

下行重力波波包在可压大气中的传播^{*}

岳显昌 易帆

(武汉大学无线电科学技术系 430072)

摘 要

应用 ADI 格式模拟了下行重力波在二维可压大气中非线性传播。结果显示,重力波能量向下传输,波振幅明显衰减。与线性方程的数值模拟结果的比较表明,在非线性情况下,重力波仍可保持线性传播的某些特征,非线性效应随波振幅的衰减对波包传播速度的修正作用很快变弱。

关键词 重力波—非线性效应—ADI 格式

1 引 言

重力波的传播一直被认为是发生在中高层大气中最普遍的动力学现象。通过传播过程,重力波将能量和动量从一个区域传输到另一个区域,导致大气不同层区之间的相互耦合。深入和全面地理解重力波的产生、传播、内传输和耗散过程是当今中高层大气科学的一个重要目标。

关于重力波传播理论的研究,已经取得了长足的发展。80年代以来,人们开始采用简单的模型对重力波在中高层大气中的非线性传播进行数值模拟。进入90年代后,人们开始进行较为复杂的重力波波包非线性传播过程的数值模拟工作。Prusa^[1]应用不可压的等温大气模型,对底部边界上一个时变高斯型强迫激发的波包在中层的传播与破碎过程进行了数值研究。张绍东和易帆^[2]应用全隐欧拉(FICE)格式在二维情况下对重力波波包在等温、可压大气中的非线性传播过程进行了数值模拟。我们应用ADI格式在二维情况下对重力波波包在等温、可压大气中的非线性传播过程进行了数值模拟^[3],给出了小振幅上传重力波波包在顺风情况下传播的全过程。

重力波实验观测很大程度上指导着重力波理论的研究。80年代以来,随着雷达技术的发展,重力波的观测资料日益丰富。张绍东和易帆^[4]在分析VHF雷达观测资料时,发现中层顶存在很强的能量下传的惯性重力波。但对于重力波传播的理论研究中,还没有关于能量下传重力波的研究工作。

本文采用交替方向隐格式(ADI)对于下传重力波在二维可压大气中的非线性传播过程进行了数值模拟,并将该模型的数值结果与线性方程的数值模拟结果进行了比较。

^{*} 国家自然科学基金重大项目(49990450),国家杰出青年基金(49625407)共同资助

2000-06-26 收到原稿, 2000-11-15 收到修定稿

2 数值计算参数的选取

在文献 [3] 中, 岳显昌和易帆等应用 ADI 格式建立了二维可压大气中声重波非线性传播的数值模型. 在本文中我们仍应用该模型对能量下传重力波的非线性传播过程进行数值模拟.

2.1 初始背景

设初始背景大气为等温、流体静力学平衡大气, 并假定水平均匀. 取水平风速为 $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 垂直风速为 $0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 即

$$\rho_0 = \rho_c e^{-\frac{z}{h}}, \quad p_0 = p_c \frac{\rho_0}{\rho_c}, \quad u_0 = 10, \quad w_0 = 0.$$

式中, ρ_0, p_0, u_0, w_0 分别为初始背景大气的密度、压强、水平和垂直风分量; p_c, ρ_c 为常数, 分别是海平面的压强和密度值; $h = p_c / \rho_c g$.

2.2 初始扰动

初始时刻, 在流体静力学平衡、等温大气中加上一个向下传播的高斯型重力波波包扰动, 其水平扰动速度具有如下的形式:

$$u'(x, z, 0) = u_c e^{-\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{(z-z_c)^2}{2\sigma_z^2}} \sin[k_x(x-x_c) + k_z(z-z_c)], \quad (1)$$

式中 u_c, x_c, z_c 为常数, $u_c = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $x_c = 1000 \text{ km}$, $z_c = 110 \text{ km}$. k_x, k_z 分别为重力波的水平波数和垂直波数, σ_x, σ_z 为波包的半宽度. 根据中层的观测 [4-7], 取水平波长 $\lambda_x = 200 \text{ km}$, 垂直波长 $\lambda_z = 10 \text{ km}$, $\sigma_x = \lambda_x, \sigma_z = \lambda_z$.

