

卫星太阳电池阵的刚-柔耦合动力学^{*}

刘锦阳 洪嘉振

(上海交通大学工程力学系 上海 200030)

摘 要

研究了卫星太阳电池阵在多点撞击过程中的刚-柔耦合动力学问题. 基于 Jourdain 速度变分原理和单向递推组集方法, 建立了柔性多体系统的动力学模型. 用 Hertz 撞击法则建立了撞击力和撞击处的局部变形关系, 分别用刚体模型和柔性体模型仿真计算了太阳电池阵的撞击力、撞击时间, 揭示了变形运动和大范围运动的相互耦合作用.

关键词 卫星太阳电池阵; 多点撞击; 刚-柔耦合动力学

1 引言

目前, 航天器已采用轻质柔性材料, 运行精度的要求越来越高, 必须同时考虑部件大范围运动和构件本身的变形^[1]. 根据 Saint-Venant 撞击理论, 在撞击过程中, 柔性体接触碰撞处没有局部变形, 撞击节点具有相同的位移和速度, 撞击力为撞击点的约束力, 与约束方程的 Lagrange 乘子有关. Wu, Haug^[2] 和笔者^[3] 基于 Saint-Venant 撞击理论, 用子结构方法对柔性体进行离散, 计算撞击力和柔性体的动力学响应. 为了计及柔性体在撞击处的局部变形, 一些学者根据 Hertz 撞击理论, 给出了撞击力和撞击处局部变形的非线性的函数关系^[4], 因此, 既考虑了冲击波的传播, 又考虑了局部变形. 此外, 球杆撞击实验^[5] 证明了 Hertz 理论在低速撞击问题中能达到一定的精度.

本文研究了卫星太阳电池阵在多点撞击过程中的刚-柔耦合动力学. 用 Jourdain 速度变分原理和单向递推组集方法导出了柔性多体系统的刚-柔耦合动力学方程. 用 Hertz 撞击法则建立撞击力和撞击处的局部变形的关系, 因此, 既考虑了局部变形, 又考虑了冲击波在柔性体中的传播. 对太阳电池阵在撞击过程中的动力学分析揭示了变形运动和大范围运动的相互耦合作用.

2 柔性多体系统碰撞动力学理论

设柔性体由 N 个构件组成, 分别记为 B_i ($i = 1, 2, \dots, N$). 其中, 任意两个构件 B_α 和 B_β 发生多点碰撞. 考虑其中任意一个接触点, 其在 B_α 和 B_β 上的节点分别为 μ 和 ν , 如图 1 所示. 建立绝对参考基 e , e^α 与 e^β 为构件 B_α 与 B_β 的浮动基. μ 和 ν 在绝对基 e 中的位移矢量为 r_α^μ 和 r_β^ν . B_α 与 B_β 浮动坐标系原点相对惯性坐标系的矢径分别为 r_α

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (10372057)

2003-10-28 收到原稿, 2004-06-10 收到修定稿

和 r_β , 矢量 d 为接触撞击节点的相对位移. $\rho_{\alpha 0}^\mu, \rho_{\beta 0}^\nu$ 为变形前 μ, ν 相对浮动坐标系的位移矢量, $u_\alpha^\mu, u_\beta^\nu$ 为 μ, ν 的变形矢量. 设 $r_\alpha^\mu, r_\beta^\nu, r_\alpha, r_\beta, d$ 分别为 $r_\alpha^\mu, r_\beta^\nu, r_\alpha, r_\beta, d$ 在惯性坐标系下的坐标阵, $\rho_{\alpha 0}^\mu, u_\alpha^\mu$ 和 $\rho_{\beta 0}^\nu, u_\beta^\nu$ 分别为 $\rho_{\alpha 0}^\mu, u_\alpha^\mu$ 和 $\rho_{\beta 0}^\nu, u_\beta^\nu$ 在浮动基 e^α 与 e^β 下的坐标阵, A_α, A_β 为 e^α 与 e^β 关于绝对基的方向余弦阵, 则

$$\begin{aligned} d &= r_\alpha^\mu - r_\beta^\nu = r_\alpha + A_\alpha(\rho_{\alpha 0}^\mu + u_\alpha^\mu) - r_\beta - A_\beta(\rho_{\beta 0}^\nu + u_\beta^\nu) \\ &= r_\alpha + A_\alpha(\rho_{\alpha 0}^\mu + \Phi_\alpha^\mu a_\alpha) - r_\beta - A_\beta(\rho_{\beta 0}^\nu + \Phi_\beta^\nu a_\beta). \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\Phi_\alpha^\mu, \Phi_\beta^\nu$ 分别为 B_α 和 B_β 在浮动基下的模态阵, a_α, a_β 分别为 B_α 和 B_β 的模态坐标阵.

