带状 SAR 成像对瞄准线加速度及正弦速度误差的要求

曹福祥
(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 710071)
袁建平
(西北工业大学航天工程学院)

摘 要

对合成孔径雷达载体偏离匀速直线运动的误差进行了详细推导，根据回波信号压缩波形主瓣偏移、二次相位误差、三次相位误差以及积分旁瓣比等图像质量指标最大允许值，给出了沿瞄准线 (即雷达天线相位中心至目标视线) 同时存在恒定加速度和正弦摆动速度误差时，带状正侧视 SAR 运动补偿要求的解析式.

关键词 合成孔径雷达—运动补偿

1 引 言

合成孔径雷达 (Synthetic Aperture Radar, SAR) 是以 "合成孔径" 原理和脉冲压缩技术为理论基础，以高速数字 (光学) 处理和精确运动补偿为前提条件的高分辨率微波成像雷达. 所谓运动补偿就是利用飞行器上运动传感器测得的运动信息，消除各种运动误差的影响，提高 SAR 图像质量. 但是无论采用多么先进的技术，运动补偿的精度都是有限的，总存在一定的残留误差. 因此，从理论上定量分析 SAR 图像品质对运动补偿的要求是实际系统设计中必须考虑的重要问题 [1−5].

在合成孔径时间 T_s 内，载体沿瞄准线的平动误差可等效为以下几种类型：恒定速度误差 $\Delta v_{\rm L}$，恒定加速度 $a_{\rm L}$ 及正弦变化速度误差 $\Delta v_{\rm L1}\cos(\omega_v t+\phi_0)$ (ω_v 为载体绕理想航迹摆动的角频率，ϕ_0 为时间起点不同选择时引入的初相角). 文献 [1] 对沿瞄准线单独存在上述 3 种误差之一时给出了正侧视带状 SAR 运动补偿的定量要求. 但实际上在合成孔径时间内，沿瞄准线的误差可能是 3 种类型的任意组合. 在 SAR 分辨率要求日益提高，载体运动环境越来越复杂的情况下，有必要进一步研究 SAR 图像品质对复杂运动补偿的要求. 限于篇幅，这里仅讨论沿瞄准线同时存在恒定加速度和正弦摆动速度误差，其它情况见文献 [6, 7].

1998-07-27 收到原稿， 1999-11-15 收到修定稿

2　同时存在恒加速度和正弦速度误差

同时存在恒加速度和正弦速度误差时沿瞄准线的位移可表示为

$$\Delta R_{\mathrm{L}}(t)=\frac{1}{2}a_{\mathrm{L}}t^2+\frac{\Delta v_{\mathrm{L1}}\sin(\omega_v t+\phi_0)}{\omega_v},\tag{1}$$

与上式对应的相位误差 $\phi(t)$ 为

$$\phi(t)=\frac{4\pi}{\lambda}\Delta R_{\mathrm{L}}(t)=\frac{2\pi a_{\mathrm{L}}}{\lambda}t^2+\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L1}}}{\lambda\omega_v}\sin(\omega_v t+\phi_0).\tag{2}$$

角频率 ω_v 不同，对 SAR 成像的影响也不同. 这里以合成孔径时间 T_{s} 为基准，引入在 T_{s} 内载体正弦摆动的次数 m，即 $\omega_v=(2\pi m)/T_{\mathrm{s}}$，可把正弦摆动速度误差分为 3 种：低频摆动 ($m<0.5$)；中频摆动 ($0.5\leqslant m\leqslant 2$) 和高频摆动 ($m>2$). 低频摆动主要造成二次相位误差；中频摆动除造成二次相位误差外，一次相位误差也不能忽略；高频摆动主要造成旁瓣电平增加. 下面按不同频段分别进行分析.

2.1　高频段

此时 (2) 式中第一项造成二次相位误差，与文献 [1] 类似，从限制二次相位误差要求出发可得出

$$|a_{\mathrm{L}}|\leqslant\frac{8v_{\mathrm{A}}^2\rho_{\mathrm{a}}^2}{\pi k^2\lambda R^2}(\phi_{2m})_m.\tag{3}$$

式中，v_{A} 为沿方位向理想匀速直线运动速度 (对实现合成孔径原理有贡献)，$(\phi_{2m})_m$ 为二次相位误差最大允许值，k 为天线方位向加权因子，ρ_{a} 为方位分辨率，λ 为雷达工作波长.

