第21卷 第1期 空 间 科 学 学 报 Vol.21, No.1
2001 年 1月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Jan., 2001

SINS/GPS 组合系统的蒙特卡洛仿真*

曹福祥 保 铮
(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 710071)

摘 要

以考虑位置误差相关项的伪距率观测模型，对遥感中使用的 SINS/GPS 伪距、伪距率组合系统进行了蒙特卡洛仿真. 结果表明，组合系统的长期位置精度能达到 5 m 以内；GPS 数据更新率低于 SINS，在 GPS 测量时间间隔内，组合系统的性能仅由 SINS 决定. 虽然 SINS 的误差随时间积累，但在 GPS 测量时间间隔为秒数量级的情况下，即使采用中等精度的惯性仪表，其相对位置精度可达到厘米级 (这里相对位置精度指组合系统在 GPS 测量时间间隔内位置误差的变化范围).

关键词 GPS —捷联式惯性导航系统—卡尔曼滤波

1 引 言

随着科学技术的迅速发展，遥感应用中对以飞机、卫星及导弹为空中平台的成像系统提出了越来越高的要求. 但是成像传感器 (如航空摄影相机、合成孔径雷达等) 得到的是被观测区域相对于载体的位置，只有同步地测得成像传感器参考中心在地球坐标系的位置，才能得到被观测区域在地球坐标系中的绝对位置. 因此现代高性能成像系统通常包括定位系统和成像传感器两大组成部分 [1,2]. GPS(Global Positioning System) 能连续而精确地提供用户在地球或近地空间的三维位置、速度及时间信息，但其动态响应能力和抗干扰能力较差. 捷联惯导系统 (Strapdown Inertial Navigation System, SINS) 不依赖于任何外部设施或基准，具有高度自主性和抗干扰能力，可提供完备、连续及高数据更新率的导航信息，但其系统误差随时间积累. SINS/GPS 组合系统可把 GPS 的高精度定位信息和 SINS 的自主性有机地结合起来，是一种理想的定位系统.

目前，关于 SINS/GPS 组合系统的研究多以导航为目的 [3]. 在遥感应用中，除了要求 SINS/GPS 组合系统具有优良的长期导航精度外，对短期精度也极为关心. 文献 [4] 指出，由于在组合中无法知道系统真实位置，仅使用一阶泰勒展开的伪距、伪距率观测方程不够精确，导致卡尔曼滤波器不能准确地估计系统状态，结果伪距、伪距率组合效果不理想. 本文研究遥感中使用的 SINS/GPS 组合系统，首先以东北天坐标系为导航基准坐标系，建立了 SINS/GPS 组合系统的数学模型，接着给出了较精确的考虑位置误差相关项的伪距率观测模型和组合导航算法，最后利用蒙特卡洛方法进行了详细仿真，给出了 SINS/GPS 系统的长期及短期精度.

* 中国博士后科学基金项目资助
1999-12-25 收到原稿，2000-11-20 收到修定稿

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2　系统数学模型

2.1　系统状态方程

以东北天导航坐标系为建立动力学方程的基准坐标系，可得 SINS/GPS 组合系统的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{W}(t), \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{X}(t)$ 为系统状态向量，$\boldsymbol{W}(t)$ 为系统噪声向量，$\boldsymbol{F}(t)$ 为系统矩阵，$\boldsymbol{G}(t)$ 为系统噪声矩阵. 这里把陀螺漂移和加速度计误差看作是由随机常数、一阶马尔可夫过程和白噪声组成. 为减小卡尔曼滤波器计算量，将惯性仪表误差中的随机常数和一阶马尔可夫过程均合并为一个状态 (这样可将状态变量由 24 个减少为 18 个), 即取

$$\boldsymbol{X}(t)=[\delta v_x\ \delta v_y\ \delta v_z\ \phi_x\ \phi_y\ \phi_z\ \delta L\ \delta\lambda\ \delta h_i\ \varepsilon_{x\mathrm{b}}\ \varepsilon_{y\mathrm{b}}\ \varepsilon_{z\mathrm{b}}\ \nabla_{x\mathrm{b}}\ \nabla_{y\mathrm{b}}\ \nabla_{z\mathrm{b}}\ \delta h_{\mathrm{b}}\ \delta t_{\mathrm{u}}\ \delta t_{\mathrm{ru}}]^{\mathrm{T}}, \tag{2}$$

