

# 带滑移铰空间机械臂协调运动的 自适应与鲁棒混合控制<sup>\*</sup>

陈 力

(福州大学机械工程系 福州 350002)

## 摘 要

讨论了载体位置不受控制情况下,带滑移铰空间机械臂姿态与末端抓手协调运动的控制问题.结合系统动量守恒关系进行的运动学、动力学分析表明,可以得到一组与惯性参数呈线性关系的系统广义 Jacobi 矩阵及系统动力学方程.以此为基础,针对系统参数不确定但误差范围可以确定的情况,设计了载体姿态与末端抓手惯性空间期望运动轨迹跟踪的自适应与鲁棒混合控制方案.提到的控制方案具有不需要测量空间机械臂载体移动的位置、速度及加速度的显著优点,且由于在控制部分对不确定参数采用保持鲁棒性的方式,计算量较小,有助于缓解机载计算机运算能力有限的矛盾.仿真运算,证实了方法的有效性.

**关键词** 带滑移铰空间机械臂—协调运动—自适应与鲁棒混合控制

## 1 引 言

空间机器人将是未来航天活动的重要工具,并被期望承担空间站的日常维修及大型空间站的在轨组装工作.从节省控制燃料、减少发射费用的角度考虑,应使用载体位置、姿态均不受控制的自由浮动空间机器人系统<sup>[1-7]</sup>.然而在某些特定的情况下,如保持无线电通信要求航天器上的天线指向地面某一指定区域,太阳能帆板正常工作则需要不间断地朝向太阳,这些情况下必须使用载体姿态受控的空间机器人系统.因此,研究机械手操作期间载体姿态与末端抓手协调运动的控制问题有重要的实际意义.载体姿态受控、位置不受控制的空间机器人的突出特点为:系统满足动量守恒的动力学约束,且系统的运动 Jacobi 关系同时与系统几何参数及系统惯量参数均有关.上述性质增加了系统参数不确定情况下控制系统设计的难度,即地面机器人惯常使用的基于惯性参数线性关系的自适应等控制方法难以直接应用. Walker<sup>[8]</sup> 和马保离等<sup>[9]</sup> 讨论了载体位置无控,姿态受控固定不变条件下的自适应控制问题,但值得注意的是,文献 [8,9] 仅是针对载体姿态受控制固定不变的情况,且并未给出保持载体姿态固定不变所需的控制力矩输入规律.此外,上面提到的控制方案都是针对具有转动铰空间机器人的,研究发现这类空间机器人系统存在动力学奇点<sup>[10]</sup> 这一难点,对空间机器人的操作灵活性产生极大的影响.滑移铰机械手具有转动铰较好的运动性能,应该对滑移铰空间机器人系统予以关注.

本文结合系统动量守恒关系对载体位置不受控制的带滑移铰空间机械臂系统的运动学、动力学作了分析.结果表明,可以得到一组与惯性参数呈线性关系的系统广义运动

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (19872032), 福建省自然科学基金, 福州大学科学基金共同资助  
2001-03-02 收到原稿, 2001-08-12 收到修定稿

Jacobi 矩阵及系统动力学方程. 以此为基础, 对于系统中机械臂参数不确定但误差范围可以确定的情况, 设计了载体姿态与末端抓手惯性空间期望轨迹跟踪的自适应与鲁棒混合控制方案. 提到的控制方案不需要测量空间机械臂载体移动的位置、速度及加速度, 并由于在控制部分对不确定参数采用保持鲁棒性的方式, 计算量小, 有助于缓解机载计算机运算能力有限的矛盾. 仿真运算, 证实了方法的有效性.

## 2 系统运动学和动力学

漂浮基空间机械臂系统为无根多体系统, 以做平面运动载体位置不受控制的带滑移铰两杆空间机械臂系统为例, 系统结构如图 1 所示.

设系统由自由漂浮的载体  $B_0$  机械臂  $B_1, B_2$  组成. 建立各分体  $B_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) 的主轴坐标系 ( $O_i-x_iy_i$ ), 其中  $O_0$  与  $B_0$  的质心  $O_{c0}$  重合,  $O_1$  为联结  $B_1$  与  $B_0$  的转动铰中心,  $O_2$  为联结  $B_2$  与  $B_1$  的滑移铰中心,  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ) 为机械臂的对称轴. 设  $O_1$  在  $O_0x_0$  轴上与  $O_0$  的距离为  $l_0$ ,  $B_i$  ( $i = 1, 2$ ) 沿  $x_i$  轴的长度为  $l_i$  ( $i = 1, 2$ ); 质心  $O_{c1}$  在  $O_1x_1$  轴上与  $O_1$  的距离为  $a_1$ , 质心  $O_{c2}$  在  $O_2x_2$  轴上与  $B_2$  末端  $P$  点的距离为  $b_2$ ; 各分体的质量和中心惯性张量分别为  $m_i$  和  $I_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ),  $M = \sum_{i=0}^2 m_i$  为系统的总质量,  $C$  为系统的总质心.