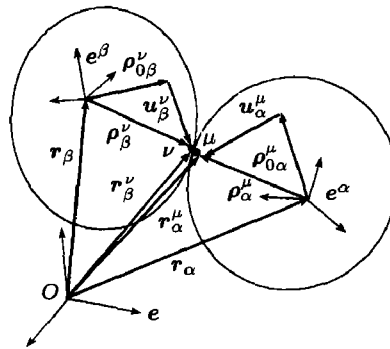


图 1 撞击阶段的柔性多体系统

Fig.1 Flexible multibody system with impact

对式 (1) 求导, 得到

$$\dot{d} = B_\alpha^\mu \nu_\alpha - B_\beta^\nu \nu_\beta. \quad (2)$$

其中,

$$\nu_\alpha = (\dot{r}_\alpha^T \quad \omega_\alpha^T \quad \dot{a}_\alpha^T)^T, \quad \nu_\beta = (\dot{r}_\beta^T \quad \omega_\beta^T \quad \dot{a}_\beta^T)^T, \quad (3)$$

$$B_\alpha^\mu = (I_3 \quad -\tilde{\rho}_\alpha^\mu \quad \Phi_\alpha^\mu), \quad B_\beta^\nu = (I_3 \quad -\tilde{\rho}_\beta^\nu \quad \Phi_\beta^\nu). \quad (4)$$

当 μ 和 ν 满足

$$d^T(t - \Delta t) \cdot d(t) < 0 \text{ 和 } \|d(t)\| < \varepsilon \quad (0 < \varepsilon \ll 1) \quad (5)$$

时, 物体之间接触碰撞. 在撞击处加入非线性的弹簧力元, 相连物体为 B_α 与 B_β , 作用点即撞击点 μ 与 ν . 不计阻尼, 由 Hertz 定理, 接触碰撞力为

$$|f| = k\delta^{3/2}, \quad (6)$$

其中, 接触刚度系数 k 与接触体的几何形状和材料有关, δ 为撞击处的局部变形. 接触碰撞力矢量 f 沿 d 的反向, 即有

$$f = -|f| \frac{d}{|d|} = -fd, \quad (7)$$

其中, $f = k \frac{\delta^{3/2}}{\|d\|}$. 对球和球接触碰撞, 设 E_1, E_2, μ_1, μ_2 分别为两个物体的弹性模量和泊松比, R_1, R_2 分别为两个物体接触球面的半径, k 可表示为

$$k = \frac{4E^*}{3} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \quad E^* = \frac{1}{(1 - \mu_1^2)/E_1 + (1 - \mu_2^2)/E_2}. \quad (8)$$

接触碰撞力作为力元, 其虚功率 δW 为

$$\delta W = \delta \dot{d}^T f = f(\delta \nu_\beta^T B_\beta^{\nu^T} - \delta \nu_\alpha^T B_\alpha^{\mu^T}) d. \quad (9)$$

根据运动学递推关系, 通过绝对运动学量向相对运动学量的转换, 得到^[1]

$$\delta \nu_\beta = G_\beta y, \quad \delta \nu_\alpha = G_\alpha y. \quad (10)$$

其中, y 为铰坐标列阵, G_β, G_α 为递推矩阵. 因此, 接触碰撞力元的虚功率可写为

$$\delta W = f \delta \dot{y}^T (G_\beta^T B_\beta^{\nu^T} - G_\alpha^T B_\alpha^{\mu^T}) d. \quad (11)$$

与系统广义坐标 y 相对应的接触碰撞力元的广义力为

$$f^y = f(G_\beta^T B_\beta^{\nu^T} - G_\alpha^T B_\alpha^{\mu^T}) d. \quad (12)$$