高频摆动速度误差主要造成旁瓣电平增加，从限制积分旁瓣比要求出发可得 [1]

$$\left|\frac{\Delta v_{\mathrm{L1}}}{v_{\mathrm{A}}}\right|\leqslant\frac{\sqrt{2}m\rho_{\mathrm{a}}}{kR}\sqrt{(\mathrm{ISLR})_m}.\tag{4}$$

式中 $(\mathrm{ISLR})_m$ 为积分旁瓣比最大允许值.

所以沿瞄准线同时存在恒定加速度和高频正弦摆动速度误差时，带状正侧视 SAR 成像对运动补偿精度的要求即 (3) 和 (4) 式同时成立.

2.2　低频段

此时把 (2) 式中第 2 项展开成泰勒级数，整理可得出

$$\phi(t)\approx\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L1}}}{\lambda\omega_v}\sin\phi_0+\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L1}}\cos\phi_0}{\lambda}t+\frac{2\pi}{\lambda}(a_{\mathrm{L}}-\Delta v_{\mathrm{L1}}\omega_v\sin\phi_0)t^2.\tag{5}$$

式中第二项造成压缩波形主瓣偏移的一次相位误差，当 $\phi_0=0$，它造成的主瓣偏移最大，此时有

$$\left|\frac{\Delta v_{\mathrm{L1}}}{v_{\mathrm{A}}}\right|\leqslant\frac{\Delta x_m}{R}.\tag{6}$$

(5) 式中的第 3 项产生二次相位误差, 若 a_{L} 与 $\Delta v_{\mathrm{L}1}$ 符号相反, 则它在 $\phi_0=\pi/2$ 且 $t=T_{\mathrm{s}}/2$ $\left(T_{\mathrm{s}}=\dfrac{k\lambda R}{2v_{\mathrm{A}}\rho_{\mathrm{a}}}\right)$ 时刻达到最大值 ϕ_{2m}, 即

$$\phi_{2m}=\frac{\pi k^2\lambda R^2(a_{\mathrm{L}}-\Delta v_{\mathrm{L}1}\omega_v)}{8v_{\mathrm{A}}^2\rho_{\mathrm{a}}^2}. \tag{7}$$

如果二次相位误差最大允许值为 $(\phi_{2m})_m$, 则

$$|a_{\mathrm{L}}|+|\Delta v_{\mathrm{L}1}\omega_v|\leqslant\frac{8\rho_{\mathrm{a}}^2v_{\mathrm{A}}^2}{\pi k^2\lambda R^2}(\phi_{2m})_m. \tag{8}$$

所以沿瞄准线同时存在恒加速度和低频正弦速度误差时, 带状正侧视 SAR 成像对运动补偿精度的要求即 (6) 和 (8) 式同时成立.

2.3 中频段

把 (2) 式中第二项展开成勒让德级数 (最佳拟合), 有

$$\phi(t)=\frac{2\pi a_{\mathrm{L}}}{\lambda}t^2+\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L}1}}{\lambda\omega_v}\sin(\omega_vt+\phi_0)=\frac{2\pi a_{\mathrm{L}}}{\lambda}t^2+\sum_{n=0}^{+\infty}a_nP_n(t). \tag{9}$$

上式中 $P_n(t)$ 为归一化勒让德多项式的第 n 项, a_n 为系数, 由正交性可得前 4 项的系数为

$$a_0=\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L}1}\sqrt{T_{\mathrm{s}}}}{\lambda\omega_v}\sin\phi_0F_0(m\pi),\quad a_1=\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L}1}\sqrt{3T_{\mathrm{s}}}}{\lambda\omega_v}\cos\phi_0F_1(m\pi),$$

$$a_2=\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L}1}\sqrt{5T_{\mathrm{s}}}}{\lambda\omega_v}\sin\phi_0F_2(m\pi),\quad a_3=\frac{4\pi\Delta v_{\mathrm{L}1}\sqrt{7T_{\mathrm{s}}}}{\lambda\omega_v}\cos\phi_0F_3(m\pi).$$

$F_0(m\pi)$, $F_1(m\pi)$, $F_2(m\pi)$, $F_3(m\pi)$ 的具体表达式见文献 [1].

