

绳系卫星释放及工作态动力学分析^{*}

顾晓勤

(中山学院机械系 中山 528402)

摘 要

考虑绳系卫星系统绳索质量的影响, 导出三维空间动力学方程, 运用 Pontryagin 极小值理论求出释放过程中张力优化控制规律; 得到最佳释放速度变化曲线。对子星工作阶段进行动力学分析, 讨论系统质心沿椭圆轨道运动与姿态运动的耦合。文中附有算例。

关键词 绳系卫星—动力学—优化控制—振动

1 引言

绳系卫星的概念最早由 Tsiolkovsky 提出, 此系统由母星-绳索-子星组成, 美国的“双子星座 11 号”飞船进行了第一次空间绳实验。通过改变绳索的长度, 可精确地控制微重力水平, 完成各种微重力实验。绳系卫星还可用于发电、轨道之间货物转运、太空垃圾的收集、子星的在轨推进和上大气层研究等。

Cochran 等研究子星与母星间的相互耦合作用^[1], 文献 [2] 提出绳系卫星系统质心沿椭圆轨道运动时子星释放方案, 并讨论质心沿圆轨道运动时绳系卫星系统的摆动运动, Biswell 等考虑了空间残余大气对绳系卫星系统运动稳定性的影响^[3]。Pelaez 等研究了通过长摆动绳传递到子星的速度增量以改变子星轨道, 对绳索无电机驱动释放中不确定性进行了灵敏度分析^[4], 并提出使子星入轨高度最大的绳射技术方案^[5], 但为简化起见, 忽略不计绳索质量, 并在轨道平面内建立动力学控制方程, 加以讨论。

于绍华等讨论了绳系卫星系统二维平面运动和常规动力学^[6], 顾晓勤等讨论了绳系卫星绳索横向振动的纵向优化控制方法^[7], 本文导出了绳系卫星系统三维空间动力学方程, 并且考虑了绳索质量的影响, 运用优化理论求出张力优化控制规律, 得到最佳释放速度。对于系统处于绳长恒定的工作状态, 得到了轨道平面内、外摆角及绳索张力变化规律, 讨论了系统平面天平动, 研究了系统质心沿椭圆轨道运动时真近点角与姿态角的关系。为阐明本文所述方法, 文中附有数值模拟示例。

2 动力学方程

设地球质心为 O_e , 重力场为球对称。以 O_e 为原点建立惯性坐标系 $O_e-X'Y'Z'$, X' 轴沿黄道面与赤道平面交线指向春分点, Z' 轴沿地球极轴, Y' 轴由右手法则确定。轨道

^{*} 国家自然科学基金项目 (19872032)

2001-08-09 收到原稿, 2002-02-01 收到修定稿

面倾角 i 、升交点赤经 Ω 和轨道角 θ 如图 1 所示. 母星 B_1 、子星 B_2 、绳索 B_3 组成的系统质心 O , 建立轨道坐标系 $O-X_0Y_0Z_0$, 其中 X_0 轴沿当地垂直轴指向天顶, Y_0 轴沿当地水平轴指向系统质心飞行方向, Z_0 轴垂直于轨道平面. 设释放、回收过程及子星工作中绳索保持直线, 母星、子星为质点, 系统主轴坐标系 $O-xyz$, x 轴沿 B_1B_2 , 系统在轨道面内的摆角 ϕ 以及绕 y 轴转动的面外摆角 β 定义如图 2 所示. $O-xyz$ 与 $O-X_0Y_0Z_0$ 之间的方向余弦矩阵为^[8]

$$\begin{bmatrix} \cos \phi \cos \beta & \sin \phi \cos \beta & -\sin \beta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \phi \sin \beta & \sin \phi \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}.$$

沿 x 、 y 、 z 轴及 X_0 、 Y_0 、 Z_0 轴单位矢量分别为 i, j, k 及 i_0, j_0, k_0 . 设地心 O_e 到绳系卫星系统质心 O 矢径 r , 质量微元 dm 相对于 O 点的矢径为 $\rho = xi$, 微元相对地心 O_e 的矢径为

$$r' = r + \rho = r \left[\left(\cos \beta \cos \phi + \frac{x}{r} \right) i - \sin \phi j + \sin \beta \cos \phi k \right]. \quad (1)$$

