

被动冗余度空间机器人动力学控制^{*}

何广平¹ 陆震² 王凤翔¹

¹(中国火箭技术研究院长征航天控制工程公司 北京 100038)

²(北京航空航天大学机械与自动化学院)

摘 要

研究了被动冗余度空间站机器人的动力学控制问题。包括非完整系统的运动规划, 渐进稳定的动力学控制规律; 在动力学控制中, 利用被动冗余度机器人“非完整自运动”的运动学优化方法完成机器人的动力学控制, 构造的动力学闭环控制律保证机器人运动过程中末端跟踪期望的运动轨迹。通过三连杆空间站机器人模型进行了仿真, 结果证明了得到的结论。

关键词 空间机器人—被动关节—冗余度—动力学—控制

1 引 言

存在被动关节 (Passive Joint) 的冗余度机器人系统 (简称被动冗余机器人系统) 是指机器人系统的主动关节 (能提供驱动力或力矩的关节) 数目比系统的总自由度少^[1-3], 同时机器人的关节数目大于机器人操作空间的自由度。说明被动关节的机器人系统是广泛存在的, 这种机器人的突出优点是被动关节不需要驱动系统, 因此设计和制造都很方便, 应用于空间机器人系统能使机器人的重量缩减, 同时由于驱动关节少, 系统的可靠性得到提高。

有被动关节的机器人系统为非完整约束系统, 若同时机器人为冗余度的, 则机器人系统拥有非完整冗余特性。这种特性不存在一般意义下的“自运动”与之对应, 但是同样可以利用机器人的非完整特性改善系统的性能, 本文将研究这种机器人的动力学优化控制方法, 并将全主动关节机器人和被动冗余机器人的特性从理论和仿真两方面进行比较。

2 被动冗余度空间站机器人系统逆动力学方程

对于没有助推器和转向轮的空间机器人系统, 其动力学方程为如下形式:

$$\begin{bmatrix} H_{aa} & H_{ab} & H_{ap} \\ H_{ba} & H_{bb} & H_{bp} \\ H_{pa} & H_{pb} & H_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_a \\ \ddot{X}_b \\ \ddot{\theta}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_a & & \\ & D_b & \\ & & D_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_a \\ \dot{X}_b \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_a \\ X_b \\ \theta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_a \\ c_b \\ c_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, 下角标 a(actuated) 表示主动关节, b(base) 表示飞行器基础, p(passive) 表示被动关节。H 表示广义惯性阵, X_b 为基础的位姿广义坐标矢量, θ 为操作臂的关节广义坐

^{*} 国家自然科学基金资助项目

2000-05-18 收到原稿, 2000-11-15 收到修定稿

标矢量, D 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵, c 表示与速度有关的非线性项. τ 为操作臂关节力矩. 空间机器人在轨工作时, 认为 $D = 0$, $K = 0$. 则方程 (1) 可以简化为

$$H_{aa}\ddot{\theta}_a + H_{ab}\ddot{X}_b + H_{ap}\ddot{\theta}_p + c_a = \tau, \quad (2)$$

$$H_{ba}\ddot{\theta}_a + H_{bb}\ddot{X}_b + H_{bp}\ddot{\theta}_p + c_b = 0, \quad (3)$$

$$H_{pa}\ddot{\theta}_a + H_{pb}\ddot{X}_b + H_{pp}\ddot{\theta}_p + c_p = 0. \quad (4)$$

方程 (3) 可以通过空间机器人系统的动量守恒定律求一次导数得到^[8]. 也就是说, 方程 (3) 存在一次积分, 得到的积分方程为系统的线动量、角动量守恒方程, 角动量守恒是空间机器人系统的一阶非完整约束. 方程 (4) 则描述了由于被动关节带入的非完整约束. 对于我们所研究的空间站机器人系统, 假设空间站的质量远远大于安装在它上面的机器人的质量, 从而空间机器人的运动引起的空间站的位姿变化可以忽略. 基于这一假设, 机器人系统的动力学方程可以写为

$$\tilde{H}_{aa}\ddot{\theta}_a + \tilde{H}_{ap}\ddot{\theta}_p + \tilde{c}_a = \tilde{\tau}, \quad (5)$$

$$\tilde{H}_{pa}\ddot{\theta}_a + \tilde{H}_{pp}\ddot{\theta}_p + \tilde{c}_p = 0. \quad (6)$$