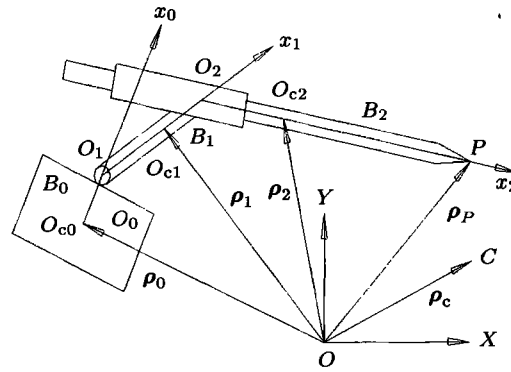


图 1 带滑移铰两杆空间机械臂系统

Fig.1 A space manipulator system with prismatic joint

建立平动的惯性坐标系 ( $O-XY$ ), 设各分体沿  $(X, Y)$  平面作平面运动, 并设  $e_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) 为  $x_i$  轴的基矢量. 则由系统的位置几何关系, 各分体质心  $O_{ci}$  相对  $O$  的矢径  $\rho_i$  ( $i = 1, 2$ ) 为

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \rho_0 + l_0 e_0 + a_1 e_1, \\ \rho_2 &= \rho_0 + l_0 e_0 + l_1 e_1 + (x' - b_2) e_2.\end{aligned}\quad (1)$$

机械手末端  $P$  点相对  $O$  的矢径  $\rho_P$  为

$$\rho_P = \rho_0 + l_0 e_0 + l_1 e_1 + x' e_2. \quad (2)$$

根据系统质心定义, 有

$$\sum_{i=0}^2 m_i \rho_i = M \rho_c. \quad (3)$$

将 (1) 式代入 (3) 式可解出  $\rho_0$  为

$$\rho_0 = \rho_c - L_{00} e_0 - L_{01} e_1 + (L_{02} - L_{03} x') e_2. \quad (4)$$

其中,  $L_{00} = (m_1 + m_2) l_0 / M$ ,  $L_{01} = (m_1 a_1 + m_2 l_1) / M$ ,  $L_{02} = (m_2 b_2) / M$ ,  $L_{03} = m_2 / M$ .

将 (4) 式代入 (1) 和 (2) 式得到:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \rho_c - L_{10}e_0 - L_{11}e_1 + (L_{12} - L_{13}x')e_2, \\ \rho_2 &= \rho_c - L_{20}e_0 - L_{21}e_1 + (L_{22} - L_{23}x')e_2, \\ \rho_P &= \rho_c - L_{P0}e_0 - L_{P1}e_1 + (L_{P2} - L_{P3}x')e_2.\end{aligned}\quad (5)$$

其中,  $L_{1i}, L_{2i}, L_{Pi}$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) 与 (4) 式中的  $L_{0i}$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) 相类似, 仅为系统惯性参数的组合函数.

将  $x_0$  轴相对  $Y$  轴的偏角  $\theta_0$ ,  $x_1$  轴相对  $x_0$  轴的转角  $\theta_1$ , 以及  $B_2$  末端  $P$  到  $O_2$  的距离  $x'$  取为系统广义坐标, 并将各分体质心相对  $O$  的矢径  $\rho_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) 向  $X, Y$  轴投影, 得到各分体质心的位置坐标:

$$\begin{aligned}x_i &= x_c - L_{i0} \sin \theta_0 - L_{i1} \sin(\theta_0 + \theta_1) + (L_{i2} - L_{i3} \cdot x') \sin(\theta_0 + \theta_1 + \beta), \\ y_i &= y_c - L_{i0} \cos \theta_0 - L_{i1} \cos(\theta_0 + \theta_1) + (L_{i2} - L_{i3} \cdot x') \cos(\theta_0 + \theta_1 + \beta).\end{aligned}\quad (6)$$

其中,  $\beta$  为  $x_2$  轴与  $x_1$  轴的固定夹角, 为常量.