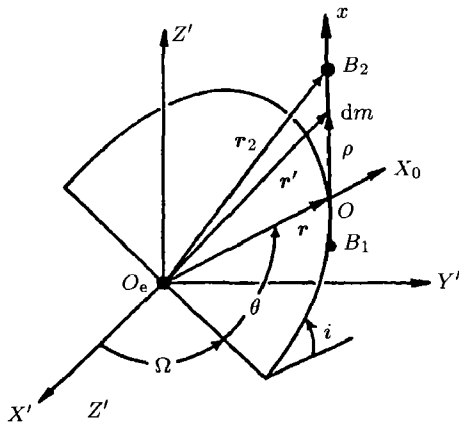


图 1 坐标系及绳系卫星位形

Fig.1 Schematic diagram of the tethered satellite system with coordinate system

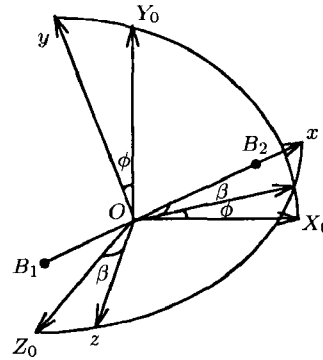


图 2 转角 ϕ 、 β 的定义

Fig.2 Definitions of angle ϕ and β

设绳索释放、回收控制器安装在母星中, 绳索密度 ρ_0 , 放出绳长 l 为时间 t 的函数. 质量微元 dm 上作用着万有引力 $dF = -\frac{\mu dm}{r'^3} r'$, 引力参数 $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$. 令

$l_1 = OB_1$, $l_2 = OB_2$, $M = \sum_{i=1}^3 m_i$, 由系统质心定义计算可得到:

$$l_1 = \frac{m_2 + \frac{\rho}{2}l}{M}l, \quad l_2 = \frac{m_1 + m_3 - \frac{\rho}{2}l}{M}l. \quad (2)$$

系统角速度在主轴坐标系投影列阵 $\omega^T = [-(\dot{\theta} + \dot{\phi}) \sin \beta, \dot{\beta}, (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \cos \beta]$, 系统相对于

质心 O 的动能 T 和势能 V 分别为

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \frac{(m_2 + \rho l)(m_1 + m_3 - \rho l)}{M} \dot{l}^2 + \frac{1}{2} J_y(l) [(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 \cos^2 \beta + \dot{\beta}^2], \\ V &= \frac{1 - 3 \cos^2 \phi \cos^2 \beta}{2} \frac{\mu}{r^3} J_y(l). \end{aligned} \quad (3)$$

其中,

$$J_y(l) = \left[\frac{m_2(m_1 + m_3) - \frac{1}{4} \rho^2 l^2}{M} + \left(\frac{1}{3} - \frac{m_2}{M} \right) \rho l \right] l^2.$$

设系统质心 O 沿半径为 r 的圆轨道运动, 角速度 $\dot{\theta} = \sqrt{\mu/r^3}$, 绳系卫星系统的几何尺度远小于轨道运动几何尺度, 姿态运动与轨道运动之间耦合作用极其微小, 故在公式 (4)–(15) 推导中忽略其相互影响. 记绳索张力为 $T(t)$, 将式 (3) 代入 Lagrange 方程, 整理得到以轨道面内外摆角 $\phi(t)$ 、 $\beta(t)$, 绳长 $l(t)$ 为变量的绳系卫星系统动力学控制方程:

$$\begin{cases} \ddot{\phi}(t) + \left[\frac{J_{y1}(l)}{J_y(l)} \dot{l}(t) - 2 \tan \beta \dot{\beta} \right] (\dot{\theta} + \dot{\phi}) + 3 \dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi = 0, \\ \ddot{\beta}(t) + \frac{J_{y1}(l)}{J_y(l)} \dot{l}(t) \dot{\beta}(t) + [(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 3 \cos^2 \phi \dot{\theta}^2] \sin \beta \cos \beta = 0, \\ \frac{(m_2 + \rho l)(m_1 + m_3 - \rho l)}{M} \ddot{l}(t) + \frac{m_1 + m_3 - m_2 - 2\rho l}{2M} \rho \dot{l}(t)^2 + \\ \frac{(1 - 3 \cos^2 \phi \cos^2 \beta) \dot{\theta}^2 - (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 \cos^2 \beta - \dot{\beta}^2}{2} J_{y1}(l) = -T(t). \end{cases} \quad (4)$$