$\begin{bmatrix} \tilde{H}_{aa} & \tilde{H}_{ap} \\ \tilde{H}_{pa} & \tilde{H}_{pp} \end{bmatrix} = \tilde{H}$ 为惯性矩阵, $\tilde{c}_p, \tilde{c}_a$ 为方程中与速度有关的项, $\tilde{\tau}$ 为主动关节驱动力矩. 相对于真实系统, 方程 (5)、(6) 近似描述了空间站被动冗余度机器人的动态运动规律, 基于如上假设的机器人系统不再满足与真实系统相同的动量守恒定律. 如果机器人系统中不存在被动关节, 则它除了可以不考虑重力影响外, 与一般地面机器人没有区别, 机器人系统为完整系统. 当存在被动关节时, 并且被动关节中的摩擦可以忽略, 则空间站机器人臂关于被动关节轴角动量守恒, 这又给机器人系统带入了 (6) 式所表示的非完整约束, 在用拉格朗日第二方程推导系统动力学方程时, 被动关节广义坐标为循环坐标, 存在循环积分, 积分方程就是系统关于被动关节轴的角动量守恒方程, 积分方程 (6) 得到角动量守恒方程:

$$\tilde{H}_{pa}\dot{\theta}_a + \tilde{H}_{pp}\dot{\theta}_p = \text{const}. \quad (7)$$

若系统初始动量为零, 则 (7) 式可以改写为

$$\tilde{H}_{pa}\dot{\theta}_a + \tilde{H}_{pp}\dot{\theta}_p = 0. \quad (8)$$

易知, 矩阵 $\tilde{H}_{pp}$ 为非奇异方阵, 从 (8) 式可以解出被动关节速度:

$$\dot{\theta}_p = -\tilde{H}_{pp}^{-1}\tilde{H}_{pa}\dot{\theta}_a. \quad (9)$$

空间机器人运动学方程的建立同样可以利用虚拟机械臂的方法, 这种方法将空间机器人以运动学链的方式等价为机座固定的机器人操作臂. 根据这种方法可以将机器人的运动学方程表示为

$$X_e = f(\theta_a, X_b, \theta_p). \quad (10)$$

对于空间站机器人系统, 基于前面的假设, 则机器人系统的运动学方程可以写为

$$X_e = \tilde{f}(\theta_a, \theta_p), \quad (11)$$

对 (11) 式求导数得到:

$$\dot{X}_e = J_a \dot{\theta}_a + J_p \dot{\theta}_p. \quad (12)$$

其中 X_e 表示机器人末端的位姿广义坐标, θ 表示机器人关节广义坐标. J_a, J_p 分别表示系统雅可比矩阵中对应于主动关节和被动关节广义坐标部分的子雅可比矩阵. 假设机器人系统中的主动关节数为 k_1 , 被动关节数为 k_2 , 机器人的关节广义变量数为 n , 且 $n = k_1 + k_2$, 机器人的工作空间自由度为 m . 当 $n > m$, $k_1 \leq m$ 时, 系统为被动冗余度. 与全主动关节冗余度机器人的冗余特性不同^[9], 被动冗余度机器人的冗余特性为非完整冗余.

