \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{I}_1=\mathrm{diag}(A_1,B_1,C_1)$ 为 2 个板未伸出部分相对系统质心的惯性张量，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{f}}=\mathrm{diag}(A_{\mathrm{f}},B_{\mathrm{f}},C_{\mathrm{f}})$ 为系统未发生变形时 2 板已伸出部分相对系统质心的惯性张量，$A_1=2(m_1-2\rho DL)y_0^2$, $B_1=\dfrac{1}{6}(m_1-\rho DL)D^2$, $C_1=2(m_1-2\rho DL)\Big(\dfrac{1}{12}D^2+y_0^2\Big)$, $A_{\mathrm{f}}=2\rho DL\Big(\dfrac{1}{3}L^2+y_0L+y_0^2\Big)$, $B_{\mathrm{f}}=\dfrac{1}{6}\rho LD^3$, $C_{\mathrm{f}}=2\rho DL\Big(\dfrac{1}{3}L^2+y_0L+y_0^2+\dfrac{1}{12}D^2\Big)$, D 为板的宽度，L 为板已伸出的长度.

由于 $\varphi,\theta,\psi,v,\dot{v}$ 都是小量，略出它们的二次项可得

$$\boldsymbol{J\Omega}+(\boldsymbol{I}_0+\boldsymbol{I}''+\boldsymbol{I}_1+\boldsymbol{I}_{\mathrm{f}})\boldsymbol{\omega}+2\dot{\rho}D\begin{bmatrix}\displaystyle\int_0^L[(y_0+y)\dot{v}-v\dot{L}]\mathrm{d}y\\0\\0\end{bmatrix}=0. \tag{3}$$

设 $\boldsymbol{f}_i$ 为作用在板微元 m_i 上的内力，则有

$$\boldsymbol{f}_i/m_i=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{R}_{1i}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{P}}{\mathrm{d}t^2}+\ddot{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{r}_{1i}+\boldsymbol{u}_{1i})+2\dot{\boldsymbol{S}}(\dot{\boldsymbol{r}}_{1i}+\dot{\boldsymbol{u}}_{1i})+\boldsymbol{S}(\ddot{\boldsymbol{r}}_{1i}+\ddot{\boldsymbol{u}}_{1i}).$$

整理得

$$\ddot{\boldsymbol{u}}_{1i}+2\boldsymbol{S}^{-1}\dot{\boldsymbol{S}}\dot{\boldsymbol{u}}_{1i}+\boldsymbol{S}^{-1}\ddot{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{u}_{1i}=-\ddot{\boldsymbol{r}}_{1i}-2\boldsymbol{S}^{-1}\dot{\boldsymbol{S}}\dot{\boldsymbol{r}}_{1i}-\boldsymbol{S}^{-1}\ddot{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{r}_{1i}+\boldsymbol{S}^{-1}(\boldsymbol{f}_i/m_i-\boldsymbol{F}/M).$$

设合外力 $\boldsymbol{F}$ 为 0，将 $\boldsymbol{u}_{1i}$, $\boldsymbol{r}_{1i}$, $\boldsymbol{S}$ 的分量形式代入上式且略去二次小量，得出板质量微元 z 方向运动方程

$$\ddot{v}+\rho^{-1}\overline{D}\frac{\partial^4v}{\partial y^4}=-2\dot{L}\dot{\varphi}+x\ddot{\theta}-(y+y_0)\ddot{\varphi}. \tag{4}$$

其中 $\overline{D}=Eh^3[12(1-\mu^2)]$ 为板的弯曲刚度.

(1) 式表明，液体的运动 $\boldsymbol{\Omega}$ 与中心刚体运动 $\boldsymbol{\omega}$ 耦合，(3) 式表明，液体运动 $\boldsymbol{\Omega}$、中心刚体运动 $\boldsymbol{\omega}$、板的伸展运动 $(L,\dot{L})$、板的振动 $(v,\dot{v})$ 耦合，(4) 式表明，刚体运动 $\boldsymbol{\omega}$、板的伸展运动 $\dot{L}$、板的振动 $(v,\ddot{v})$ 耦合，由此可见，带伸展弹性板充液航天器系统运动方程中多个运动量相互耦合，是一个十分复杂的问题，下面根据研究问题的特点对系统运动方程进行简化，从而给出各运动量之间的耦合关系.