其中,

$$J_{y1}(l) = \frac{(m_1 + m_3 - \rho l)(2m_2 + \rho l)}{M} l.$$

3 张力优化控制

以绳索张力为控制量, 要求 $T(t) \geq 0$. 令 $x = [\phi(t), \dot{\phi}(t), \beta(t), \dot{\beta}(t), l(t), \dot{l}(t)]^T$, 记 $f(x, T) = (x_2, g_\phi, x_4, g_\beta, x_6, g_l)^T$, 由式 (4) 得到系统状态方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, T). \\ g_\phi &= \left[2 \tan \beta \dot{\beta} - \frac{J_{y1}(l)}{J_y(l)} \dot{l}(t) \right] (\dot{\theta} + \dot{\phi}) - 3 \dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi, \\ g_\beta &= -\frac{J_{y1}(l)}{J_y(l)} \dot{l}(t) \dot{\beta}(t) - [(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 3 \cos^2 \phi \dot{\theta}^2] \sin \beta \cos \beta, \\ g_l &= \frac{[2(m_2 + \rho l) - M] \rho \dot{l}^2 + \{[(3 \cos^2 \phi \cos^2 \beta - 1) \dot{\theta}^2 + (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 \cos^2 \beta + \dot{\beta}^2] J_{y1} - 2T\} M}{2(m_2 + \rho l)(m_1 + m_3 - \rho l)}. \end{aligned} \quad (5)$$

取性能指标:

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) A x(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} x^T(t) B x(t) dt,$$

加权矩阵:

$$A = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_6), \quad B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_6).$$

构造 Hamilton 函数 $H(x, T, \lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) B \mathbf{x}(t) + \lambda^T f(x, T)$, 伴随向量 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6)^T$. 令 $h(l) = (m_2 + \rho l)(m_1 + m_3 - \rho l)$, 运用 Pontryagin 极小值原理可得到协态方程:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -b_1 \dot{\phi} + 3\lambda_2 \dot{\theta}^2 \cos 2\phi - \frac{3}{2} \dot{\theta}^2 \sin 2\phi \left[\lambda_4 \sin 2\beta + \frac{J_{y1} M \cos^2 \beta}{h(l)} \lambda_6 \right], \\ \dot{\lambda}_2 = -b_2 \dot{\phi} - \lambda_1 + \lambda_2 \left[\frac{J_{y1} \dot{l}(t)}{J_y} - 2\dot{\beta} \tan \beta \right] + (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \left[\lambda_4 \sin 2\beta + \lambda_6 \frac{J_{y1} M \cos^2 \beta}{h(l)} \right], \\ \dot{\lambda}_3 = -b_3 \dot{\beta} - \lambda_2 \frac{2\dot{\beta}(\dot{\theta} + \dot{\phi})}{\cos^2 \beta} + [(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 3\dot{\theta}^2 \cos^2 \phi] \left[\lambda_4 \cos 2\beta - \lambda_6 \frac{J_{y1} M \sin 2\beta}{2h(l)} \right], \\ \dot{\lambda}_4 = -b_4 \dot{\beta} - 2\lambda_2 (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \tan \beta - \lambda_3 + \lambda_4 \frac{J_{y1}}{J_y} \dot{l}(t) + \lambda_6 \frac{\beta J_{y1} M}{h(l)}, \\ \dot{\lambda}_5 = -b_5 \dot{l}(t) + \left[\frac{J_{y2}}{J_y} - \left(\frac{J_{y1}}{J_y} \right)^2 \right] \dot{l}(t) [\lambda_2 (\dot{\theta} + \dot{\phi}) + \lambda_4 \dot{\beta}] + \frac{\lambda_6}{h(l)} \left\{ \rho g_l [M - 2(m_2 + \rho l)] - \right. \\ \left. \rho^2 \dot{l}^2(t) - \frac{[(3 \cos^2 \phi \cos^2 \beta - 1) \dot{\theta}^2 + (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 \cos^2 \beta + \dot{\beta}^2] J_{y2} M}{2} \right\}, \\ \dot{\lambda}_6 = -[b_6 + \lambda_6 \rho \frac{M - 2(m_2 + \rho l)}{h(l)}] \dot{l}(t) + \frac{J_{y1}}{J_y} [\lambda_2 (\dot{\theta} + \dot{\phi}) + \lambda_4 \dot{\beta}] - \lambda_5. \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\dot{\lambda}_i = \frac{d\lambda_i}{dt}$, $J_{y2} = \frac{2m_2(m_1 + m_3) + 2\rho l(m_1 + m_3 - 2m_2) - 3\rho^2 l^2}{M}$. 释放初始状态 $\mathbf{x}(t_0)$ 及终了状态 $\lambda(t_f)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_0) &= (\phi_0, \dot{\phi}_0, \beta_0, \dot{\beta}_0, l_0, \dot{l}_0)^T, \\ \lambda_i(t_f) &= a_i x_i(t_f), \quad i = 1, 2, \dots, 6. \end{aligned} \quad (7)$$