共 18 个误差状态，上式中下标 x,y,z 分别代表导航坐标系东、北、天三个轴向，下标 $x_{\mathrm{b}},y_{\mathrm{b}},z_{\mathrm{b}}$ 分别代表机体坐标系右翼、纵轴和竖直向上三个轴向；$\delta v_x,\delta v_y,\delta v_z$ 分别代表沿东北天方向的速度误差；ϕ_x,ϕ_y,ϕ_z 为数学平台的失准角误差；$\delta L,\delta\lambda$ 分别代表纬度、经度误差，δh_i 为 SINS 高度误差；$\varepsilon_{x\mathrm{b}},\varepsilon_{y\mathrm{b}},\varepsilon_{z\mathrm{b}}$ 为机体坐标系三个轴向陀螺的随机漂移；$\nabla_{x\mathrm{b}},\nabla_{y\mathrm{b}},\nabla_{z\mathrm{b}}$ 为机体坐标系三个轴向加速度计的随机误差；δh_{b} 为气压高度误差；δt_{u} 和 δt_{ru} 分别为与 GPS 接收机等效时钟误差相应的距离误差以及与等效时钟频率误差相应的距离率误差.

$$\boldsymbol{W}(t)=[w_{x\mathrm{a}}\ w_{y\mathrm{a}}\ w_{z\mathrm{a}}\ w_{x\mathrm{g}}\ w_{y\mathrm{g}}\ w_{z\mathrm{g}}\ w_{x\varepsilon}\ w_{y\varepsilon}\ w_{z\varepsilon}\ w_{x\nabla}\ w_{y\nabla}\ w_{z\nabla}\ w_{\mathrm{b}}\ w_{\mathrm{tu}}\ w_{\mathrm{tru}}]^{\mathrm{T}}. \tag{3}$$

上式中 $w_{x\mathrm{a}},w_{y\mathrm{a}},w_{z\mathrm{a}}$ 分别表示加速度计误差沿机体系三轴的白噪声；$w_{x\nabla},w_{y\nabla},w_{z\nabla}$ 分别表示加速度计误差沿机体系三轴的一阶马尔可夫过程模型中的白噪声；$w_{x\mathrm{g}},w_{y\mathrm{g}},w_{z\mathrm{g}}$ 分别表示陀螺漂移沿机体系三轴的白噪声；$w_{x\varepsilon},w_{y\varepsilon},w_{z\varepsilon}$ 分别表示陀螺漂移沿机体系三轴的一阶马尔可夫过程模型中的白噪声；w_{b} 为气压高度表误差模型中的白噪声；$w_{\mathrm{tu}},w_{\mathrm{tru}}$ 分别表示 GPS 接收机等效距离误差及等效距离率误差模型中的白噪声.

根据惯导系统误差方程、陀螺仪和加速度计误差特性、气压高度表以及 GPS 接收机误差特性 [3,5] 可以确定 $\boldsymbol{F}(t)$ 和 $\boldsymbol{G}(t)$.

2.2　系统观测方程

SINS/GPS 伪距伪距率组合时，利用 SINS 输出的位置、速度信息和 GPS 卫星星历计算飞机至选中的一组 GPS 卫星的伪距和伪距率，减去 GPS 接收机测得的伪距和伪距率，得到卡尔曼滤波器观测值. 在构造观测矩阵时，要用到飞机真实位置. 但实际上无法得到真实位置，而只能以 SINS 输出位置作为概略值计算，这样就产生了误差. 如果在推导伪距伪距率观测方程时，仅使用一阶泰勒展开式计算，效果不理想. 下面给出在伪距率观测模型中考虑位置误差相关项时，伪距　率伪距联合组合的观测方程：

$$\boldsymbol{Z}(t)=\boldsymbol{H}(t)\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{V}(t), \tag{4}$$

$$\boldsymbol{H}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_{\nu} & \boldsymbol{0}_{4\times3} & \boldsymbol{D}_{p} & \boldsymbol{0}_{4\times7} & \boldsymbol{0}_{4\times1} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{tru}}\\ \boldsymbol{0}_{4\times3} & \boldsymbol{0}_{4\times3} & e\boldsymbol{D}_{\mathrm{a}} & \boldsymbol{0}_{4\times7} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{tu}} & \boldsymbol{0}_{4\times1}\end{bmatrix}. \tag{5}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