3　流体涡旋特性

在方程 (1) 中，$\boldsymbol{\omega}$ 与 $\boldsymbol{\Omega}$ 都是小量，μ_0 与液体粘性、刚体角速度及充液腔形状等有关，对于一特定系统，液体粘性、充液腔形状一定，μ_0 仍随 $\boldsymbol{\omega}$ 变化而变化，假定 $\boldsymbol{\omega}$ 对 μ_0 的影响不大，视 μ_0 为常量，略去二阶小量积分方程 (1) 得

$$\boldsymbol{\Omega}=\boldsymbol{\Omega}(0)\mathrm{e}^{-\mu_0t}. \tag{5}$$

4 航天器弹性板振动与伸展运动耦合特性

利用悬臂簿长形板横向振动模型可以将弹性板的弯曲变形写成下面形式

$$v(y,t)=\sum_{i=1}^{N}p_i(t)g_i(\eta)=\boldsymbol{p}(t)\cdot\boldsymbol{g}(\eta). \tag{6}$$

式中,

$$\boldsymbol{p}(t)=(p_1(t),p_2(t),\cdots,p_N(t))^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{g}(t)=(g_1(t),g_2(t),\cdots,g_N(t))^{\mathrm{T}},$$

$$g_i(\eta)=\mathrm{ch}(\beta_i\eta)-\cos(\beta_i\eta)-[(\mathrm{ch}\beta_i+\cos\beta_i)/(\mathrm{sh}\beta_i+\sin\beta_i)][\mathrm{sh}\,(\beta_i\eta)-\sin(\beta_i\eta)],$$

$$\eta(t)=y(t)L^{-1}(t).$$

其中 β_i 满足方程: $\cos\beta_i\mathrm{ch}\,\beta_i+1=0.$

将 (6) 式代入 (4) 式后利用 $g_i(\eta)$ 的正交性得

$$\ddot{\boldsymbol{p}}+2\dot{L}L^{-1}\boldsymbol{G}\dot{\boldsymbol{p}}+(\ddot{L}L^{-1}\boldsymbol{G}-\dot{L}^2L^{-2}\boldsymbol{N}+L^{-4}\boldsymbol{M})\boldsymbol{p}=-2\dot{L}\dot{\varphi}\boldsymbol{a}+x\ddot{\theta}\boldsymbol{a}-\ddot{\varphi}(y_0\boldsymbol{a}+L\boldsymbol{b}). \tag{7}$$

式中,

$$a_i=\int_0^1 g_i(\eta)\mathrm{d}\eta=\frac{2}{\beta_i}[(\cos\beta_i+\mathrm{ch}\,\beta_i)/(\sin\beta_i+\mathrm{sh}\,\beta_i)],\quad b_i=\int_0^1 g_i(\eta)\eta\mathrm{d}\eta=2\beta_i^{-2},$$

$$M_{ij}=(\overline{D}/\rho)\beta_i^2\beta_j^2\delta_{ij},\quad G_{ij}=\int_0^1(1-\eta)g_i(\eta)g_j'(\eta)\mathrm{d}\eta,$$

$$N_{ij}=2G_{ij}-\int_0^1 g_i(\eta)g_j''(\eta)(1-\eta)^2\mathrm{d}\eta=\int_0^1 g_i'(\eta)g_j'(\eta)(1-\eta)^2\mathrm{d}\eta=N_{ji},$$

$$(i=1,2,\cdots,N;j=1,2,\cdots,N).$$

假设 2 弹性板对称地等速伸展, 这时 $\dot{L}=V=\mathrm{const},\ddot{L}=0,\dot{\boldsymbol{p}}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L}V,\ddot{\boldsymbol{p}}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L^2}V^2$,(7) 式可写成下面的形式