由控制方程得到 $\lambda_6 = 0$, 联立状态方程 (5)、协态方程 (6), 考虑边界条件 (7), 采用数值法求出绳张力控制规律.

4 释放速度优化控制

以释放速度 $\dot{l}(t)$ 为控制量, 令 $\mathbf{x}^* = [\phi(t), \dot{\phi}(t), \beta(t), \dot{\beta}(t)]^T$, 由式 (4) 得到系统状态方程:

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = (x_2, g_\phi, x_4, g_\beta)^T. \quad (8)$$

式中, g_ϕ, g_β 的定义见式 (5). 记 $\mathbf{f}^*(\mathbf{x}^*, \dot{l}) = (x_2, g_\phi, x_4, g_\beta)^T$. 取性能指标:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^{*T}(t_f) \mathbf{A}^* \mathbf{x}^*(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \mathbf{x}^{*T}(t) \mathbf{B}^* \mathbf{x}^*(t) dt,$$

加权矩阵 $\mathbf{A}^* = \text{diag}(a_1, a_2, a_3, a_4)$, $\mathbf{B}^* = \text{diag}(b_1, b_2, b_3, b_4)$. 构造 Hamilton 函数 $H^*(\mathbf{x}^*, \dot{l}, \lambda^*) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^{*T}(t) \mathbf{B}^* \mathbf{x}^*(t) + \lambda^{*T} \mathbf{f}^*(\mathbf{x}^*, \dot{l})$, 其中 Lagrange 乘子向量 $\lambda^* = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)^T$. 运用优化理论求绳索释放速度控制规律, 得到协态方程:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -b_1\dot{\phi} + 3\lambda_2\dot{\theta}^2 \cos 2\phi - \frac{3}{2}\lambda_4\dot{\theta}^2 \sin 2\phi \sin 2\beta, \\ \dot{\lambda}_2 = -b_2\dot{\phi} - \lambda_1 + \lambda_2 \left[\frac{J_{y1}}{J_y} \dot{l}(t) - 2\dot{\beta} \tan \beta \right] + (\dot{\theta} + \dot{\phi})\lambda_4 \sin 2\beta, \\ \dot{\lambda}_3 = -b_3\dot{\beta} - \lambda_2 \frac{2\dot{\beta}(\dot{\theta} + \dot{\phi})}{\cos^2 \beta} + [(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 3\dot{\theta}^2 \cos^2 \phi]\lambda_4 \cos 2\beta, \\ \dot{\lambda}_4 = -b_4\dot{\beta} - 2\lambda_2(\dot{\theta} + \dot{\phi}) \tan \beta - \lambda_3 + \lambda_4 \frac{J_{y1}}{J_y} \dot{l}(t). \end{cases} \quad (9)$$

控制方程:

$$\lambda_2(\dot{\theta} + \dot{\phi}) + \lambda_4\dot{\beta} = 0. \quad (10)$$

释放初始状态 $\mathbf{x}^*(t_0)$ 及终了状态 $\mathbf{\lambda}^*(t_f)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^*(t_0) &= (\phi_0, \dot{\phi}_0, \beta_0, \dot{\beta}_0)^T, \\ \mathbf{\lambda}_i(t_f) &= a_i \mathbf{x}_i(t_f), \quad i = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (11)$$

联立正则方程 (8)、(9) 和控制方程 (10), 考虑边界条件式 (11), 采用数值法求出绳速控制规律, 一次积分可得绳长变化曲线.