同样, 将机械手末端  $P$  点矢径  $\rho_P$  向  $X, Y$  轴投影, 得到点  $P$  的位置坐标:

$$\begin{aligned}x_P &= x_c - L_{P0} \sin \theta_0 - L_{P1} \sin(\theta_0 + \theta_1) + (L_{P2} - L_{P3} \cdot x') \sin(\theta_0 + \theta_1 + \beta), \\ y_P &= y_c - L_{P0} \cos \theta_0 - L_{P1} \cos(\theta_0 + \theta_1) + (L_{P2} - L_{P3} \cdot x') \cos(\theta_0 + \theta_1 + \beta).\end{aligned}\quad (7)$$

忽略微弱的重力梯度, 载体位置不受控制的空间机械臂系统为无外力作用的自由漂浮无根多体系统, 遵守对  $(O-XY)$  的动量守恒关系. 不失一般性, 设系统初始动量为零, 则有  $\dot{\rho}_c = 0$ . 由 (6) 和 (7) 式可以看到, 系统中各分体质心速度  $\dot{\rho}_i$  及机械手末端线速度  $\dot{\rho}_P$  均可表示为一组 (组合) 惯性参数的线性函数.

考虑系统的动能  $T$ , 有

$$T = \sum_{i=0}^2 T_i, \quad T_i = \frac{1}{2} m_i \dot{\rho}_i^2 + \frac{1}{2} I_i \omega_i^2. \quad (8)$$

其中,  $\omega_i, I_i$  分别为第  $i$  个分体的角速度及转动惯量. 则根据 (6) 式的结果,  $T_i$ 、 $T$  也可以表示为一组适当选择的 (组合) 惯性参数的线性函数.

由拉格朗日方程并利用上面的系统动能表达式, 带滑移铰空间机械臂的系统动力学方程可以写为如下形式:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = (\tau_0 \ \tau^T)^T. \quad (9)$$

其中,  $D(q)$  为  $3 \times 3$  阶对称、正定质量矩阵,  $C(q, \dot{q})$  为包含科氏力、离心力的 3 阶列向量,  $\tau_0$  为载体姿态控制力矩,  $\tau = (\tau_1 \ f_2)^T$  为由  $O_1$  铰的控制力矩  $\tau_1$  与  $O_2$  铰的控制力  $f_2$  组成的 2 阶列向量,  $q = [\theta_0 \ \theta^T]^T$ ,  $\theta = [\theta_1 \ x']^T$  为系统的广义坐标列向量.

为了控制系统设计的需要, 将方程 (9) 做准线性化处理, 得出:

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q})\dot{q} = (\tau_0 \ \tau^T)^T. \quad (10)$$

其中,  $h(q, \dot{q})$  为  $3 \times 3$  矩阵, 其元素  $h_{ij}$  定义为

$$h_{ij} = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} \left( \frac{\partial D_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial D_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial D_{kj}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k. \quad (11)$$

且对任意变量  $z \in \mathfrak{R}^3$  有如下关系式存在<sup>[11]</sup>:

$$z^T \mathbf{h} z = \frac{1}{2} z^T \dot{\mathbf{D}} z. \quad (12)$$

由于系统动能为一组适当选择的(组合)惯性参数的线性函数, 故(10)式中的矩阵  $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  也可表示为一组适当选择的(组合)惯性参数的线性函数, 这一结果将有利于自适应控制方案的设计.

### 3 增广变量法

将(7)式分别对时间  $t$  求导, 则有

$$\begin{aligned} \dot{x}_P &= J_{11} \cdot \dot{\theta}_0 + J_{12} \cdot \dot{\theta}_1 + J_{13} \cdot \dot{x}', \\ \dot{y}_P &= J_{21} \cdot \dot{\theta}_0 + J_{22} \cdot \dot{\theta}_1 + J_{23} \cdot \dot{x}'. \end{aligned} \quad (13)$$

其中,

$$\begin{aligned} J_{11} &= -L_{P0} \cos \theta_0 - L_{P1} \cos(\theta_0 + \theta_1) + (L_{P2} - L_{P3} \cdot x') \cos(\theta_0 + \theta_1 + \beta), \\ J_{12} &= -L_{P1} \cos(\theta_0 + \theta_1) + (L_{P2} - L_{P3} \cdot x') \cos(\theta_0 + \theta_1 + \beta), \\ J_{13} &= -L_{P3} \sin(\theta_0 + \theta_1 + \beta), \\ J_{21} &= L_{P0} \sin \theta_0 + L_{P1} \sin(\theta_0 + \theta_1) - (L_{P2} - L_{P3} \cdot x') \sin(\theta_0 + \theta_1 + \beta), \\ J_{22} &= L_{P1} \sin(\theta_0 + \theta_1) - (L_{P2} - L_{P3} \cdot x') \sin(\theta_0 + \theta_1 + \beta), \\ J_{23} &= -L_{P3} \cos(\theta_0 + \theta_1 + \beta). \end{aligned}$$