系统动力学方程的 Jourdain 变分式为^[1]

$$\delta \dot{y}^T (-Z \ddot{y} + z + f^y) = 0, \quad (13)$$

其中, Z 为树型系统的广义质量阵, z 为广义力阵. 对于闭环系统, 由于切断铰约束方程的存在, 派生树系统的广义坐标对于闭环系统来说并不独立, 这些广义坐标除了须满足派生树系统的动力学方程外, 还必须满足因切断铰的存在而引入的独立的约束方程. 约束方程的基本形式可写为

$$\Theta(y, t) = 0. \quad (14)$$

引入 Lagrange 乘子阵 μ , 闭环系统的动力学方程为

$$\begin{cases} Z \ddot{y} + \Theta_y^T \mu = z + f^y, \\ \Theta(y, t) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

3 太阳电池阵撞击过程中的刚-柔耦合动力学分析

当初始展开到位时, 连接架 B_1 与内板 B_2 , 内板 B_2 与中二板 B_3 , 中二板 B_3 与中一板 B_4 , 中一板 B_4 与外板 B_5 之间发生碰撞锁定, 如图 2 所示. 图 3(a) 为铰链 A (偏置铰) $J_2(J_6)$ 的撞击示意图, 图 3(b) 为铰链 B (板间铰) $J_3(J_7)$, $J_4(J_8)$ 和 $J_5(J_9)$ 处的撞击示意图. B_1 与各帆板的惯量参数如表 1 所示.

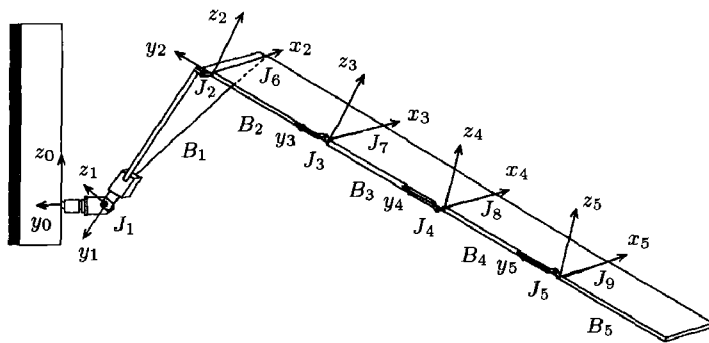


图 2 帆板撞击锁定示意图

Fig.2 Contact-impact of the plates

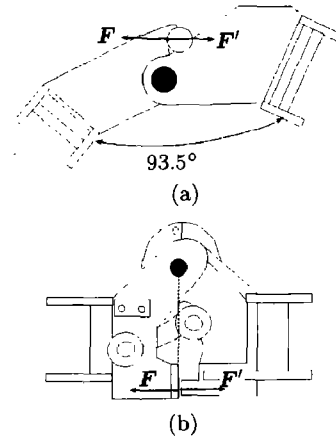


图 3 (a) 铰链 A; (b) 铰链 B

Fig.3 Joint A and Joint B

表 1 构件惯量参数

Table 1 Inertia properties of each body

构件	质量 /kg	转动惯量 / (kg·m ²)			质心坐标 /m
		9.637	2.382×10^{-1}	2.131×10^{-3}	1.151×10^{-2}
B_1	15.001	2.382×10^{-1}	6.945	-3.806×10^{-2}	-5.725×10^{-1}
		2.131×10^{-3}	-3.806×10^{-2}	1.658×10^1	-1.518×10^{-3}
		1.880×10^1	1.104×10^{-1}	-1.787×10^{-3}	-1.445×10^{-3}
B_2	17.480	1.104×10^{-1}	1.819×10^1	2.255×10^{-3}	-8.600×10^{-1}
		-1.787×10^{-3}	2.255×10^{-3}	3.699×10^1	-1.027×10^{-3}
		1.823×10^1	1.319×10^{-1}	1.236×10^{-8}	9.040×10^{-3}
B_3, B_4	16.630	1.319×10^{-1}	1.685×10^1	-9.725×10^{-4}	-8.775×10^{-1}
		1.236×10^{-8}	-9.725×10^{-4}	3.508×10^1	1.842×10^{-8}
		1.611×10^1	-1.604×10^{-2}	-7.052×10^{-5}	3.816×10^{-3}
B_5	15.805	-1.604×10^{-2}	1.514×10^1	-2.135×10^{-5}	-8.447×10^{-1}
		-7.052×10^{-5}	-2.135×10^{-5}	3.125×10^1	3.354×10^{-5}