5 工作阶段

当子星释放结束后, 系统开始绕平衡位置作空间天平动. 由式 (4) 得到系统动力学方程及张力计算式:

$$\begin{cases} \ddot{\phi}(t) - 2 \tan \beta \dot{\beta}(\dot{\theta} + \dot{\phi}) + 3\dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi = 0, \\ \ddot{\beta}(t) + [(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 3 \cos^2 \phi \dot{\theta}^2] \sin \beta \cos \beta = 0, \\ \mathbf{T}(t) = \frac{(3 \cos^2 \phi \cos^2 \beta - 1)\dot{\theta}^2 + (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 \cos^2 \beta + \dot{\beta}^2}{2} J_{y1}(l_f). \end{cases} \quad (12)$$

由上式可以看到: 绳系卫星系统在轨道平面内、外摆角 $\phi(t)$ 、 $\beta(t)$, 与系统静止工作状态初始条件即释放终了时刻状态量 $\mathbf{x}^*(t_f)$ 有关, 与绳索长度无关; 绳索张力 $\mathbf{T}(t)$ 为 $l(t)$ 及 $\phi(t)$ 、 $\beta(t)$ 的函数. 一旦 $(\phi_f, \dot{\phi}_f, \beta_f, \dot{\beta}_f, l_f)$ 确定, 绳系卫星系统静止工作状态轨道平面内、外摆角及绳索张力便可确定.

当系统在轨道平面内摆动时, 即做平面天平动. 方程 (4) 第一式的 Jacobi 积分为

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2(t) + \frac{3}{2}\dot{\theta}^2 \sin^2 \phi = \frac{E}{J_y(l_f)}. \quad (13)$$

系统相对轨道坐标系作姿态运动时的相对动能与势能之和由释放终了状态确定, 即 $E = \frac{1}{2}J_z(l_f)\dot{\phi}_f^2(t) + \frac{3}{2}\dot{\theta}^2 J_y(l_f) \sin^2 \phi_f$. 记 $E_0 = \frac{E}{J_y(l_f)}$, 式 (13) 给出相平面 $(\phi, \dot{\phi})$ 中以 E_0 为参变量曲线族:

$$\dot{\phi} = \pm \sqrt{2} \left(E_0 - \frac{3}{2}\dot{\theta}^2 \sin^2 \phi \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

消去时间变量后整理得到自治形式的一阶微分方程:

$$\frac{d\dot{\phi}}{d\phi} = -\frac{3\dot{\theta}^2 \sin 2\phi}{2\dot{\phi}}. \quad (15)$$

上述方程的奇点对应系统的相对平衡位置. 对 $\phi_s = \dot{\phi}_s = 0$, 由于绳系卫星系统主惯量矩 $J_x(l_f) < J_y(l_f) = J_z(l_f)$, 奇点类型为中心, 即稳定平衡. 系统做微幅天平动的周期

$$T_c = \frac{2\pi}{\sqrt{3\dot{\theta}^2}}, \text{ 摆幅 } \phi_m = \arcsin \sqrt{\phi_0^2 + \frac{\dot{\phi}_0^2}{3\dot{\theta}^2}}.$$

当绳系卫星系统质心沿椭圆轨道运动时, 质心运动与姿态运动耦合. 设近地点幅角 θ_0 , 真近点角 θ_1 , 轨道角 $\theta = \theta_0 + \theta_1$. 将式 (3) 代入 Lagrange 方程, 得到轨道平面内动力学方程:

$$\ddot{\phi} + \frac{3\mu}{2r^3} \sin 2\phi = -\ddot{\theta}. \quad (16)$$

其中 $r(t)$ 、 $\theta(t)$ 均为真近点角 θ_1 的函数:

$$r(t) = \frac{p}{1 + e \cos \theta_1}, \quad \dot{\theta}(t) = \sqrt{\frac{\mu}{p^3}}(1 + e \cos \theta_1)^2. \quad (17)$$

p 为半轴参数, e 为偏心率. 将式 (16) 自变量 t 置换为真近点角 θ_1 , 得到周期变系数的非齐次非线性方程:

$$\frac{d^2\phi}{d\theta_1^2} - \frac{2e \sin \theta_1}{1 + e \cos \theta_1} \frac{d\phi}{d\theta_1} + \frac{3}{2(1 + e \cos \theta_1)} \sin 2\phi = \frac{2e \sin \theta_1}{1 + e \cos \theta_1}. \quad (18)$$