物理量 $w'(x, z, 0), \rho'(x, z, 0), p'(x, z, 0)$ 的初始扰动均按文献 [3] 中的方法给出.

2.3 空间步长和计算区域

在本节的数值计算中, 在水平方向我们的研究范围是 $200 \text{ km} \leq x \leq 4000 \text{ km}$, 垂直方向上的范围是 $10 \text{ km} \leq z \leq 150 \text{ km}$. 但在计算中, 为避免边界反射对波包传播过程的影响并保持计算的长期稳定性, 我们所取的计算区域为 $0 \text{ km} \leq x \leq 4200 \text{ km}$ 和 $0 \text{ km} \leq z \leq 160 \text{ km}$. 考虑到引入的重力波扰动的空间尺度, 分别取 $\Delta x = 20 \text{ km}$, $\Delta z = 1 \text{ km}$.

3 非线性传播过程计算结果分析

首先观察重力波波包水平扰动速度的非线性传播过程 (图 1). 由图 1 可以很明显地看出重力波波包在计算区域中向下传播. 波包在传播过程中, 形状基本保持不变, 但扰动覆盖范围较初始时刻有所增加. 波相关扰动速度随高度的降低而减小. 初始时刻波包峰值位于 110 km (中层顶以上) 的高度上, 水平扰动速度为 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 经过了 12 h 的传播后, 当波包传播到大约 53 km (平流层顶) 的高度上时, 水平波相关扰动速度已经减少到大约 $0.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 这与从线性方程求得的值很接近, 表明非线性效应对重力波振幅的影响很小. 这个结果表明: 一个波源在中层顶以上的能量下传重力波, 或在中层顶以上位置由于相互作用以及反射等引发的能量下传重力波, 在中层顶附近有很明显的扰动振幅 ($20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$),