式 (4) 中 $\boldsymbol{Z}(t)$ 为系统观测向量，$\boldsymbol{H}(t)$ 为系统观测矩阵，$\boldsymbol{V}(t)$ 为系统观测噪声；$\boldsymbol{Z}(t)=[\delta\dot{\rho}_1\ \delta\dot{\rho}_2\ \delta\dot{\rho}_3\ \delta\dot{\rho}_4\ \delta\rho_1\ \delta\rho_2\ \delta\rho_3\ \delta\rho_4]^{\mathrm{T}}$，$\delta\dot{\rho}_i,\delta\rho_i$ 分别为利用 SINS 输出信息及 GPS 星历计算的飞机至第 i 颗卫星的伪距率、伪距与 GPS 接收机测得的飞机至第 i 颗卫星的伪距率、伪距之差；$\boldsymbol{V}(t)=[\nu_{\dot{\rho}1}\ \nu_{\dot{\rho}2}\ \nu_{\dot{\rho}3}\ \nu_{\dot{\rho}4}\ \nu_{\rho1}\ \nu_{\rho2}\ \nu_{\rho3}\ \nu_{\rho4}]^{\mathrm{T}}$，$\nu_{\dot{\rho}i}$ 及 $\nu_{\rho i}$ 分别为飞机至第 i 颗卫星的伪距率、伪距观测噪声 $(i=1,2,3,4)$.

式 (5) 中，$\boldsymbol{D}_\nu=\boldsymbol{e}\boldsymbol{C}_n^e$，$\boldsymbol{D}_p=\boldsymbol{e}\boldsymbol{D}_E+\boldsymbol{E}\boldsymbol{D}_{\mathrm{a}}$，$\boldsymbol{D}_{\mathrm{tru}}=[1\ 1\ 1\ 1]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{D}_{\mathrm{tu}}=[1\ 1\ 1\ 1]^{\mathrm{T}}$；

$$\boldsymbol{e}=[e_{ij}]_{4\times3}\quad(i=1,2,3,4;\ j=x,y,z),\quad e_{ix}=\frac{x-x_{si}}{r_i},\ e_{iy}=\frac{y-y_{si}}{r_i},\quad e_{iz}=\frac{z-z_{si}}{r_i};$$

$$\boldsymbol{E}=[E_{ij}]_{4\times3}\quad(i=1,2,3,4;\ j=x,y,z),$$

$$E_{ix}=\frac{1}{r_i}(\dot{x}-\dot{x}_{si}-\dot{r}_ie_{ix}),\ E_{iy}=\frac{1}{r_i}(\dot{y}-\dot{y}_{si}-\dot{r}_ie_{iy}),\ E_{iz}=\frac{1}{r_i}(\dot{z}-\dot{z}_{si}-\dot{r}_ie_{iz}),$$

$$r_i=\sqrt{(x-x_{si})^2+(y-y_{si})^2+(z-z_{si})^2},\ \dot{r}_i=e_{ix}(\dot{x}-\dot{x}_{si})+e_{iy}(\dot{y}-\dot{y}_{si})+e_{iz}(\dot{z}-\dot{z}_{si});$$

$$\boldsymbol{D}_E=\begin{bmatrix}-\nu_y\cos L\cos\lambda-\nu_z\sin L\cos\lambda & -\nu_x\cos\lambda+\nu_y\sin L\sin\lambda-\nu_z\cos L\sin\lambda & 0\\ -\nu_y\cos L\sin\lambda-\nu_z\sin L\sin\lambda & -\nu_x\sin\lambda-\nu_y\sin L\cos\lambda+\nu_z\cos L\cos\lambda & 0\\ -\nu_y\sin L+\nu_z\cos L & 0 & 0\end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{D}_{\mathrm{a}}=\begin{bmatrix}-(R_N+h)\sin L\cos\lambda & -(R_N+h)\cos L\sin\lambda & \cos L\cos\lambda\\ -(R_N+h)\sin L\sin\lambda & (R_N+h)\cos L\cos\lambda & \cos L\sin\lambda\\ [R_N(1-f)^2+h]\cos L & 0 & \sin L\end{bmatrix}.$$

上述各式中 $(x\ y\ z)$ 为飞机在地球坐标系的真实位置，$(x_{si}\ y_{si}\ z_{si})$ 为第 i 颗卫星在地球坐标系的位置，r_i 为飞机真实位置至第 i 颗卫星的距离；λ、L、h 分别为飞机的经度、纬度和高度；$\boldsymbol{C}_n^{\mathrm{e}}$ 为导航坐标系到地球坐标系的变换矩阵，R_N 为卯酉圈上各点的曲率半径，椭圆度 $f=1/298.257$.