(9) 式中勒让德级数展开式中的一次项构成一次相位误差, 即

$$\phi_1(t)=a_1P_1(t)=\frac{48\pi v_{\mathrm{A}}\rho_{\mathrm{a}}\Delta v_{\mathrm{L}1}}{k\lambda^2R\omega_v}\cos\phi_0F_1(m\pi)t, \tag{10}$$

当 $\phi_0=0$, 上式造成的主瓣偏移最大, 此时有

$$\left|\frac{\Delta v_{\mathrm{L}1}}{v_{\mathrm{A}}}\right|\leqslant\frac{m\pi}{3RF_1(m\pi)}\Delta x_m. \tag{11}$$

(9) 式中第 1 项与最佳拟合二次项构成总的二次相位误差:

$$\phi_2(t)=\frac{2\pi a_{\mathrm{L}}}{\lambda}t^2+a_2P_2(t)=\frac{2\pi a_{\mathrm{L}}}{\lambda}t^2+\frac{20\pi\Delta v_{\mathrm{L}1}}{\lambda\omega_v}\sin\phi_0F_2(m\pi)\left(\frac{6t^2}{T_{\mathrm{s}}^2}-\frac{1}{2}\right). \tag{12}$$

当 a_{L} 与 $\Delta v_{\mathrm{L}1}$ 同符号时, 上式在 $\phi_0=\pi/2$ 且 $t=T_{\mathrm{s}}/2$ 时刻达到最大值 ϕ_{2m}, 若二次相位误差最大允许值为 $(\phi_{2m})_m$, 则整理可得出

$$|a_{\mathrm{L}}|\leqslant\frac{8\rho_{\mathrm{a}}^2v_{\mathrm{A}}^2}{\pi k^2\lambda R^2}\left[(\phi_{2m})_m-\frac{30\pi F_2(m\pi)}{\lambda}\left|\frac{\Delta v_{\mathrm{L}1}}{\omega_v}\right|\right]. \tag{13}$$

最佳拟合的三次项造成三次相位误差, 其均方差 σ_3 为

$$\sigma_3=\frac{4\pi\sqrt{7}\Delta v_{\mathrm{L}1}}{\lambda\omega_v}\cos\phi_0F_3(m\pi).$$

如果 σ_3 的最大允许值为 σ_{3m}，则有

$$\left|\frac{\Delta v_{L1}}{v_A}\right| \leqslant \frac{m\rho_a}{\sqrt{7}kRF_3(m\pi)}\sigma_{3m}. \tag{14}$$

更高次相位误差将造成积分旁瓣电平增加，其积分旁瓣比 ISLR 为 [1]

$$\mathrm{ISLR} = \langle\phi^2(t)\rangle - (\sigma_0^2+\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2), \tag{15}$$

上式中 $\langle\phi^2(t)\rangle$ 为相位误差 $\phi(t)$ 的均方值．由 (9) 式知，

$$\langle\phi^2(t)\rangle = \frac{1}{T_s}\int_{-T_s/2}^{T_s/2}\left[\frac{2\pi a_L}{\lambda}t^2 + \frac{4\pi\Delta v_{L1}}{\lambda\omega_v}\sin(\omega_v t+\phi_0)\right]^2 \mathrm{d}t = \frac{4\pi^2T_s^2}{\lambda^2}\left\{\frac{a_L^2T_s^2}{80} + \frac{\Delta v_{L1}^2}{2(m\pi)^2} + \frac{a_L\Delta v_{L1}T_s\sin\phi_0}{2(m\pi)^4}[(m^2\pi^2-2)\sin m\pi + 2m\pi\cos m\pi]\right\}, \tag{16}$$