3 被动冗余度空间站机器人系统逆动力学算法

令 $J = [J_a \ J_p]$, 并将 (9) 式代入式 (12) 有

$$\dot{X}_e = J \begin{bmatrix} \dot{\theta}_a \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} I \\ -\tilde{H}_{pp}^{-1} \tilde{H}_{pa} \end{bmatrix} \dot{\theta}_a. \quad (13)$$

令:

$$S = \begin{bmatrix} I \\ -\tilde{H}_{pp}^{-1} \tilde{H}_{pa} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

从 (13) 可以得到

$$S \dot{\theta}_a = J^+ \dot{X}_e + k(I - J^+ J) \nu \quad (15)$$

其中, k 为标量系数, ν 为任意矢量, $k(I - J^+ J) \nu$ 为机器人结构所允许的“自运动”, 矩阵 S 为 $(k_1 + k_2) \times k_1$ 维矩阵, 方程 (16) 为不相容方程, 只能得到最佳最小二乘解 (最佳逼近解):

$$\dot{\theta}_a = S^+ J^+ \dot{X}_e + k S^+ (I - J^+ J) \nu. \quad (16)$$

注意到, 矩阵 S^+ 将机器人结构上允许的“自运动”映射到被动冗余度机器人系统的主动关节空间, 由 (16) 式右边第二项得到的机器人“准自运动”只是对应全主动关节冗余度机器人“自运动”的最佳逼近. 同时由于主动关节解的最小二乘性质, 由 (16) 式决定的机器人末端轨迹只是最佳逼近的. 全主动关节冗余度机器人可以利用其“自运动”实现各种目标的运动学、动力学优化控制. 研究被动冗余度机器人的目的之一就是研究它与全主动关节冗余度机器人之间的差别, 研究它是否具有全主动关节冗余度机器人某些类似甚至相同的性质. 有必要指出, 在对全主动关节冗余度机器人进行控制时, 无论是运动学控制还是动力学控制都要依赖于机器人运动学非奇异假设. 对于我们所研究的对象来说, 同样存在这一问题. 为了在机器人动力学控制算法中实现提高机器人的运动学性能, 考虑研究对象的动力学微分方程的差分形式:

$$\tilde{H}_{aa} \Delta \dot{\theta}_a + \tilde{H}_{ap} \Delta \dot{\theta}_p + \tilde{c}_a = \tilde{\tau}, \quad (17)$$

其中,

$$\Delta \dot{\theta}_a = \dot{\theta}_a^{k-1} - \dot{\theta}_a^k, \quad \Delta \dot{\theta}_p = \dot{\theta}_p^{k-1} - \dot{\theta}_p^k. \quad (18)$$

而 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \dot{\theta}_a}{\Delta t} = \ddot{\theta}_a$, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \dot{\theta}_p}{\Delta t} = \ddot{\theta}_p$. 由 (16) 式有

$$\dot{\theta}_a^k = S^+ J^+ \dot{X}^k + k S^+ (I - J^- J) \nu^k. \quad (19)$$

将 (19) 式代入 (9) 式有

$$\dot{\theta}_p^k = -\tilde{H}_{pp}^{-1} \tilde{H}_{pa} \dot{\theta}_a^k. \quad (20)$$

由 (17)—(20) 式可以求出机器人的主动关节驱动力矩, 构成机器人的动力学算法. 在 (19) 式中, 我们引入了被动冗余度机器人的“准自运动”, 显然该算法可以引入机器人的运动学优化, 所有的冗余度机器人的运动学优化指标都可以使用.

4 动力学控制方法及其改进

在机器人控制中, 一般为了提高机器人的控制精度和减小控制器对建模误差的过高要求, 均采用闭环控制. 当采用闭环控制时, 需要引入可观测量的误差量. 令 $e = X_e^d - X_e$, $\dot{e} = \dot{X}_e^d - \dot{X}_e$. 分别为机器人末端跟踪位置及速度误差向量. 令方程 (16) 中

$$(I - J^+ J) \nu = \theta, \quad (21)$$

假设采样时间间隔足够小, 即 $\Delta t \rightarrow 0$, 将 (16) 式代入 (18) 式第一式中有

$$\Delta \dot{\theta}_a = S^+ J^+ \Delta \dot{X}_e + S^+ (I - J^+ J) \Delta \nu = S^+ J^+ \Delta \dot{X}_e + S^+ \Delta \theta, \quad (22)$$

$$\Delta \dot{\theta}_p = -\tilde{H}_{pp}^{-1} \tilde{H}_{pa} \Delta \dot{\theta}_a. \quad (23)$$