3 组合系统算法

以卡尔曼滤波更新周期 Δt 为采样周期，将系统状态方程和观测方程离散化，有

$$\boldsymbol{X}_k=\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}+\boldsymbol{\Gamma}_{k,k-1}\boldsymbol{W}_{k-1},\tag{6}$$

$$\boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{V}_k,\tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}=\exp[\boldsymbol{F}(t_k)\cdot\Delta t]$，$\boldsymbol{\Gamma}_{k,k-1}=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{\boldsymbol{F}^n(t_k)\cdot(\Delta t)^{n+1}}{(n+1)!}\boldsymbol{G}(t_k)$，$t_k=k\Delta t$，$k=1,2,\cdots$.

系统噪声和观测噪声满足 $E\{\boldsymbol{W}_k\}=0$，$E\{\boldsymbol{W}_k\boldsymbol{W}_k^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{Q}_k\delta_{kj}$，$E\{\boldsymbol{W}_k\boldsymbol{V}_k^{\mathrm{T}}\}=0$，$E\{\boldsymbol{V}_k\}=0$，$E\{\boldsymbol{V}_k\boldsymbol{V}_k^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{R}_k\delta_{kj}$，$\delta_{kj}=\begin{cases}1, & k=j\\ 0, & k\neq j\end{cases}$.

以惯导数据更新间隔 Δt_i 为采样周期，将系统状态方程离散化，有

$$\boldsymbol{X}_m=\boldsymbol{\Phi}_{m,m-1}\boldsymbol{X}_{m-1}+\boldsymbol{\Gamma}_{m,m-1}\boldsymbol{W}_{m-1},\tag{8}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

式中 $\boldsymbol{\Phi}_{m,m-1}=\exp[\boldsymbol{F}(t_m)\cdot\Delta t_i]$, $\boldsymbol{\Gamma}_{m,m-1}=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{\boldsymbol{F}^n(t_m)\cdot(\Delta t_i)^{n+1}}{(n+1)!}\boldsymbol{G}(t_m)$, $t_m^k=t_k+m\Delta t_i$, $m=1,2,\cdots,\Delta t/\Delta t_i-1$. 系统噪声满足 $E\{\boldsymbol{W}_m\}=0$, $E\{\boldsymbol{W}_m\boldsymbol{W}_j^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{Q}_m\delta_{mj}$, $\delta_{mj}=\begin{cases}1, & m=j\\ 0, & m\neq j\end{cases}$. 设 $\boldsymbol{P}_m$ 表示 t_m^k 时刻估计误差的协方差矩阵，则

$$\boldsymbol{P}_m=\boldsymbol{\Phi}_{m,m-1}\boldsymbol{P}_{m-1}\boldsymbol{\Phi}_{m,m-1}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}_{m,m-1}\boldsymbol{Q}_{m-1}\boldsymbol{\Gamma}_{m,m-1}^{\mathrm{T}}. \tag{9}$$

惯导数据更新时间间隔 Δt_i 远小于滤波更新周期 Δt(即 GPS 数据更新时间间隔). 航空遥感要求很高的运动数据更新率，希望能充分利用运动传感器的测量信息. 根据式 (6)、(7), 以 Δt 为步长解算卡尔曼滤波方程，即可估计组合系统在 t_k 时刻的状态变量；以 Δt_i 为步长，解公式 (8)、(9), 得到 t_m^k 时刻系统的误差和协方差. 前者反映用 GPS 测量信息对系统状态误差的估计，后者反映 SINS 系统本身的误差及协方差传播.

4　仿真结果

本文编写了 SINS/GPS 组合系统仿真软件. 使用的飞行轨迹包括滑跑加速、离地加速、爬升加速、转弯加速、爬升加速、拉平和巡航等飞行阶段，初始位置为北纬 30°, 东经 120°, 飞行时间为 3 000 s.

假设在机体坐标系三轴使用性能相同的陀螺仪和加速度计，陀螺漂移中随机常数标准差为 0.5°/h, 随机漂移 (一阶马尔可夫过程) 标准差为 0.1°/h, 相关时间为 30 min, 白噪声分量标准差为 0.02°/h; 加速度计误差中随机常数标准差为 $10^{-4}\,g$, 随机误差 (一阶马尔可夫过程) 标准差为 $10^{-5}\,g$, 相关时间为 5 min, 白噪声分量标准差为 $10^{-6}\,g$. 在地面静基座对准后，SINS 导航信息初始值 (标准差) 为：水平失准角 20″, 方位失准角 132′, 位置误差 50 m, 速度误差 0.6 m/s.