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L^2}+2\boldsymbol{L}^{-1}\boldsymbol{G}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L}+(V^{-2}L^{-4}\boldsymbol{M}-L^{-2}\boldsymbol{N})\boldsymbol{p}=2V^{-1}\varphi\boldsymbol{a}+xV^{-2}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\boldsymbol{a}-V^{-2}\ddot{\varphi}(y_0\boldsymbol{a}+L\boldsymbol{b}). \tag{8}$$

对于三轴稳定卫星, 姿态运动对弹性板的振动影响是高阶小量, 略去不计, 则上式为

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L^2}+2L^{-1}\boldsymbol{G}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L}+(V^{-2}L^{-4}\boldsymbol{M}-L^{-2}\boldsymbol{N})\boldsymbol{p}=0. \tag{9}$$

令 $\boldsymbol{q}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L}$ 代入上式得一阶常微分方程组

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}L}=\boldsymbol{q},\\[2ex] \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{q}}{\mathrm{d}L}=-2L^{-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{q}+(L^{-2}\boldsymbol{N}-V^{-2}L^{-4}\boldsymbol{M})\boldsymbol{p}.\end{cases} \tag{10}$$

初始条件为

$$\begin{cases}\boldsymbol{p}\big|_{L=L_0}=\boldsymbol{p}_0,\\ \boldsymbol{q}\big|_{L=L_0}=\boldsymbol{q}_0.\end{cases} \tag{11}$$

(10)、(11) 式为求解板振动与伸展运动耦合初值问题.

5　航天器姿态运动与弹性板伸展运动、振动、液体运动耦合特性

弹性板等速伸展，$t=\dfrac{L-L_0}{V}$, $\dot{L}=V$, $v=\boldsymbol{p}(t)\cdot\boldsymbol{g}(\eta)$, $\eta=y/L$, 积分 (3) 式并写成分量形式为

$$\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_1+\dot{\varphi}_2, \tag{12}$$

$$\dot{\varphi}_1=-[J_x\Omega_x(0)/(A''+A_0+A_1+A_{\rm f})]\mathrm{e}^{-\mu_0(L-L_0)/V},$$

$$\dot{\varphi}_2=-[2\rho DVL/(A''+A_0+A_1+A_{\rm f})][\boldsymbol{q}\cdot(y_0\boldsymbol{a}+L\boldsymbol{b})+\boldsymbol{p}\cdot(y_0/L)\boldsymbol{c}+\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{d}-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{a}],$$

$$\dot{\theta}=-[J_y\Omega_y(0)/(B''+B_0+B_1+B_{\rm f})]\mathrm{e}^{-\mu_0(L-L_0)/V}, \tag{13}$$

$$\dot{\psi}=-[J_z\Omega_z(0)/(C''+C_0+C_1+C_{\rm f})]\mathrm{e}^{-\mu_0(L-L_0)/V}. \tag{14}$$

其中，

$$c_i=\int_0^1(1-\eta)g_i'(\eta)\mathrm{d}\eta,\quad d_i=\int_0^1\eta(1-\eta)g_i'(\eta)\mathrm{d}\eta,\quad (i=1,2,\cdots,N).$$

6　算例与分析

取弹性板的宽 $D=1\,\mathrm{m}$, 最大长度 $L_{\max}=9\,\mathrm{m}$, 面密度 $\rho=15\,\mathrm{kg\cdot m^{-2}}$, 两板质量 $m_1=m_2=150\,\mathrm{kg}$, 板根部到质心 O 的距离为 $y_0=2\,\mathrm{m}$, 板的抗弯刚度 $\overline{D}=10\,\mathrm{N\cdot m}$, 中心刚体对 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的转动惯量 $A_0=B_0=C_0=4\,500\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, 液体等效刚体转 动惯量 $A''=B''=C''=1\,500\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, 液体的初始涡旋 $\Omega_x(0)=\Omega_y(0)=\Omega_z(0)=0.05\,\mathrm{rad/s}$.图 2 是在初始扰动 $\dot{p}_i=0.05\,\mathrm{m/s}$ $(i=1,2,\cdots,6)$ 情况下板的振动振幅随板伸展长度变化曲线. 结果表明：板振动的振幅随板伸展长度的增长而增大，随伸展速率的增大而减小.