将 (22), (23) 式代入 (17) 式中并令 $\tilde{H}_{aa} - \tilde{H}_{ap} \tilde{H}_{pp}^{-1} \tilde{H}_{pa} = M$, 有

$$M S^+ [J^+ \Delta \dot{X}_e + \Delta \theta] + \tilde{c}_a = \tilde{\tau}. \quad (24)$$

我们构造如下被动冗余度机器人动力学控制规律:

$$\tilde{\tau} = M S^+ [J^+ (\Delta \dot{X}_e^d + K_v \dot{e} + K_p e) + \Delta \theta] + \tilde{c}_a, \quad (25)$$

则闭环系统可以由下式描述:

$$M \Delta \dot{\theta}_a + \tilde{c}_a = M S^+ [J^+ (\Delta \dot{X}_e^d + K_v \dot{e} + K_p e) + \Delta \theta] + \tilde{c}_a. \quad (26)$$

由 (24), (26) 式可得

$$M S^+ J^+ (\Delta \dot{e} + K_v \dot{e} + K_p e) = 0. \quad (27)$$

若 M, S, J 均为满秩, 则由上式可得到

$$\Delta \dot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0. \quad (28)$$

因为 $M^{-1} M = I$, $S S^+ = I$, $J J^+ = I$, I 为适维单位阵, 而 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \dot{e}}{\Delta t} = \ddot{e}$, 即当采样时间间隔足够小, 动力学系统的扰动方程可表示为

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0. \quad (29)$$

显然当 K_v 为正定对角阵时, 系统指数渐进稳定. 可以看出, 给出的动力学控制律 (25) 式依赖于矩阵 M, S, J 的满秩. 这些矩阵的元素均为机器人关节广义坐标变量的函数. 对于我们所研究的被动冗余度机器人系统, 从前面的分析知道, 虽然不存在一般意义下的冗余特性, 但是存在“准自运动”, 特别是通过对其运动学的研究已经证明, 被动冗余度机器人系统的“非完整冗余特性”在某些条件下同样能提高机器人的灵活性^[9]. 这里我们研究被动冗余度机器人动力学控制方法, 但是利用的是运动学规划, 这样就使得我们不仅能充分利用运动学规划的大量研究成果, 而且能得到比纯粹运动学控制效果更好的动力学控制性能. 和大多数研究者一样, 这里同样认为机器人末端轨迹跟踪任务为第一任务, 而其他的控制目标为第二任务, 虽然对于空间站机器人, 机器人操作器的空间运动轨迹常常并不要求是精确的. 这样被动冗余度空间机器人的控制问题完全变为多目标优化控制问题. 限于篇幅, 本文对多目标优化问题不过多讨论, 只以运动学奇异指标为例, 进行研究.

机器人的可操作性可以通过指标 $\xi = \sqrt{\det(JJ^T)}$ 来定量描述, 其中 J 为机器人雅可比矩阵. 对于含有被动关节的机器人, 被动关节中没有驱动电机, 关节可以穿越运动学意义下的机器人奇异位型, 被动关节冗余度机器人的可操作性指标可以改写为

$$\zeta = 1/\sqrt{\det(J_A J_A^T)}. \quad (30)$$

其中 J_A 为机器人主动关节雅可比矩阵.