由于考虑的是载体姿态与末端抓手惯性空间轨迹协调运动的控制问题, 因此系统的控制输出为载体姿态角  $\theta_0$  及末端抓手的运动轨迹  $\mathbf{X}_P = [x_P \ y_P]^T$ . 定义  $\mathbf{Y} = [\theta_0 \ \mathbf{X}_P^T]^T$  为系统的增广输出变量, 则可导出系统的增广输出速度变量  $\dot{\mathbf{Y}}$  与系统广义速度变量  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\theta}_0 \ \dot{\theta}^T]^T$ ,  $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{x}']^T$  之间的关系为

$$\dot{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\mathbf{X}}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{J}_b & \mathbf{J}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_a \dot{\mathbf{q}}, \quad \mathbf{J}_b = \begin{bmatrix} J_{11} \\ J_{21} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_r = \begin{bmatrix} J_{12} & J_{13} \\ J_{22} & J_{23} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{I}$  为 1 阶单位矩阵,  $\mathbf{O}$  为  $1 \times 2$  阶零矩阵.

由(14)式可见, 矩阵  $\mathbf{J}_a$  保持了关于惯性参数的线性函数关系, 若  $\mathbf{J}_r$  非奇异, 则矩阵  $\mathbf{J}_a$  可逆, 从(14)式可解出:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_a^{-1} \dot{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ -\mathbf{J}_r^{-1} \mathbf{J}_b & \mathbf{J}_r^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\mathbf{X}}_P \end{bmatrix}. \quad (15)$$

设  $\mathbf{Y}_d = [\theta_{0d} \ \mathbf{X}_d^T]^T$  为系统的增广期望输出变量, 其中  $\theta_{0d}$ ,  $\mathbf{X}_d$  分别为载体姿态角的期望调整值及空间机械臂末端抓手在惯性空间的期望运动轨迹; 并定义  $\mathbf{e}_0 = (\theta_{0d} - \theta_0)$ ,  $\mathbf{e}_1 = (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}_P)$  为它们的实际值与期望值之间的误差, 则  $\mathbf{Y}$  与  $\mathbf{Y}_d$  之间的增广输出误差向量  $\mathbf{e}$  为

$$\mathbf{e} = \mathbf{Y}_d - \mathbf{Y} = [(\theta_{0d} - \theta_0) \ (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}_P)^T]^T = [\mathbf{e}_0 \ \mathbf{e}_1^T]^T. \quad (16)$$

利用实测的输出误差  $e$  计算系统的参考铰速度  $\dot{\eta}$ ,

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= \tilde{J}_a^{-1} [\dot{Y}_d + K_1 e] = [\dot{\theta}_{r0} \ \dot{\eta}_r^T]^T, \\ \dot{\theta}_{r0} &= \dot{\theta}_{0d} + k_{11} e_0, \quad \dot{\eta}_r = (-\tilde{J}_r^{-1} \tilde{J}_b)(\dot{\theta}_{0d} + k_{11} e_0) + \tilde{J}_r^{-1} (\dot{X}_d + K_{22} e_1).\end{aligned}\quad (17)$$

其中,  $K_1 = \text{diag}[k_{11}, K_{22}]$  为任选的对称正定常值矩阵.

将系统的实际铰速度  $\dot{q}$  与参考铰速度  $\dot{\eta}$  之差记作  $\dot{s}$ ,

$$\dot{s} = \dot{\eta} - \dot{q} = ((\dot{\theta}_{r0} - \dot{\theta}_0) \ (\dot{\eta}_r - \dot{\theta})^T)^T = (\dot{s}_0 \ \dot{s}_1^T)^T. \quad (18)$$

将 (16)、(17)、(18) 式代入 (14) 式, 导出误差方程

$$\dot{e} + K_1 e = J_a \dot{s} - W_1 \bar{\Phi}_1. \quad (19)$$

其中,  $W_1 \bar{\Phi}_1 = (J_a - \tilde{J}_a) \dot{\eta}$ ,  $\bar{\Phi}_1 = (\Phi_1 - \tilde{\Phi}) \in \mathcal{R}^{4 \times 1}$ ; 此处,  $\Phi_1, \tilde{\Phi}_1$  分别为  $J_a, \tilde{J}_a$  中惯性参数的待估计参数值和可调参数值.