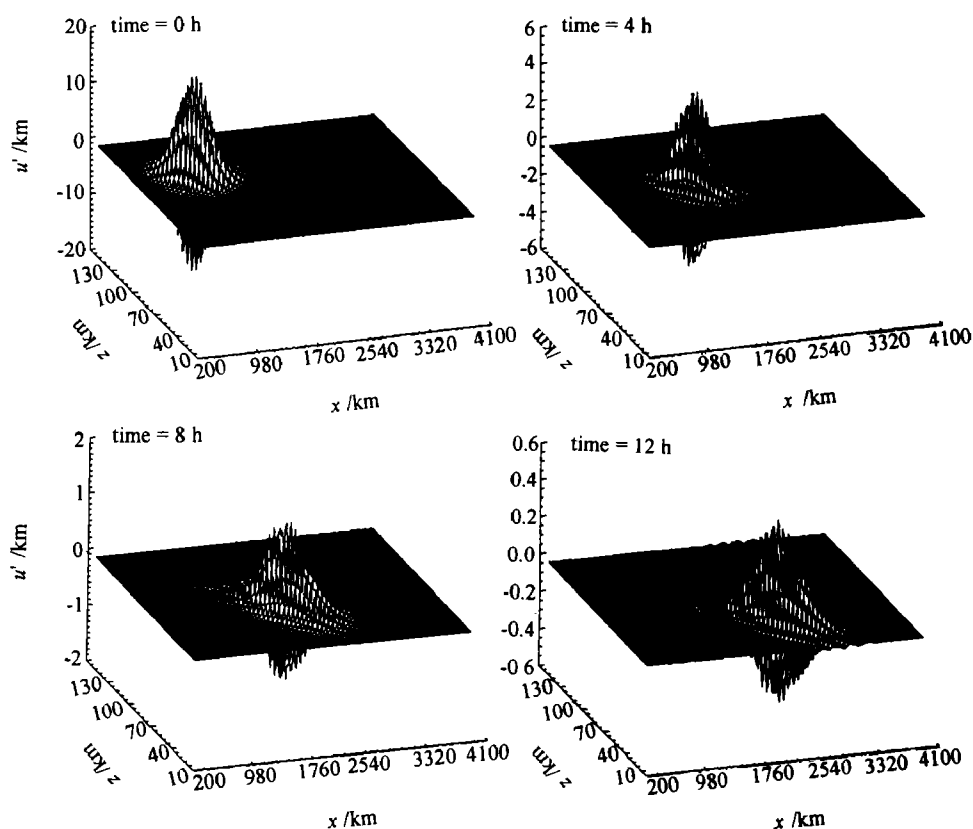


图 1 重力波波包水平速度的传播

Fig.1 The horizontal velocity propagation of gravity-wave packet

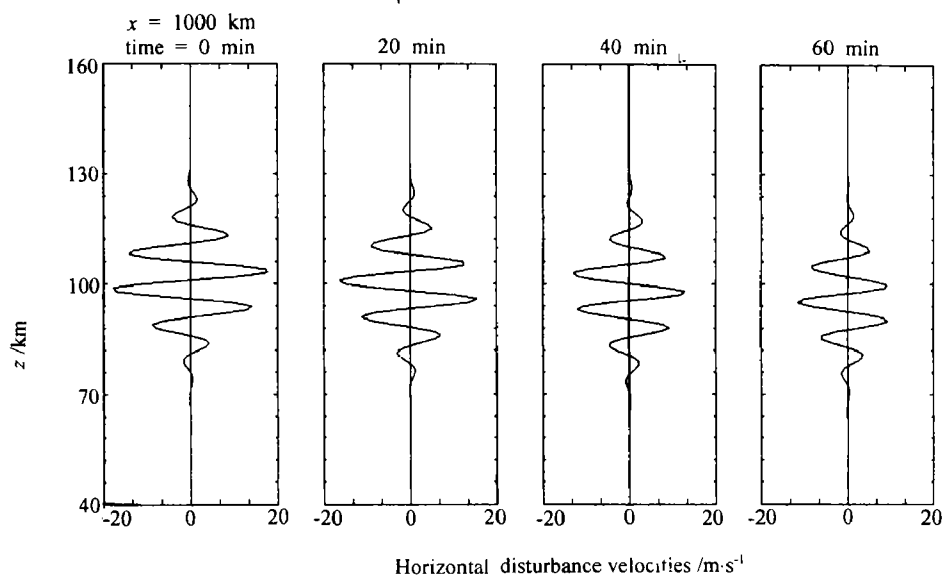


图 2 重力波波包峰值波相关水平扰动速度随时间变化的高度剖面图

Fig.2 Time variation of profiles of wave-associated disturbance velocities at the Peaks of gravity-wave packet

可以被很好地观测到, 却消逝在下中层及平流层位置, 无法从大气噪声中检测出来. 这个结果或许能够为中层大气下行波观测事例非常少的现象提供一个解释.

为了观察波包的垂直相位传播, 给出图 2. 为了明确地表现波相位的运动, 图 2 中给出的各图间的时间间隔取为 20 min. 图中清楚地表现出重力波波包相位向上的垂直运动. 经计算, 平均垂直相速度为 $\nu_{pz} \approx 1.94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 此结果与从线性重力波的色散关系的计算结果 ($1.94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) 相一致. 这说明非线性效应对下行重力波的运动学过程影响很小.

重力波波包在中层的非线性传播中, 伴随着波相位向上传播, 波包向下传播能量. 为清晰地反映波相关能量的垂直传输方向, 我们对垂直方向上的平均波能量密度 $\langle \varepsilon_w \rangle$ 进行计算,

$$\varepsilon_w = \frac{1}{2} \rho_0 (u'^2 + w'^2) + \frac{p'^2}{2 \rho_0 v_a^2} + \frac{(p' - \rho_0 v_a^2)^2}{2 \rho_0 (\gamma - 1) v_a^2},$$

$\langle \varepsilon_w \rangle$ 是由 ε_w 用带通滤波器滤波后得到的. 图 3 为平均能量密度在不同时刻的空间分布. 在波包的传播过程中, 在大部分计算区域中, 平均垂直波能量通量为正, 表明在大部分区域波相关能量向下传输, 这与线性重力波理论的预言是完全一致的.