图 3 是板伸展速率 $V=2\,\mathrm{m/s}$、等效阻尼系数 $\mu_0=0.0005$ 情况下航天器姿态角速率 $\dot{\varphi}_1$、$\dot{\varphi}_2$ 随板伸展长度变化曲线. 结果表明：$\dot{\varphi}_1$、$\dot{\varphi}_2$ 随伸展长度增长而减小，初始涡旋一定，充液量 (J_x/A_0) 增大，姿态角速率 $\dot{\varphi}_1$ 增大，但 $\dot{\varphi}_2$ 不受充液量变化的影响，$J_x/A_0=1$ 时，$\dot{\varphi}_1$ 比 $\dot{\varphi}_2$ 大很多，$J_x/A_0=1/3$ 时，$\dot{\varphi}_1$ 与 $\dot{\varphi}_2$ 相差不大.

图 4 是板伸展速率 $V=2\,\mathrm{m/s}$、等效阻尼系数 $\mu_0=0.0005$, 充液量 $J_x/A_0=2/3$ 时，航天器姿态角速率 $\dot{\theta}$、$\dot{\psi}$ 随板伸展长度变化曲线. 结果表明：$\dot{\theta}$ 几乎不随板伸展长度增长而变化 (近似水平直线), $\dot{\psi}$ 随板伸展长度增长而减小，其变化规律与图 3 中 $\dot{\varphi}_1$ 基本相同.

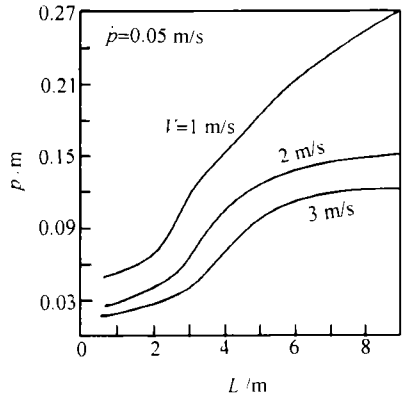


图 2　板振动振幅随板伸展长度变化曲线

Fig.2　Curves of amplitudes of vibration of the plates as the plates deploy

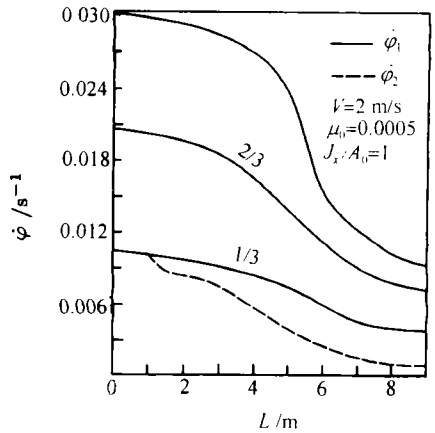


图 3 航天器姿态角速率 $\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_2$ 随板伸展长度变化曲线

Fig.3 Curves of attitude angular velocity of the spacecraft $\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_2$ as the plates deploy

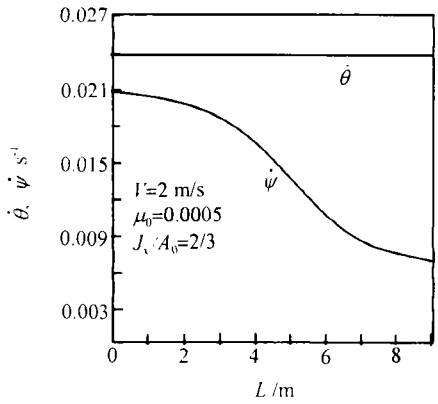


图 4 航天器姿态角速率 $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$ 随板伸展长度变化曲线

Fig.4 Curves of attitude angular velocity of the spacecraft $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$ as the plates deploy