将 (17) 式对时间  $t$  求导, 得到:

$$\begin{aligned}\ddot{\eta} &= \tilde{J}_a^{-1} (\ddot{Y}_d + K_1 \dot{e} - \dot{\tilde{J}}_a \dot{\eta}) = (\ddot{\theta}_{r0} \ \ddot{\eta}_r^T)^T, \quad \ddot{\theta}_{r0} = \ddot{\theta}_{0d} + k_{11} \dot{e}_0, \\ \ddot{\eta}_r &= (-\tilde{J}_r^{-1} \dot{\tilde{J}}_b)(\ddot{\theta}_{0d} + k_{11} \dot{e}_0) + \tilde{J}_r^{-1} [\ddot{X}_d + K_{22} \dot{e}_1 - (\dot{\tilde{J}}_b \dot{\theta}_{r0} + \dot{\tilde{J}}_r \dot{\eta}_r)].\end{aligned}\quad (20)$$

利用 (18) 式, 系统动力学方程 (10) 为

$$D \ddot{s} + h \dot{s} = D \ddot{\eta} + h \dot{\eta} - [\tau_0 \ \tau^T]^T. \quad (21)$$

#### 4 自适应与鲁棒混合控制方案设计

设计如下控制输入规律:

$$[\tau_0 \ \tau^T]^T = \hat{D} \ddot{\eta} + \hat{h} \dot{\eta} + K^* \dot{s} + P \text{sgn}(\dot{s}). \quad (22)$$

其中,  $\hat{D}, \hat{h}$  为参考模型中相应的  $D, h$  矩阵,  $K^* = \text{diag}[k_{11}^*, K_{22}^*]$  为任选的对称正定常值矩阵,  $P \text{sgn}(\dot{s})$  为 3 阶列阵,  $P$  的元素  $p_1, p_2, p_3$  为待定系数.

控制输入 (22) 式可分解为两部分:

$$\tau_0 = \hat{D}_{11} \ddot{\theta}_{r0} + \hat{D}_{12} \ddot{\eta}_r + \hat{h}_{11} \dot{\theta}_{r0} + \hat{h}_{12} \dot{\eta}_r + k_{11}^* \dot{s}_0 + p_1 \text{sgn}(\dot{s}_0), \quad (23a)$$

$$\tau = \hat{D}_{21} \ddot{\theta}_{r0} + \hat{D}_{22} \ddot{\eta}_r + \hat{h}_{21} \dot{\theta}_{r0} + \hat{h}_{22} \dot{\eta}_r + K_{22}^* \dot{s}_1 + [p_2 \text{sgn}(\dot{s}_1)_1, p_3 \text{sgn}(\dot{s}_1)_2]^T. \quad (23b)$$

其中, (23a) 为载体姿态控制输入力矩, (23b) 为机械臂关节铰控制输入力矩与力.

将 (22) 式确定的控制输入规律代入方程 (21), 得到

$$D \ddot{s} + h \dot{s} + K^* \dot{s} + P \text{sgn}(\dot{s}) = W \bar{\Phi}. \quad (24)$$

矩阵  $W \bar{\Phi}$  定义为

$$W \bar{\Phi} = (D - \hat{D}) \ddot{\eta} + (h - \hat{h}) \dot{\eta},$$

其中,  $W \in \mathcal{R}^{3 \times 10}$  为  $q, \dot{q}, \ddot{q}, \dot{\eta}, \ddot{\eta}$  的不含待估计参数的函数矩阵;  $\bar{\Phi} = (\Phi - \tilde{\Phi}) \in \mathcal{R}^{10 \times 1}$  为系统参数不确定所引起的真实模型与参考模型间的参数误差向量;  $\Phi$  为系统真实模型中

从  $D, h$  分离出的不确定参数的真值,  $\hat{\Phi}$  为参考模型中从  $\hat{D}, \hat{h}$  分离出的不确定参数的不精确估计值. 若系统不确定参数的误差范围可以预知, 则  $\bar{\Phi}$  的误差范围可以确定, 存在:

$$|\bar{\Phi}_i| = |\Phi_i - \hat{\Phi}_i| \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, 10. \quad (25)$$

其中,  $c_i$  为计算得到的误差范围的确定值.