由于重力波在对流层和中层之间能量传输过程中起着极为重要的作用, 因此在重力

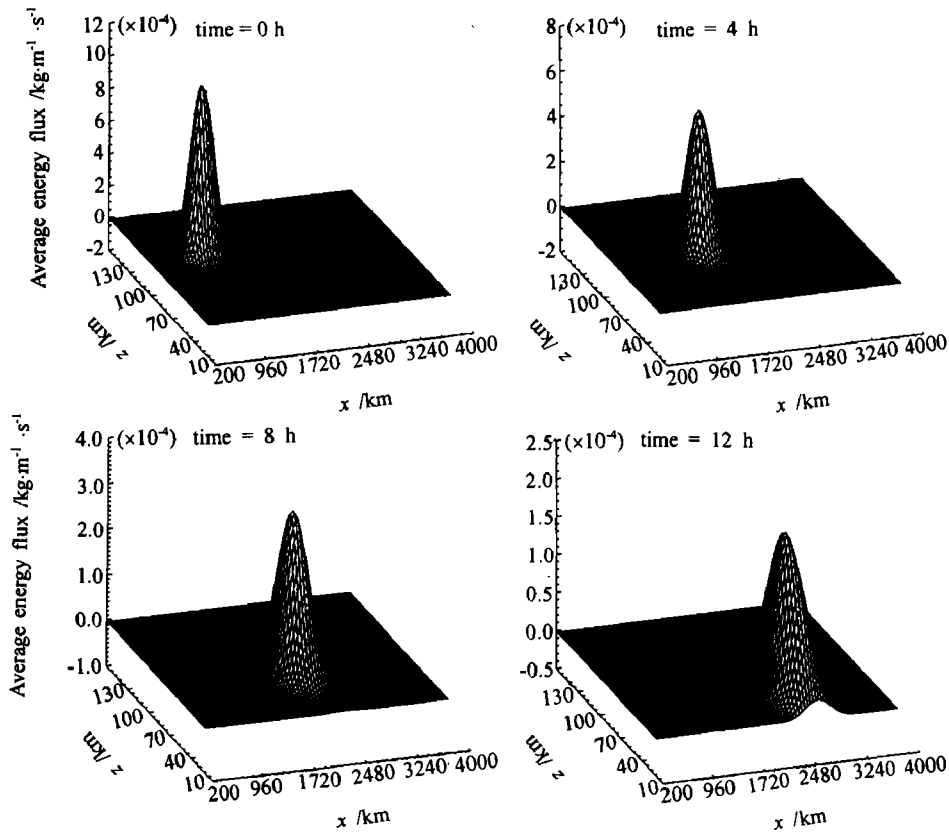


图 3 重力波波包能量随时间分布

Fig.3 Time distributions of the gravity-wave packet energies

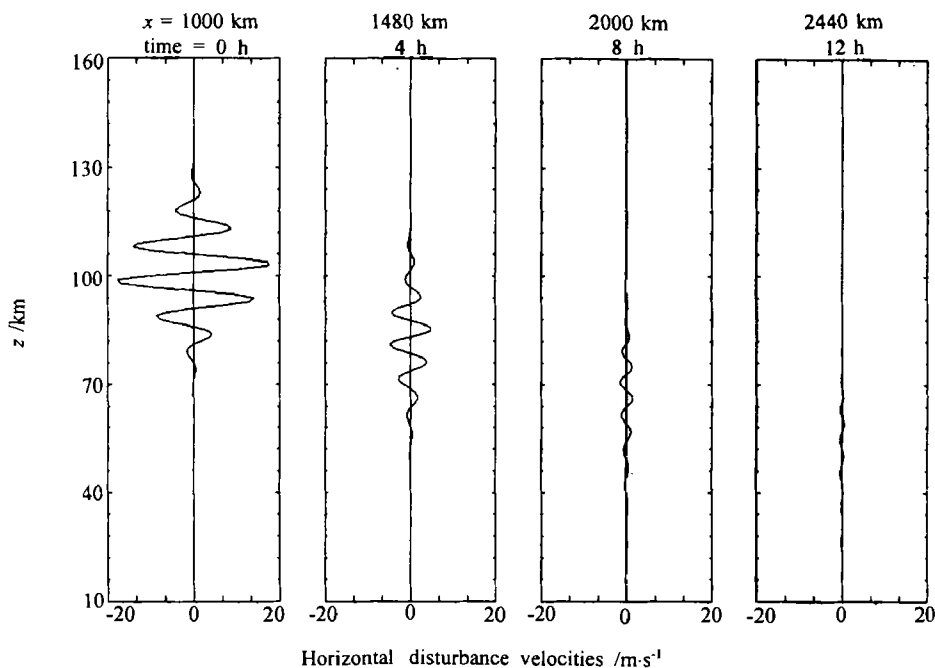


图 4 重力波波包峰值位置波相关水平扰动速度随时间变化的高度剖面图
Fig.4 Time variation of profiles of wave-associated disturbance velocities at the peaks of gravity-wave packet

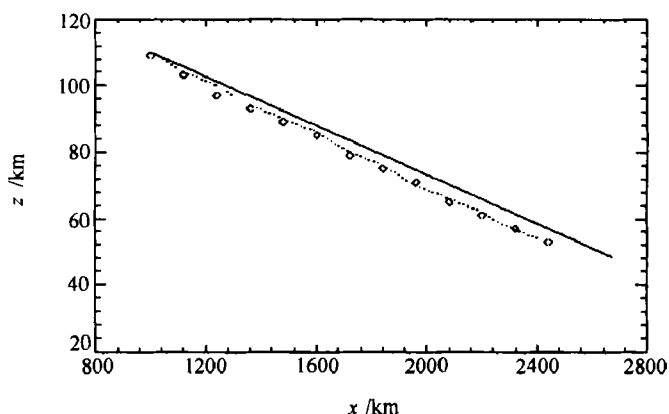


图 5 重力波波包传播路径
Fig.5 The propagating path of gravity-wave packet

波的研究过程中,人们往往关注于重力波垂直方向的传播行为.为此我们给出了不同时刻在波包峰值位置波相关水平扰动速度的高度剖面图(图4).从图4可以很清晰地看到重力波波包向下传播.另外,从图4我们还可以观察到重力波在均匀背景风场中传播了12h后,波包仍然稳定地传播,并且波包形状没有明显的改变.

由于经过了长时间(几个波周期)的传播后,重力波波包的形状变化不大,因此我们可以将波能量传播路径与从线性重力波理论导出的射线路径进行比较.如图5所示,实线

代表通过重力波的线性射线理论得到的波包传播路径;“◇”线是从本文计算结果得到的重力波波包的非线性传播路径,即能量中心的传播路径.图中的每个“◇”点对应于传播过程中整小时时刻的数据结果.从图 5 可看出重力波波包的非线性传播路径与从线性射线理论得到的射线路径非常接近,但波包的能量传输速度明显小于从线性波理论导出的群速度.