为了得到 B_1 与各帆板的模态信息, 用 Nastran 应用软件对 B_1 及各帆板进行有限元分析. 根据它们的连接情况, 连接架 B_1 采用固支-简支模型, 取 31 个节点, 前 3 阶特征频率分别为 10.4498 Hz, 16.7952 Hz 和 17.7448 Hz. 内板 B_2 采用简支-简支模型, 取 68 个节点, 前 3 阶特征频率分别为 4.5820 Hz, 6.2080 Hz 和 12.3218 Hz. 中二板 B_3 和中一板 B_4 采用简支-简支模型, 前 3 阶特征频率分别为 4.6528 Hz, 6.3058 Hz 和 12.4652 Hz. 外板 B_5 采用固支-自由模型, 取 54 个节点, 前 3 阶特征频率和正则模态. 前 3 阶特征频率分别为 1.1396 Hz, 2.9017 Hz 和 5.8096 Hz. 公式 (6) 中撞击力的接触系数是: 偏置铰链, $8.08 \times 10^8 \text{ N/m}^{3/2}$; 板间铰链, $1.4638 \times 10^8 \text{ N/m}^{3/2}$. 分别用柔性体模型和刚体模型计算撞击力的时间历程如图 4—图 7 所示.

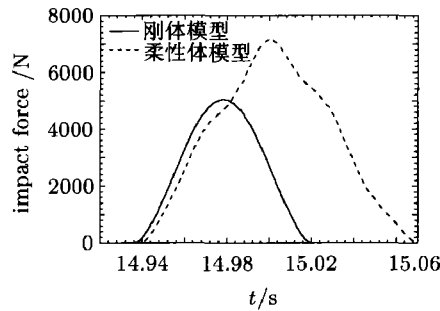


图4 J_2 处撞击力
Fig.4 Impact force of J_2

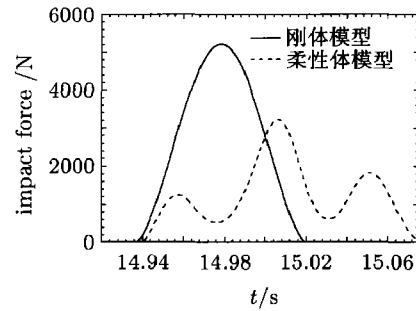


图5 J_3 处撞击力
Fig.5 Impact force of J_3

从图中可以看出, 对刚体模型, 当 $t = 14.979$ s 时, J_2 处撞击力达到最大值, 为 5044.84 N, J_3 , J_4 和 J_5 处撞击力达到的最大值为 5219.98 N; 当 $t = 15.02$ s 时, 撞击力趋于 0, 撞击结束. 对柔性体模型, J_2 , J_3 , J_4 和 J_5 处的撞击时间和撞击力均不相等, 与刚体模型相比, 撞击时间较长, 各铰处撞击力的峰值不等. 当 $t = 15.0005$ s 时, J_2 处的撞击力达到峰值, 为 7140.73 N; 在撞击过程中 J_3 处的撞击力出现两个峰值, 即 $t = 15.0005$ s 时, $F = 3234.03$ N 和 $t = 15.051$ s 时, $F = 1826.99$ N; 当 $t = 14.985$ s 时, J_4 处的撞击力达到峰值, 为 5723.3 N; J_5 处的撞击力出现两个峰值, 即 $t = 14.956$ s 时为 $F = 1517.11$ N, $t = 15.001$ s 时为 $F = 1586.05$ N. 计算结果表明, 在撞击过程中, 弹性波对撞击力的影响不能忽视.