令式 (17) 中的自由矢量

$$\nu = k_1 \nabla \varphi + k_2 \nabla \mu + k_3 \nabla \zeta, \quad (31)$$

其中 ∇ 表示求梯度, $k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0, k_i (i = 1, 2, 3)$ 为用于控制各指标优化程度的标量权重系数. 查看由 (25) 式给出的动力学控制规律, 由于方程中要用到两个矩阵的广义逆: S^+ 和 J^+ , 控制律的数值稳定性较差. 为了改进控制律的数值稳定性, 改写方程 (13) 有

$$\dot{X}_e = JS\dot{\theta}_a. \quad (32)$$

J 为对应全主动关节机器人的雅可比矩阵, 有

$$J(I - JJ^+)\nu = 0. \quad (33)$$

将此式并入 (32) 式有

$$\dot{X}_e = JS\dot{\theta}_a - J(I - JJ^+)\nu,$$

解出

$$\dot{\theta}_a = (JS)^+\dot{X}_e + (JS)^+J(I - JJ^+)\nu, \quad (34)$$

显然上式第二项恒为零矢量, 也就是说, 利用上式不能实现机器人的运动优化. 将此 (34) 改写为

$$\dot{\theta}_a = (JS)^+\dot{X}_e + S^+(I - JJ^+)\nu. \quad (35)$$

通过 (35) 式的第二项就可以实现机器人的最佳逼近的优化运动, 同时由于 S 矩阵的广义逆的作用, 机器人的末端轨迹将受到这种最佳逼近“自运动”的影响. 利用此式可以给出

机器人的改进动力学控制律:

$$\tilde{\tau} = M[(SJ)^+(\Delta\dot{X}_e^d + K_v\dot{e} + K_p e) + S^+\Delta\Theta] + \tilde{c}_a. \quad (36)$$

利用与前面相同的方法可以证明上式的渐进稳定性.

5 仿真实例

仿真针对于空间站机器人系统. 一般情况下, 空间站的质量 M 远大于安装在它上面的操作臂的质量. 操作臂运动引起的空间站姿态的改变不足以影响空间站的正常运行. 并基于如下物理参数及假设: 连杆长 $l_1 = l_2 = l_3 = 1$, 连杆质量 $m_1 = m_2 = m_3 = 1$, 关节 1 为被动关节, 关节 2,3 为主动关节. 空间站质量 $M \gg (m_1 + m_2 + m_3)$, 认为机器人臂的运动对空间站的位姿没有影响.

仿真涉及到如下几方面:

5.1 全主动关节三自由度机器人动力学控制

为了检验我们给出的动力学控制方案的可行性, 首先对全主动关节三自由度机器人仿真, 根据我们在 (25) 式中给出的动力学控制规律, 对于全主动关节控制规律变为

$$\tau = M[J^+(\Delta\dot{X}_e^d + K_v\dot{e} + K_d e) + \Delta\Theta] + c, \quad (37)$$

$$\Theta = \frac{-k}{[\det(JJ^T)]^2} \left\{ \frac{\partial[\det(JJ^T)]}{\partial\theta_1} \frac{\partial[\det(JJ^T)]}{\partial\theta_2} \frac{\partial[\det(JJ^T)]}{\partial\theta_3} \right\}. \quad (38)$$

仿真结果如图 1 所示, 其中图 1(a) 为无优化运动 ($k = 0$) 时, 机器人末端跟踪直线轨迹的位形轨迹, 可以看出机器人穿越奇异位形. 图 1(b) 为避奇异优化时机器人末端跟踪同样的直线轨迹时, 机器人的位形轨迹. 通过对全主动关节三连杆机器人的动力学控制仿真, 证实了由 (34) 式给出的动力学控制规律可以达到跟踪预期末端轨迹的要求, 同时通过运动学优化达到提高机器人工作性能的目的.