**定理** 控制输入 (22) 式中待定系数  $P$  的适当选取及如下可调参数  $\tilde{\Phi}_1$  的自适应调节规律:

$$\dot{\tilde{\Phi}}_1 = -W_1^T H e. \quad (26)$$

保证  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{s} = 0$

**证明** 设  $e = 0, \dot{s} = 0$  为无扰运动, (19)、(24) 式为受扰运动方程, 选择如下正定函数  $V$  作为 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}(e^T H e + \gamma \dot{s}^T D \dot{s} + \bar{\Phi}_1^T \tilde{\Phi}_1). \quad (27)$$

计算  $V$  通过动力学方程构成的全导数  $\dot{V}$ , 并利用 (19)、(24)、(26) 及 (12) 式, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T H \dot{e} + \gamma \dot{s}^T D \ddot{s} + \frac{1}{2} \gamma \dot{s}^T \dot{D} \dot{s} + \bar{\Phi}_1^T \dot{\tilde{\Phi}}_1 \\ &= e^T H (-K_1 e - W_1 \bar{\Phi}_1 + J_a \dot{s}) + \gamma \dot{s}^T (D \ddot{s} + h \dot{s}) - \bar{\Phi}_1^T \dot{\tilde{\Phi}}_1 \\ &= -e^T H K_1 e + e^T H J_a \dot{s} + \gamma \dot{s}^T [W \bar{\Phi} - K^* \dot{s} - P \operatorname{sgn}(\dot{s})] \\ &= (-e^T H K_1 e + e^T H J_a \dot{s} - \gamma \dot{s}^T K^* \dot{s}) + \gamma \dot{s}^T [W \bar{\Phi} - P \operatorname{sgn}(\dot{s})]. \end{aligned} \quad (28)$$

显然, 上式右端前面括号内 3 项为  $e, \dot{s}$  的二次型, 因为  $J_a$  有界, 因此当参数  $\gamma$  选择得足够大时, 可保证这 3 项的和小于零; 而上式右端剩余部分可写做:

$$\gamma \dot{s}^T [W \bar{\Phi} - P \operatorname{sgn}(\dot{s})] = \gamma [\dot{s}_0 \ (\dot{s}_1)_1 \ (\dot{s}_1)_2] \begin{bmatrix} \left( \sum_{i=1}^{10} W_{1i} \bar{\Phi}_i \right) - p_1 \operatorname{sgn}(\dot{s}_0) \\ \left( \sum_{i=1}^{10} W_{2i} \bar{\Phi}_i \right) - p_2 \operatorname{sgn}(\dot{s}_1)_1 \\ \left( \sum_{i=1}^{10} W_{3i} \bar{\Phi}_i \right) - p_3 \operatorname{sgn}(\dot{s}_1)_2 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

由上式可见, 若将系统控制输入 (22) 式中的待定系数  $p_1, p_2, p_3$  选取为

$$p_1 = \sum_{i=1}^{10} |W_{1i}| c_i + \mu_1, \quad p_2 = \sum_{i=1}^{10} |W_{2i}| c_i + \mu_2, \quad p_3 = \sum_{i=1}^{10} |W_{3i}| c_i + \mu_3. \quad (30)$$

其中,  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  为任意的正常数,  $W_{ij}$  为矩阵  $W$  的元素. 那么, (28) 式的最后一项满足:

$$\gamma \dot{s}^T [W \bar{\Phi} - P \operatorname{sgn}(\dot{s})] \leq - \sum_{i=1}^3 \mu_i |(\dot{s})_i|. \quad (31)$$

最终得到:

$$\dot{V} \leq (-e^T H K_1 e + e^T H J_a \dot{s} - \gamma \dot{s}^T K^* \dot{s}) - \sum_{i=1}^3 \mu_i |(\dot{s})_i|. \quad (32)$$

由上式可见,若按(30)式确定的规律选取系统控制输入中的待定系数 $p_1, p_2, p_3$ ,则 $\dot{V}$ 为 $e, \dot{s}$ 的负定函数,且 $\dot{V} = 0$ ,当且仅当 $e = 0, \dot{s} = 0$ .

分析 因为 $\dot{V} \leq 0$ ,且 $V$ 有下界(为零),则当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V$ 趋于某一常数,故在区间 $t \in [0, \infty]$ 是有界的.又因为 $D$ 一致正定,则由 $V$ 的定义可导出 $e, \dot{s}$ 有界,从而 $\dot{q}, \dot{\eta}, \dot{e}$ 有界, $\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}$ 也有界.由(24)式可知 $\ddot{s}$ 也是有界的.由于 $\dot{e}, \ddot{s}, J_a$ 及 $\dot{J}_a$ 有界,则 $\dot{V}$ 在区间 $t \in [0, \infty]$ 是一致连续的;则由 $V$ 有界及 $\dot{V}$ 不变号( $\dot{V} \leq 0$ )可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0$ .则由(32)式可知,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e \rightarrow 0, \dot{s} \rightarrow 0$ .