由最佳拟合各项系数可得

$$\sigma_0^2+\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2 = (a_0^2+a_1^2+a_2^2+a_3^2)\frac{1}{T_s} = \frac{8\pi^2T_s^2}{\lambda^2}\left\{\frac{\Delta v_{L1}^2}{2(m\pi)^2}[\sin^2\phi_0F_0^2(m\pi) + 3\cos^2\phi_0F_1^2(m\pi) + 5\sin^2\phi_0F_2^2(m\pi) + 7\cos^2\phi_0F_3^2(m\pi)]\right\}, \tag{17}$$

(16), (17) 式代入 (15) 式可得

$$\mathrm{ISLR} = \frac{8\pi^2T_s^2}{\lambda^2}\left\{\frac{a_L^2T_s^2}{160} + \frac{\Delta v_{L1}T_s\sin\phi_0}{4(m\pi)^4}[(m^2\pi^2-2)\sin m\pi + 2m\pi\cos m\pi]a_L + \frac{\Delta v_{L1}^2}{4(m\pi)^2}[1-2(\sin^2\phi_0F_0^2(m\pi) + 3\cos^2\phi_0F_1^2(m\pi) + 5\sin^2\phi_0F_2^2(m\pi) + 7\cos^2\phi_0F_3^2(m\pi))]\right\},$$

令

$$\frac{1}{4(m\pi)^2}[1-2(\sin^2\phi_0F_0^2(m\pi) + 3\cos^2\phi_0F_1^2(m\pi) + 5\sin^2\phi_0F_2^2(m\pi) + 7\cos^2\phi_0F_3^2(m\pi))] = G^2(m\pi),$$

$$\frac{\sin\phi_0}{4(m\pi)^4}[(m^2\pi^2-2)\sin m\pi + 2m\pi\cos m\pi] = H_1(m\pi),$$

可得

$$\mathrm{ISLR} = \frac{8\pi^2T_s^2}{\lambda^2}\left\{G^2(m\pi)\Delta v_{L1}^2 + H_1(m\pi)T_s\Delta v_{L1}a_L + \frac{a_L^2T_s^2}{160}\right\} = \frac{8\pi^2T_s^2}{\lambda^2}\left\{\left[G(m\pi)\Delta v_{L1} + \frac{H_1(m\pi)}{2G(m\pi)}T_sa_L\right]^2 + \left[\frac{1}{160} - \frac{H_1^2(m\pi)}{4G^2(m\pi)}\right]T_s^2a_L^2\right\}, \tag{18}$$

如果积分旁瓣比最大允许值为 $(\mathrm{ISLR})_m$, 则由上式可得

$$\left|\frac{\Delta v_{\mathrm{L1}}}{v_{\mathrm{A}}}\right| \leqslant \frac{1}{G(m\pi)} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{\mathrm{a}}^2}{2\pi^2 k^2 R^2}(\mathrm{ISLR})_m - \left[\frac{1}{160} - \frac{H_1^2(m\pi)}{4G^2(m\pi)}\right] \cdot T_{\mathrm{s}}^2 \left|\frac{a_{\mathrm{L}}}{v_{\mathrm{A}}}\right|^2} - \frac{H_1(m\pi)}{2G^2(m\pi)} \cdot T_{\mathrm{s}} \left|\frac{a_{\mathrm{L}}}{v_{\mathrm{A}}}\right|. \tag{19}$$

上式很复杂, 但是当 $|a_{\mathrm{L}}| \to 0$ 时, 分析可知 (19) 式与文献 [1] 一致, 说明本文的推导是正确的. 所以沿瞄准线同时存在恒定加速度和中频正弦速度误差时, 带状正侧视 SAR 成像对运动补偿精度的要求由 (11) 、 (13) 、 (14) 与 (19) 式共同表示.