取 GPS 接收机的随机伪距测量误差为 32 m, 伪距率测量误差为 0.1 m/s; 滤波周期为 1 s. 图 1—5 分别为在 0—3 000 s 内东向速度误差，东、北、天三方向失准角误差及北向位置误差示意图. 在 0—3 000 s 内北向、天向速度误差变化范围与东向速度误差类似；东向、天向位置误差变化范围与北向位置误差类似，限于篇幅，这里不一一给出. 为说明系

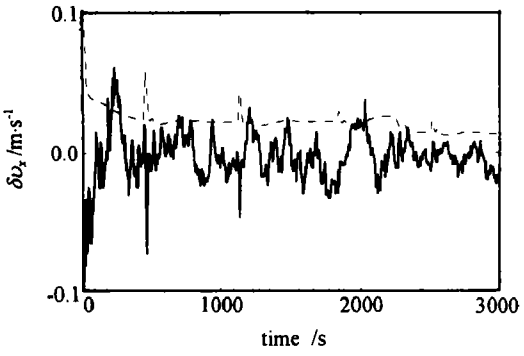

图 1　东向速度误差 (0—3 000 s)
Fig.1　East velocity error (0—3 000 s)

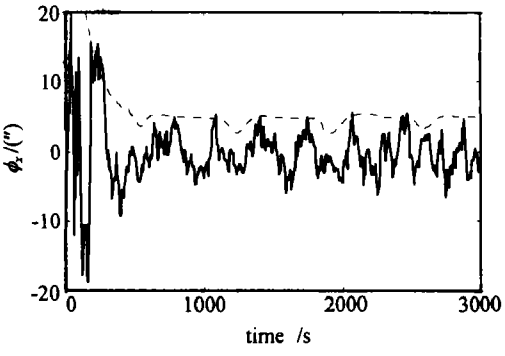

图 2　东向失准角 (0—3 000 s)
Fig.2　East attitude error (0—3 000 s)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

统短期精度变化，仅给出 500—510 s 内天向失准角、北向位置误差 (图 6 、图 7) 以及 500—501 s 内北向位置误差示意图 (图 8). 各图中，虚线为标准差，实线为蒙特卡洛仿真误差.

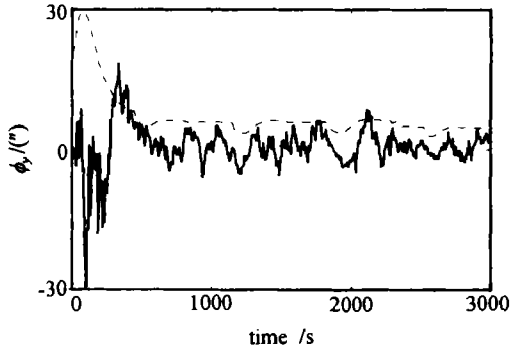

图 3 北向失准角 (0—3 000 s)
Fig.3 North attitude error (0—3 000 s)

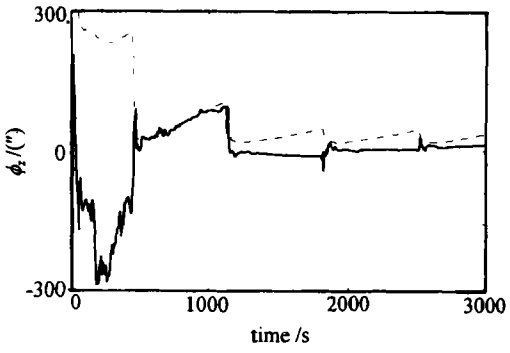

图 4 天向失准角 (0—3 000 s)
Fig.4 Up attitude error (0—3 000 s)

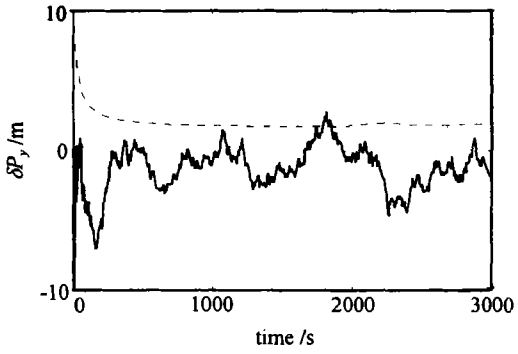

图 5 北向位置误差 (0—3 000 s)
Fig.5 North position error (0—3 000 s)