图 5 中的“◇”线表明,波包峰值在初始时刻位于 $x=1\,000\text{ km}$, $z=110\text{ km}$, 在传播了 12 h 后,波包峰值位于 $x=2\,440\text{ km}$, $z=53\text{ km}$ 处,平均水平传播速度为 $33.33\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 小于线性理论的计算结果 ($38.76\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$); 平均垂直向下传播速度为 $1.32\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 也小于线性理论的计算结果 ($1.43\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). 这说明一个小振幅下行重力波被激发, 它能自由、稳定地沿着它的射线路径长时间传播, 非线性效应仅对它的传播速度起修正作用.

我们又应用二维大气动力学线性方程对该重力波的传播进行了数值模拟, 并将结果做了与非线性计算结果一样的处理. 图 5 中虚线所示, 即是由线性方程计算结果得到的该重力波传播路径. 发现二者模拟的重力波传播过程非常的吻合. 仔细观察可发现, 在重力波传播的初始 3 h, 二者的模拟结果还有些较明显的偏差, 而当传播了 4 h 后, 线性与非线性传播路径就非常的接近了. 这是因为初始波振幅较大 ($20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), 波速振幅与波包水平相速度 ($33.33\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) 之比为 0.6, 接近 1, 故此时的非线性效应作用较大. 在传播了 4 h 后, 随着波包的向下传播, 波振幅很快的衰减, 波包的水平扰动速度已减小到 $5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下, 与水平相速度之比小于 0.15, 已经远小于 1, 非线性效应已经不发生什么作用了.