5.2 第一关节被动的三关节平面空间机器人动力学控制

在规律 (38) 式中只求一次矩阵广义逆, 提高了控制器的数值稳定性. 仿真结果如图 2 所示. 图 2(a) 为无运动学优化情况下机器人跟踪末端轨迹的位形轨迹, 图 2(b) 为有运

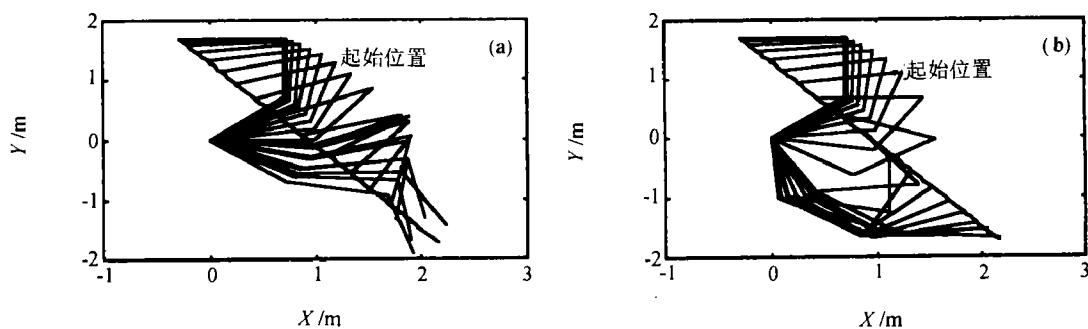


图 1 全主动关节三连杆机器人动力学控制

Fig.1 Dynamic control of 3-DOF manipulator without passive joint

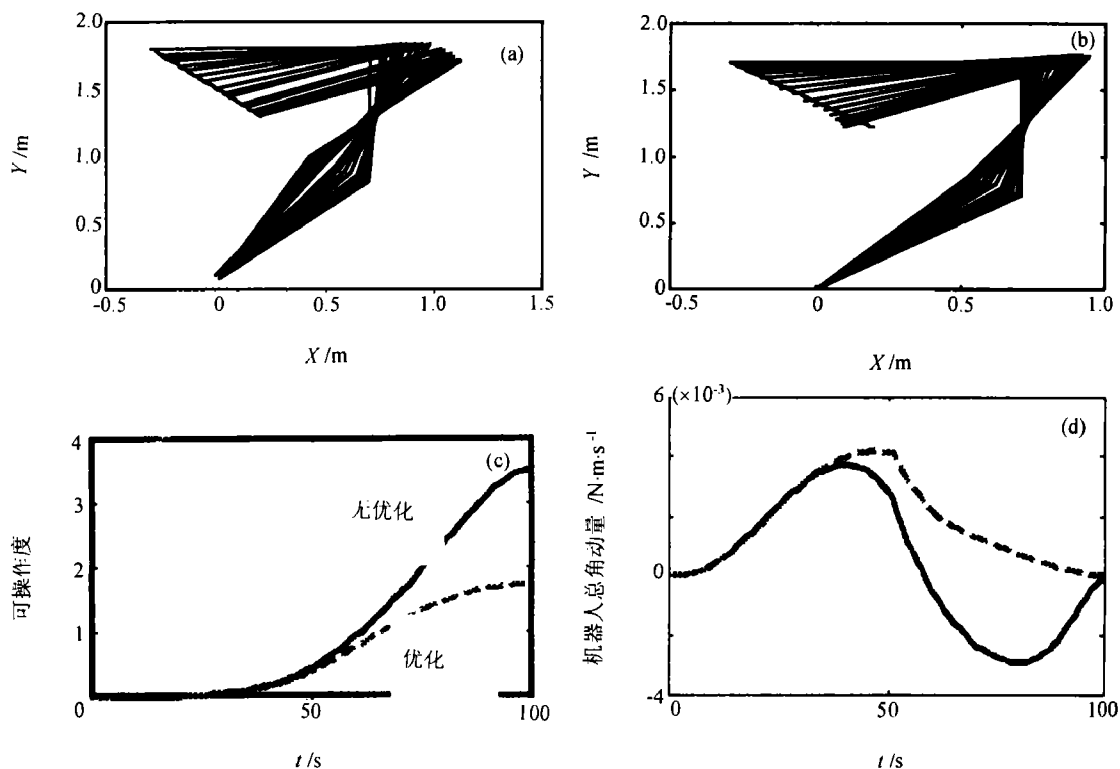


图2 第一关节被动的三杆机器人动力学控制仿真结果

Fig.2 Dynamic control of 3-DOF manipulator with one passive joint

动力学优化情况下机器人跟踪末端轨迹的位形轨迹。可以看出在不考虑运动学优化时, 机器人能精确跟踪末端预期的轨迹, 当考虑运动学优化时, 由于系统的非完整冗余特性, 机器人的“准自运动”将影响其末端轨迹, 从图中可以明显看出, 考虑优化时机器人的末端轨迹误差大于无优化时的末端跟踪误差, 但是从图 2(c) 同时可以看到, 机器人的可操作度在优化时得到大大提高。这样对于被动冗余度机器人, 在动力学控制时, 运动优化和末端跟踪误差将存在一个最佳匹配的问题。对于空间机器人, 若我们只关心机器人的点到点的运动精度, 这一矛盾将得到缓解。图 2(d) 为系统的总角动量, 可以看出系统的总角动量近似为零。这就证明了仿真结果物理意义下的有效性。

6 结 论

合理利用被动冗余度空间机器人拥有的非完整冗余特性, 能提高机器人系统的运动学性能。针对被动冗余度空间机器人给出的动力学轨迹跟踪控制方法能实现机器人末端的轨迹跟踪, 同时利用运动学的优化方法实现机器人运动性能的改善。将运动学规划方法和动力学控制律结合起来, 达到准确控制被动冗余度机器人的目的。当通过被动冗余度机器人的“准自运动”实现提高机器人运动学性能的同时, 由于“自运动”的最佳逼近性质, 给出的控制规律中所用到的“准自运动”将影响机器人末端的跟踪轨迹, 降低跟踪的精度。

参 考 文 献

- [1] R Mukherjee, Degang Chen. Control of free-flying under-actuated space manipulators to equilibrium manifolds. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1993, 9(5):561—570
- [2] T Yoshikawa, K Hosoda. Modeling of flexible manipulator using virtual rigid links and passive joints. *Intern. J. Robot. Res.*, 1996, 15(3):190—199
- [3] K Lee, S Coates, V Coverstone-Carroll. Variable structure control applied to under-actuated robot. *Robotica*, 1997, 15:313—318