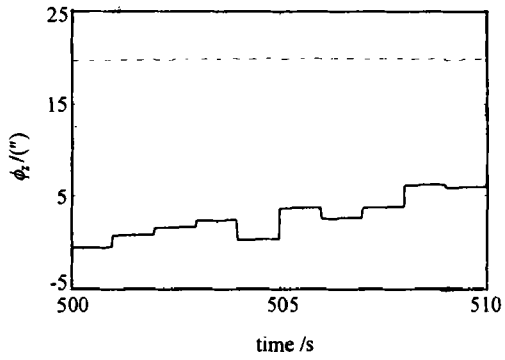

图 6 天向失准角 (500—510 s)
Fig.6 Up attitude error (500—510 s)

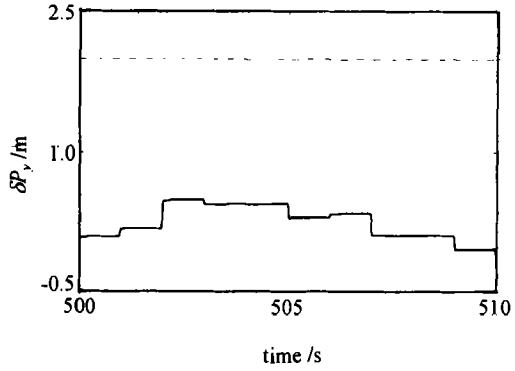

图 7 北向位置误差 (500—510 s)
Fig.7 North position error (500—510 s)

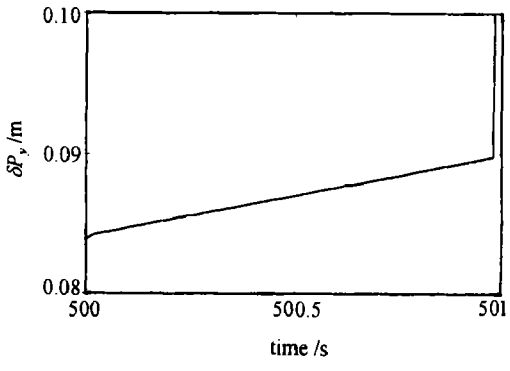

图 8 北向位置误差 (500—501 s)
Fig.8 North position error (500—501 s)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

5 结　论

本文研究遥感中使用的 SINS/GPS 组合系统，首先以东北天坐标系为导航基准坐标系，建立了 SINS/GPS 组合系统状态的数学模型，接着给出了较精确的考虑位置误差相关项的伪距率观测模型和组合导航算法，最后利用蒙特卡洛方法进行了详细仿真，结果表明：SINS/GPS 伪距、伪距率组合系统能达到 5 m 以内的长期导航精度. 在 GPS 测量时间间隔内，组合系统的性能仅由 SINS 决定. 虽然 SINS 的误差随时间积累，但在 GPS 测量时间间隔为 1 s 的情况下，即使采用中等精度的惯性仪表，其相对位置精度可达到厘米级.

参　考　文　献

[1] Gibbons G. The global positioning system as a complementary tool for remote sensing and other applications. *Photogr. Engin. Remote Sensing*, 1992, **58**(8):1 255—1 257

[2] Ren Da. Analysis and test results of AIMS GPS/SINS system. *Proc. ION GPS-97*, 1997: 771—780

[3] 袁信，俞济祥，陈哲编著. 导航系统. 北京：航空工业出版社，1993. 175—196

[4] 王艳东，黄继勋，范跃祖. SINS/GPS 组合导航系统半实物仿真. 北京航空航天大学学报，1999, **25**(3):299—301

[5] 宗振铎. 一种简易而实用的 GPS 星座选择方法. 导航，1987 (1): 21—31

SIMULATION OF SINS/GPS INTEGRATED NAVIGATION SYSTEM

CAO Fuxiang　BAO Zheng

(*Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an* 710071)

Abstract

The main aim using SINS/GPS integrated system in navigation is to improve long-term accuracy. For remote sensing application, both long-term accuracy and short-term accuracy are important. The SINS/GPS pseudo-range and pseudo-range rate integrated navigation system are studied based on the precise model of pseudo-range rate in which position error is concerned in this paper. Simulation results show that the long-term position error of integrated system is within 5 meters. If the middling accuracy inertial instrument is used, the relative change of position error in the time interval of GPS measurement is centimeter level.

Key words　GPS, Strapdown Inertial Navigation System (SINS), Kalman filter

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com