4 结 论

应用交替方向隐格式 (ADI) 模拟了二维下行重力波波包的非线性传播, 随着波包的向下传播, 波相位向上, 波包能量向下传输, 波振幅随高度的下降而衰减. 经过 12 h 的传播后, 当波包传播到大约 53 km(平流层顶) 的高度上时, 水平波相关扰动速度已经减少到大约 $0.5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 这与从线性方程求得的值很接近, 表明非线性效应对重力波振幅的影响很小. 这个结果表明, 一个波源在中层顶以上的能量下传重力波, 或在中层顶以上位置由于相互作用以及反射等引发的能量下传重力波, 在中层顶附近有很明显的扰动振幅 ($20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), 可以很好地观测到, 却消逝在下中层及平流层位置, 无法从大气噪声中检测出来. 这个结果或许能够为中层大气下行波观测事例非常少的现象提供一个解释.

我们应用二维大气动力学线性方程对该重力波的传播进行了数值模拟, 并将结果做了与非线性计算结果一样的处理. 图 5 中虚线所示, 即由线性方程计算结果得到的该重力波传播路径. 发现二者模拟的重力波传播过程非常的吻合. 仔细观察可以发现, 在重力波传播的初始几个小时, 二者的模拟结果还有些较明显的偏差, 而当传播了 4 h 后, 线性与非线性传播路径就非常接近了. 这是因为初始波振幅较大 ($20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), 波速振幅与波包水平相速度 ($33.33\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) 之比为 0.6, 接近 1, 故此时的非线性效应作用较大. 在传播了 4 h 后, 随着波包的向下传播, 波振幅很快地衰减, 波包的水平扰动速度已减小到 $5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下, 与水平相速度之比小于 0.15, 已经远小于 1, 非线性效应的作用已经非常小了.

参 考 文 献

- [1] Prusa J M. Propagation and breaking at high altitudes of gravity waves excited by tropospheric forcing. *J. Atmos. Sci.*, 1996, **53**:671—687
- [2] Zhang Shaodong, Yi Fan. A numerical study of nonlinear propagation of a gravity-wave packet in compressible atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 1999, **104**:14 261—14 270
- [3] 岳显昌等. 用 ADI 格式研究声重波波包在可压大气中的传播. 地球物理学报, 2001, **44**
- [4] 张绍东等. 极区中层惯性重力波临界层的 VHF 雷达观测. 空间科学学报, 1996, **16**:227—232
- [5] 张绍东等. 极区中层惯性重力波的 VHF 雷达观测的统计特征. 空间科学学报, 1995, **15**:156—163
- [6] 张绍东等. 极区中层惯性重力波 VHF 雷达观测的统计特征. 空间科学学报, 1996, **16**:152—158
- [7] Vincent R A. Planetary and gravity waves in the mesosphere and low thermosphere. *Adv. Space Res.*, 1990, **10**:93—101

THE NONLINEAR PROPAGATION OF DOWNGOING GRAVITY-WAVE PACKET IN A COMPRESSIBLE ATMOSPHERE

YUE Xianchang YI Fan

(Department of Radio Science and Technology, Wuhan University, 430072)

Abstract

By using an ADI scheme, the nonlinear propagation of downgoing gravity-wave packet in a two-dimensional compressible atmosphere is simulated. Results of numerical simulation suggest that the wave-associated energy moves downward and the velocity perturbation amplitude decreased rapidly. Comparing with the numerical results of linearized equations, we find that under nonlinear condition, a gravity wave packet is still able to keep some characterizations as under linear propagation. The impact of nonlinear effect on the propagation velocity of gravity-wave packet weakens rapidly with decreasing velocity perturbation amplitude.

Key words Gravity-wave, Nonlinear effect, ADI scheme