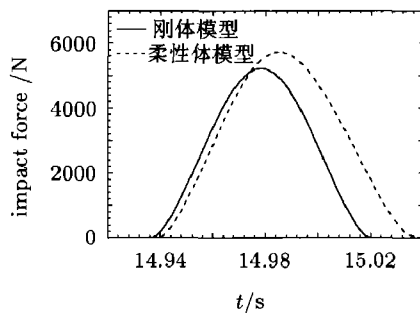


图6 J_4 处撞击力
Fig.6 Impact force of J_4

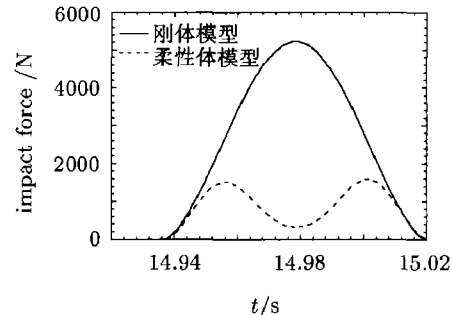


图7 J_5 处撞击力
Fig.7 Impact force of J_5

在撞击过程中, B_2 相对 B_1 的转角最大值为 0.01429 rad (刚体模型 0.01586 rad), B_3 相对 B_2 , B_4 相对 B_3 , B_5 相对 B_4 的转角最大值均为 0.02793 rad (刚体模型 0.03096 rad). 在恢复阶段, B_2 相对 B_1 的角速度最大值为 0.3497 rad/s (刚体模型 0.5629 rad), B_3 相对 B_2 , B_4 相对 B_3 , B_5 相对 B_4 的角速度最大值均为 0.6732 rad/s (刚体模型 1.0836 rad). 可以看出, 柔性体模型的各板相对角速度小于刚体模型, 这是由于在撞击过程中, 弹性变形明显增大, 板的转动动能的一部分转化为弹性势能, 引起撞击阶段各板的相对角速度减小, 因此, 各板在撞击阶段的相对转角比刚体模型小. 此外还可以看出, 由于 B_2 , B_3 , B_4 和 B_5 之间的平行约束的作用, 无论对刚体模型还是柔性体模型, B_3 相对 B_2 , B_4 相对 B_3 和 B_5 相对 B_4 的相对转角, 相对角速度的绝对值最大值相等.

4 结论

- (1) 在撞击过程中, 随着弹性变形的增大, 弹性变形对撞击力的影响不能忽视.
- (2) 柔性体模型的撞击时间比刚体模型长.
- (3) 在撞击阶段, 柔性体模型各板的相对转角小于刚体模型.
- (4) 在撞击的恢复阶段, 柔性体模型各板的相对角速度小于刚体模型.

参 考 文 献

- [1] Hong Jiazhen. Computational Dynamics of Multibody System. Beijing: High Education Press, 1999. 348—357. in Chinese (洪嘉振. 计算多体系统动力学. 北京: 高等教育出版社, 1999. 348—357)
- [2] Wu S C, Haug E J. A substructure technique for dynamics of flexible mechanical systems with contact-impact. *J. Mech. Des.*, 1990, **112**:369—376
- [3] Liu Jinyang, Hong Jiazhen. Contact-impact of solar battery during the deployment of the plates. *Chin. J. Space Sci.*, 2000, **20**(1):61—68. in Chinese (刘锦阳, 洪嘉振. 卫星太阳能电池阵在板展开阶段的撞击特性研究. 空间科学学报, 2000, **20**(1):61—68)
- [4] Liu Caishan, Chen Bin. Study on the oblique impact of an elastic beam with large overall motion. *Acta Mech. Sinica*, 2000, **32**(4):457—465. in Chinese (刘才山, 陈滨. 作大范围运动的柔性梁斜碰撞动力学研究. 力学学报, 2000, **32**(4):457—465)
- [5] Li Min, Zhu Dechao. Analytical and experimental research of ball-bar impact under low velocity. *J. Beijing Univ. Aeron. Astron.*, 2001, **27**(1):62—68, in Chinese (李敏, 诸德超. 球杆碰撞问题的数值分析和实验研究. 北京航空航天大学学报, 2001, **27**(1):62—68)

RIGID-FLEXIBLE COUPLING DYNAMICS OF SATELLITE SOLAR BATTERY

LIU Jinyang HONG Jiazhen

(Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Abstract

In this paper, the rigid-flexible coupling dynamics of satellite solar battery with multi point contact-impact is investigated. Based on Jourdain's variational principle and forward recursive formulation, the dynamic model of flexible multibody systems with contact impact is established. According to Hertz's impact law, the relation between the impact force and local deformation is obtained. The contact-impact of satellite plates is simulated by using rigid model and flexible model, respectively. The time histories of the impact force, impact time are calculated to reveal the coupling of the large overall motion and deformation.

Key words Satellite solar battery, Multi point impact, Rigid-flexible coupling dynamics