进一步,如 $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\Phi}_1 = 0$ ,则最终由(21)式还可导出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e} = 0, \quad \text{证毕.}$$

因此,由(22)式确定的控制输入规律,(26)式确定的参数自适应调节规律,以及(30)式确定的待定系数 $p_1, p_2, p_3$ 的选取准则能够有效地控制带滑移铰空间机械臂的载体姿态与末端抓手协调地完成由 $\theta_{0d}, X_d$ 所描写的期望运动轨迹.

## 5 仿真算例

以做平面运动的漂浮基带滑移铰两杆空间机械臂系统为例,系统中载体及机械臂的相关参数分别为: $m_0 = 40 \text{ kg}$ ,  $2m_1 = m_2 = 4 \text{ kg}$ ;  $l_0 = 0.5 \text{ m}$ ,  $l_1 = 2a_1 = 0.8 \text{ m}$ ,  $l_2 = 2b_2 = 6 \text{ m}$ ;  $\beta = -\pi/10$ ;  $I_0 = 26.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_2 = 2I_1 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . 仿真时假定机械臂的质量 $m_1, m_2$ 及转动惯量 $I_1, I_2$ 为不确定参数,其不确定范围为

$$1.0 \leq m_1 \leq 3.0, \quad 3.0 \leq m_2 \leq 5.0;$$

$$1.0 \leq I_1 \leq 3.0, \quad 2.0 \leq I_2 \leq 5.0.$$

并设其不精确估计值为 $m_1 = 1.6 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 3.2 \text{ kg}$ ;  $I_1 = 1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_2 = 2.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

对应的系统待估计参数向量为

$$\Phi_1 = (L_{P0} \quad L_{P1} \quad L_{P2} \quad L_{P3})^T,$$

$$\Phi = (A_0 \quad B_0 \quad C_0 \quad D_0 \quad A_1 \quad B_1 \quad C_1 \quad D_1 \quad E_1 \quad F_1)^T.$$

此处,

$$\begin{aligned} A_0 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i0}^2 + I_0, & B_0 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i1}^2 + I_1, & C_0 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i2}^2 + I_2, & D_0 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i3}^2, \\ A_1 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i0} L_{i1}, & B_1 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i0} L_{i2}, & C_1 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i0} L_{i3}, \\ D_1 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i1} L_{i2}, & E_1 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i1} L_{i3}, & F_1 &= \sum_{i=0}^2 m_i L_{i2} L_{i3}. \end{aligned}$$

其中, $L_{ij}$ 的定义与(3)和(4)式中的定义相同;提到的控制系统对 $\Phi_1$ 采用(26)式的参数调节方式,对 $\Phi$ 采取保持鲁棒性的方式.根据上式可以计算得到相应于(25)式的参数

误差向量  $\bar{\Phi}$  的不确定范围:

$$\begin{aligned} c_1 = 0.76, \quad c_2 = 3.22, \quad c_3 = 18.20, \quad c_4 = 1.70, \quad c_5 = 0.90, \\ c_6 = 2.16, \quad c_7 = 0.72, \quad c_8 = 3.75, \quad c_9 = 1.26, \quad c_{10} = 5.06. \end{aligned}$$

设机械臂末端抓手在惯性工作空间的期望运动轨迹为

$$x_d = 4.0 - 1.6 \cos(0.2\pi t), \quad y_d = 1.6 \sin(0.2\pi t).$$

此间, 载体姿态的期望调整运动为

$$\theta_{0d} = -\frac{\pi}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{t}{20} + \frac{1}{2\pi} \sin(0.2\pi t) \right].$$

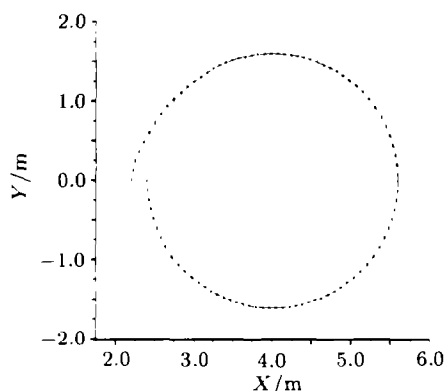


图 2 末端抓手实际轨迹与期望轨迹比较  
Fig.2 The desired and actual trajectory of the end-effector