当系统做微幅摆动时, 将上式线性化并做变量置换 $y = (1 + e \cos \theta_1)\phi$, 得到非齐次 Hill 方程:

$$\frac{d^2y}{d\theta_1^2} + \frac{3 + e \cos \theta_1}{1 + e \cos \theta_1} y = 2e \sin \theta_1. \quad (19)$$

对 $e \ll 1$ 的椭圆轨道, 将上述方程的解展开成偏心率 e 的幂级数, 求解得到 $y = e \sin \theta_1 - e^2 \sin 2\theta_1 + \dots$, 回代后得到:

$$\phi = \frac{e \sin \theta_1 (1 - 2e \cos \theta_1)}{1 + e \cos \theta_1} + o(e^2). \quad (20)$$

真近点角 θ_1 为时间 t 的函数, 系统质心椭圆运动周期 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$, a 为长半轴^[8].

6 数值模拟

算例 1 设母星质量 $m_1 = 5000 \text{ kg}$, 子星 $m_2 = 32 \text{ kg}$, 绳索线密度 $\rho = 3.3 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$, $m_3 = 3.3 \text{ kg}$, 系统质心沿 $r = 6728 \text{ km}$ 的圆轨道运动. 绳索全部释放, 释放终了 $\phi_f = 2.92^\circ$, $\dot{\phi}_f = (-0.573 \times 10^{-3})^\circ/\text{s}$, $\beta_f = -1.78^\circ$, $\dot{\beta}_f = 0.0115^\circ/\text{s}$. 得到绳系卫星系统轨道平面内、外摆角角速度 $\dot{\phi}(t)$ 、 $\dot{\beta}(t)$ 变化规律如图 3 所示. 绳索张力变化曲线如图 4 所示, 图 5 为面内、外摆角 $\phi(t)$ 、 $\beta(t)$ 变化规律.