表 1 是板伸展速率 $V = 2\,\mathrm{m/s}$, 充液量 $J_x/A_0 = 2/3$ 时, 航天器姿态角速率 $\dot{\varphi}_1$ 随板伸展长度增长的变化曲线. 结果表明: 等效阻尼系数 μ_0 增大时, $\dot{\varphi}_1$ 减小, 但 μ_0 的变化对 $\dot{\varphi}_1$ 的影响很小.

表 1 $\dot{\varphi}_1$ 的计算结果 ($V = 2\,m/s$, $J_x/A_0 = 2/3$)

μ_0	$L(m)$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00001	0.02053	0.01919	0.01820	0.01583	0.01402	0.01198	0.00969	0.00786	0.00695
0.001	0.02051	0.01917	0.01818	0.01580	0.01398	0.01193	0.00961	0.00777	0.00684
0.01	0.02042	0.01902	0.01799	0.01555	0.01371	0.01167	0.00938	0.00756	0.00666

7 结 论

带弹性附件充液航天器的液体涡旋运动、板的伸长运动、振动、中心刚体的转动相互耦合, 本文研究得出如下结论:

(1) 弹性板等速伸展时, 板振动振幅随其伸展长度的增长而增大, 随其伸展速率的增大而减小.

(2) 弹性板等速伸展时, 航天器姿态角速率 $\dot{\varphi}$, $\dot{\psi}$ 随板伸展长度的增长而减小, $\dot{\theta}$ 几乎不随板长度的增长而变化.

(3) 初始涡旋一定, 航天器姿态角速率 ($\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\psi}$) 随充液量 (J_x/A_0) 增大而增大, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2$, $\dot{\varphi}_1$ 由液体运动、板的伸展运动确定, $\dot{\varphi}_2$ 由板的伸展运动、振动确定.

(4) 航天器姿态角速率随等效阻尼系数 μ_0 增大而减小, 但 μ_0 的变化对其影响很小.

参　考　文　献

[1] 李俊峰，王照林. 带挠性伸展附件的航天器姿态动力学研究. 清华大学学报，1996, (10):35—40
[2] 章仁为. 静止卫星的轨道和姿态控制. 北京：科学出版社，1987. 403—405
[3] 李俊峰，王照林. 带空间机械臂的充液航天器姿态动力学研究. 宇航学报，1999, (2):89—94
[4] 王照林，匡金炉. 充液飞行器大角度操纵变结构控制. 宇航学报，1993,**14**(3):76—82
[5] Kalaycioglu S, Misra A K. Approximate solutions for vibration of deploying appendages. *J. Guid. Cont. Dyn.*, 1991, **14**(2):287—293
[6] Modi V J, Ibrahim A E. A general formulation for librational dynamics of spacecraft with deploying appendages. *J. Guid. Cont. Dyn.*, 1984, **7**(5):563—569

STUDY ON ATTITUDE DYNAMICS OF A LIQUID-FILLED SPACECRAFT WITH ELASTIC APPENDAGES

CHENG Xuduo[1]　WANG Zhaolin[2]　LI Junfeng[2]

[1](*Department of Physics, Anqing Teacher College, Anqing* 246011)

[2](*Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University*)

Abstract

In this paper attitude dynamics of liquid-filled spacecraft with elastic appendages is studied. Motional equations of liquid, motional equations of system and motional equations of particle of elastic plates are obtained by using the theorem of angular momentum, the conservation law of angular momentum and Newton's motional law. When elastic plates deploy at uniform velocity of plates motional equations of plates are alternated. Using Runge-Kutta method, the plate's amplitudes of vibration are obtained. Using motional equations of system,the attitude angular velocities of spacecraft are obtained.

Key words　Liquid-filled spacecraft, Elastic appendage, Attitude dynamics