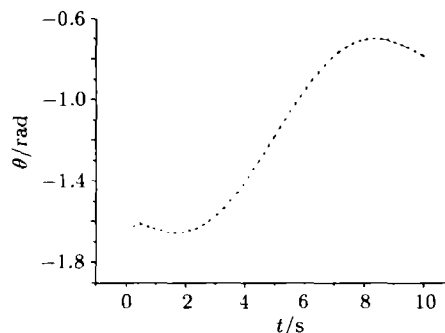


图 3 载体姿态实际运动与期望运动的比较  
Fig.3 The desired and actual angle change of the base gesture

整个追踪过程为 10 s; 运动的初始值取为  $\theta_0 = -1.65 \text{ rad}$ ,  $\theta_1 = 3.44 \text{ rad}$ ,  $x' = 1.86 \text{ m}$ ; 在对  $\Phi_1$  采用自适应调节过程中, 机械臂质量  $m_1, m_2$  的初始估计值均取为零; 利用上面给出的自适应与鲁棒混合控制方案 (22)、(26) 及 (30) 式进行系统数值仿真运算. 图 2 为得到的末端抓手实际运动轨迹 (虚线) 与期望运动轨迹 (实线) 的比较情况; 图 3 为此间载体姿态实际运动 (虚线) 与期望运动 (实线) 的比较情况.

仿真计算结果表明, 本文提出的自适应与鲁棒混合控制方案能够有效地消除惯性参数不确定对控制系统的影响, 有效地控制带滑移铰空间机械臂的载体姿态与末端抓手协调地完成各自的期望运动. 此外, 由于不需控制载体的位置, 还大大减少了喷气装置的燃料消耗, 延长了空间机械臂的有效使用寿命.

### 参 考 文 献

- [1] Papadopoulos E G, Dubowsky S. On the nature of control algorithms for free-floating space manipulators. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1991, 7(6):750—758
- [2] Gu Y L, Xu Y S. A normal form augmentation approach to adaptive control of space robot systems. *J. Dyn. Cont.*, 1995, 5:275—294
- [3] 刘延柱. 航天器姿态动力学. 北京: 国防工业出版社, 1995
- [4] 李俊峰, 王照林. 带空间机械臂的充液航天器姿态动力学研究. 宇航学报, 1999, (2):81—86

- [5] 戈新生, 张奇志, 刘延柱. 基于遗传算法的空间机械臂运动规划的最优控制. 空间科学学报, 2000, **20**(2):185—190
- [6] 陈力等. 参数不确定空间机械臂系统的变结构鲁棒控制. 空间科学学报, 1998, **18**(2):174—179
- [7] 陈力, 刘延柱. 参数不确定空间机械臂关节轨迹跟踪的增广自适应控制方案. 空间科学学报, 2000, **20**(4):348—355
- [8] Walker M W. Adaptive control of space-based robot manipulators. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1992, **7**(6):828—835
- [9] 马保离, 霍伟. 空间机器人系统的自适应控制. 控制理论与应用, 1996, **13**(2):191—197
- [10] Papadopoulos E G, Dubowsky S. Dynamic singularities in free-floating space manipulators. *J. Dyn. Sys. Meas. Cont.*, 1993, **115**:44—52
- [11] Slotin J E, Li W P. On the adaptive control of robot manipulators. *J. Robot. Res.*, 1987, **6**(3):49—59

## COMPOSITE ADAPTIVE AND ROBUST CONTROL OF COORDINATED MOTION OF SPACE MANIPULATOR WITH PRISMATIC JOINT

CHEN Li

(Department of Machinery Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350002)

### Abstract

In this paper, the coordinated control of the base attitude of space manipulator system with prismatic joint and its arms is studied. With the momentum conservation of system, the kinematics and dynamics of system are analyzed. It is shown that the generalized Jacobi matrix and dynamic equations of the system can be linearly dependent on a group of inertial parameters. Based on the results proposed above, the composite adaptive and robust control scheme of coordinated motion for both the base and manipulator to track the desired trajectory is developed. The control scheme proposed above possesses the advantages that need no measuring or controlling the position, velocity and acceleration of the base with respect to the orbit due to an effective use of the particular property of the system dynamics. Besides it is computationally simple because an approach is chosen to make the controller robust to the uncertain inertial parameters rather than explicitly estimating them online. A two-link planar space manipulator system is simulated to verify the proposed controlling scheme.

**Key words** Space manipulator with prismatic joint, Coordinated motion, Composite adaptive and robust control