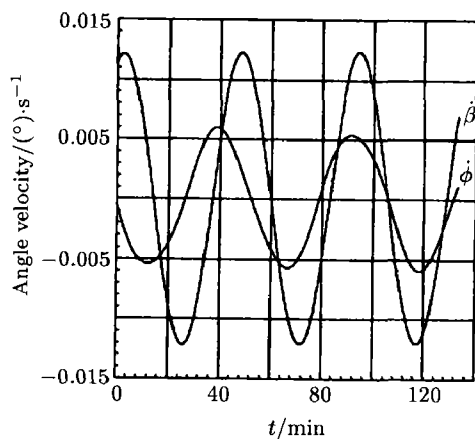


图 3 轨道平面内外摆角角速度变化规律
Fig.3 Angle velocity of the tether libration

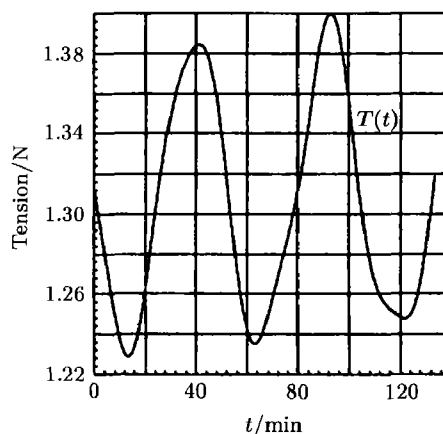


图 4 绳索张力变化曲线
Fig.4 Tension of the tether

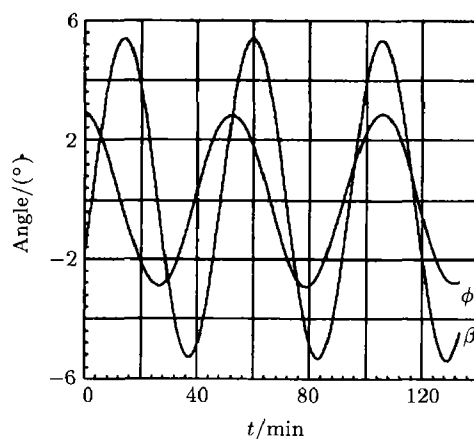


图 5 轨道平面内外摆角变化曲线
Fig.5 Libration angle of the tether

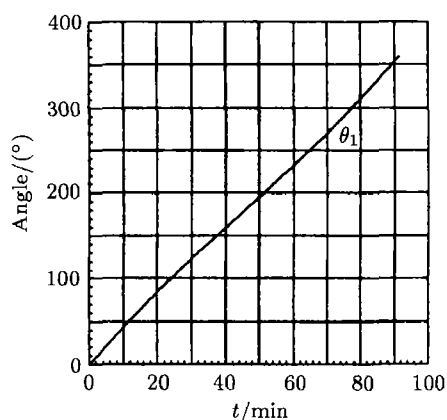


图 6 真近点角曲线
Fig.6 True anomaly

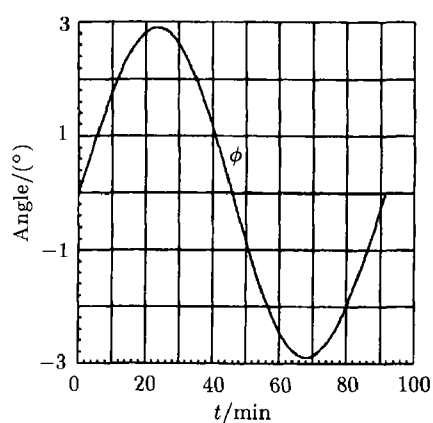


图 7 轨道平面内摆角变化规律
Fig.7 Libration angle in the orbital plane

算例 2 系统质量参数及绳长与上例相同. 质心沿椭圆轨道运动, $a = 6728 \text{ km}$, $e = 0.05$. 设过近地点时刻 $t = 0$, 得真近点角 $\theta_1(t)$ 变化规律如图 6 所示, 周期 $T_0 = 5492.3 \text{ s}$. 限于篇幅略去 $r(t)$ 曲线图. 轨道平面内绳系卫星系统绕平衡位置摆角 $\phi(t)$ 曲线如图 7 所示.

7 结论

本文在不忽略绳索质量的假设下, 导出绳系卫星系统三维空间动力学运动方程. 利用 Pontryagin 极小值理论得到释放子星中张力优化控制规律, 求出释放速度最佳控制规律. 对于系统处于绳长恒定的工作状态, 进行动力学分析, 得到轨道平面内、外摆角及绳索张力变化规律, 讨论系统平面天平动, 研究系统质心轨道运动与姿态运动的耦合, 得到系统质心作 Kepler 运动时真近点角与姿态角的关系. 数值计算表明本文方法的有效性. 本文进一步工作是分析绳系卫星系统子星回收动力学与控制技术.

参 考 文 献

- [1] J E Cochran, Jr. *et al.* Dynamics and Orbit Determination of Tethered Satellite Systems. *J. Astron. Sci.*, 1998, **46**(2):177—194
- [2] M Ruiz, J Pelaez. On the Deployment of a Tether from an Elliptical Orbit. *J. Astron. Sci.*, 1998, **46**(2):119—133
- [3] B Biswell, P S Jordi. Stability and Control of an Atmospheric Tether with a Lifting Probe. *J. Guidance, Control, Dyn.*, 1999, **22**(5):664—670
- [4] J Pelaez, Lorenzini E C. Sensitivity Analysis of Tether-Mediated Orbital Injection. *J. Astron. Sci.*, 1996, **44**(4):491—514
- [5] J Pelaez *et al.* Strategies for Maximizing a Satellite Lifetime by Tether-Mediated Orbital Injection. *J. Astron. Sci.*, 1997, **45**(2):205—231
- [6] 于绍华, 刘强, 杨林娜. 绳系卫星系统二维平面运动和常规动力学. 宇航学报, 2000, **21**(4):15—24
- [7] 顾晓勤, 谭朝阳. 绳系卫星横向振动的控制方法. 空间科学学报, 1999, **19**(2):187—191
- [8] 刘延柱. 航天器姿态动力学. 北京: 国防工业出版社, 1995. 9—110

DYNAMICS OF DEPLOYMENT AND LIBRATION OF TETHERED SATELLITE SYSTEMS

GU Xiaoqin

(Department of Mechanics, Zhongshan College, Zhongshan 528402)

Abstract

The three-dimension dynamic equations of tethered satellite systems, with the mass of the tether considered, are formulated. The tension control rules and the optical relieving speed of the tether are derived by Pontryagin's method. A librational motion of deployed system about the local vertical is studied. The movement couple between the center of mass and the attitude of tethered satellite systems is discussed, when the center of mass moves along Keplerian orbit. The numerical simulation results are included.

Key words Tethered satellite, Dynamics, Optical control, Vibration