- [4] Fengfeng Xi. Inverse Kinematics of free-floating space robots with minimum dynamic disturbance. *Robotica*, 1996, 14:667—675
- [5] R Colbaugh, M K Glass. Redundant nonholonomic mechanical systems: Characterization and control. *Robotica*, 1999, 17:203—217
- [6] G J Wiens, W M Jang. Passive joint control of dynamic coupling in mobile robots. *Intern. J. Robot. Res.*, 1994, 13(3):209—220
- [7] Z Vafa. Space manipulator motions with no satellite attitude disturbances. *IEEE. Intern. Conf. Robot. Autom.*, 1990, 1770—1775
- [8] 陈滨. 分析动力学. 北京: 北京大学出版社, 1987
- [9] Y Nakamura, R Mukherjee. Exploiting nonholonomic redundancy of free-flying space robots. *IEEE. Trans. Robot. Autom.*, 1993, 9(4):499—506

DYNAMIC CONTROL SPACE-ROBOT ARM WITH PASSIVE JOINTS

HE Guangping¹ LU Zhen² WANG Fengxiang¹

¹(Academy of Launch Vehicle Technology Institute of China)

²(Beijing University of Aeronautics & Astronauts)

Abstract

The dynamic control problems of under-actuated redundant space station robots were studied, which include the kinematics path planning and the stable dynamic control algorithm of non-holonomic redundant robot system. In the dynamic algorithm, the kinematics path planning method was utilized. The dynamic control algorithm can guarantee the end-effector trajectory tracking error to converges asymptotically to zero. Three joints plan robot was used to simulate the algorithm, and the conclusions were verified by the simulation results.

Key words Space-robots under-actuated, Redundancy, Dynamic, Control