3 算 例

设一机载 SAR, 飞行高度 5 km, 成像斜距 10 km, 飞行速度为 100 m/s, 雷达工作波长为 0.03 m, 天线方位向主瓣展宽因子 1.3, 方位分辨率 3 m. 如果取其正侧视图像质量指标如下: 主瓣偏移 1.5 m, 二次相位误差为 $\pi/4$, 三次相位误差为 $\pi/4$, 积分旁瓣比 -15 dB, 则根据文献 [1] 可计算出沿瞄准线单独存在恒定加速度、高频正弦速度误差、低频正弦速度误差和中频正弦速度误差时, SAR 成像对运动补偿精度的要求分别如表 1 中上半部所示; 根据本文推导的公式可计算出沿瞄准线同时存在恒加速度及正弦速度误差时, SAR 成像对运动补偿精度的要求分别如表 1 中后半部所示. 这里对应于低、中及高频正弦摆动, 分别取 $m = 0.4$, $m = 1.5$ 和 $m = 4$, 速度误差的单位为 m/s, 加速度的单位为 $\mathrm{m/s^2}$.

表 1 瞄准线运动补偿要求

误差类型	要求
a_{L}	$\leqslant 0.036$
高频 Δv_{L1}	$\leqslant 0.041$
低频 Δv_{L1}	$\leqslant 0.009$
中频 Δv_{L1}	$\leqslant 0.020$
a_{L}	$\leqslant 0.036$
高频 Δv_{L1}	$\leqslant 0.041$
a_{L}	$\leqslant 0.007$
低频 Δv_{L1}	$\leqslant 0.007$
a_{L}	$\leqslant 0.022$
中频 Δv_{L1}	$\leqslant 0.008$

4 结 束 语

本文导出了沿瞄准线同时存在恒定加速度和正弦速度误差时, 正侧视 SAR 运动补偿要求的解析式, 并结合 1 个例子进行了计算, 结果表明:

(1) 沿瞄准线同时存在恒加速度及高频正弦速度误差时, 用文献 [1] 中公式和本文给出公式求得的 SAR 成像对运动补偿精度的要求相同;

(2) 沿瞄准线同时存在恒加速度及低频或中频正弦摆动速度误差 2 种情况下, 应使用本文推导的公式计算. 此时由于各种运动误差同时产生相位误差, SAR 成像对运动补偿精度的要求比文献 [1] 给出的要求更高.

参　考　文　献

[1] 张澄波著. 综合孔径雷达-原理、系统分析与应用. 北京：科学出版社， 1989. 312—323
[2] Carrara W G *et al.* Spotlight SAR——Signal Processing Algorithms. Boston·London: Artech House Inc., 1995. 220—222
[3] Hounam D. Motion Errors and Compensation Possibilities. AD-A255697, 1992, 3.6—3.12
[4] Farrel J L, Mims J H, Sorrell A. Effect of navigation errors in maneuvering SAR. *IEEE Trans. AES,* 1973, **9**(5):758—776
[5] Kirk J C. Motion compensation for SAR. *IEEE Trans. AES,* 1975, **11**(3):338—348
[6] 曹福祥，袁建平. SAR 成像对瞄准线方向运动补偿的要求. 中国空间科学技术， 1999, **19**(3):23—28
[7] 曹福祥，袁建平. 机载 SAR 成像对瞄准线运动补偿的要求. 飞行力学， 1999, **17**(2):92—96

SAR MOTION COMPENSATION REQUIREMENT CONCERNING COMPLICATED LINE-OF-SIGHT MOTION ERRORS

CAO Fuxiang

(*Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an* 710071)

YUAN Jianping

(*College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University*)

Abstract

The working principle of Synthetic Aperture Radar (SAR) based on the knowledge of the relative motion between the vehicle (strictly is Antenna Phase Center) and the target. If the flight path of the vehicle is not accurately known or the SAR processor is limited in its ability to take the flight data into account, the SAR image will be degraded. The purpose of this paper is to study the stripmap SAR Motion Compensation (SARMC) requirement to complicated Line-of-Sight (LOS) motion errors of flight vehicle and to derive analytical equations of SARMC quantitative requirement expressed as allowable maximum value of the mainlobe shift, quadratic phase error, cubic phase error and the Integrated Sidelobe Ratio (ISLR).

Key words　SAR, Motion compensation