

GPS 用于编队星座的姿态与相对位置确定^{*}

王 威 郝晓宁

(国防科技大学机电工程与自动化学院 长沙 410073)

许其凤

(解放军信息工程大学测绘学院)

摘 要

利用载波相位差分 GPS 技术确定编队星座的姿态和相对位置时, 由于卫星状态间的相互耦合和差分观测值的相关性, 应该联合星内和星间的差分观测进行状态的整体解算. 文中给出了利用星间差分观测值形成的空间网形约束、联合星内和星间差分确定编队星座姿态和相对位置方法. 数学仿真结果表明该方法的有效性.

关键词 全球定位系统—编队星座—姿态估计—相对定位

1 引言

编队卫星星座(以下简称“编队星座”)是由若干颗相距较近的卫星按照轨道的自然特性或通过控制其飞行构成的特定形状的卫星群(又称卫星簇). 作为一个“虚拟卫星平台”, 其分布式的卫星整体协同工作并实现应用目标, 如: 分布式合成孔径雷达. 编队星座需要对其状态进行测量, 特别是姿态及相对位置的确定.

利用 GPS 载波相位差分技术(CDGPS)可实现编队星座的状态测量, 其基本原理是将载波相位构成星内和星间差分观测值进行状态解算. 在差分观测中, 星内差分观测主要与单星的姿态有关; 星间差分观测反映了由编队星座各卫星天线构成的空间三维网提供的约束, 它与卫星的姿态和位置都有关. 状态解算方法可以是: 1) 姿态和位置分别解算的方法. 该方法存在两点影响解算精度的因素, 其一卫星的质心运动和绕质心运动是相互耦合的, 对编队星座而言, 位置与姿态解算相互影响, 如果将姿态和位置分别求解, 将割裂状态的耦合关系; 其二星内和星间差分观测值具有一定的相关性, 姿态和位置分别求解方法将忽略这种相关性. 2) 整体解算方法, 即联合星座中的星内和星间差分观测值整体解算所有卫星姿态和位置的方法. 该方法考虑了状态的耦合和差分观测值的相关性, 有利于提高状态解算精度.

目前, 国外学者对利用 GPS 进行编队星座状态测量的研究进入地面实验阶段, 所采用的状态解算方法为联合星内、星间差分观测的解算方法^{[1],[2]}. 本文基于整网数据处理的理论和方法, 利用星内和星间差分观测在空间形成的网形约束, 进行编队星座的姿态和相对位置整体解算. 文中给出了利用 CDGPS 整体解算编队星座卫星姿态和星间相对位置的数学模型、讨论了参数选取问题. 仿真计算证明该方法是有用的.

^{*} 航天高技术青年基金(863-2.00.2), 国家自然科学基金(10072076)共同资助项目
2001-08-09 收到原稿, 2002-01-31 收到修定稿

2 数学模型

2.1 星内 CDGPS 单差数学模型

对编队星座中的卫星 i , 其星内天线间载波相位单差方程为

$$\Delta\phi_{imj}^k = -\mathbf{S}_{ik}^T \cdot \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{b}_{imj} + \lambda N_{imj}^k. \quad (1)$$

其中, $\Delta\phi_{imj}^k$ 为卫星 i 的主天线 m 与天线 j 对于 GPS 卫星 k 的相位单差, $\mathbf{S}_{ik}$ 为卫星 i 至 GPS 卫星 k 视线方向的单位矢量 (用卫星主天线的伪距定位值计算得到), $\mathbf{A}_i$ 为从卫星 i 的体坐标系到地心惯性坐标系 (ECEF) 的变换矩阵, $\mathbf{b}_{imj}$ 为卫星 i 的主天线 m 与天线 j 在体坐标系中构成的基线矢量, λ 为 GPS 信号载波波长, N_{imj}^k 为单差整周模糊度.

设卫星 i 的体坐标系到当地水平坐标系 (NED, 坐标指向为北、东、地) 的坐标变换矩阵为

$$\mathbf{R}_B^{\text{NED}}(\psi_i, \theta_i, \phi_i) = \mathbf{R}_y(\phi_i) \mathbf{R}_x(\theta_i) \mathbf{R}_z(\psi_i). \quad (2)$$

其中, ϕ_i, θ_i, ψ_i 分别为卫星 i 的 3 个姿态角, $\mathbf{R}_\zeta(\varphi)$ 为坐标系统绕 ζ 轴旋转 φ 角的初等变换矩阵.

当地水平坐标系到地心惯性坐标系的坐标变换矩阵为

$$\mathbf{R}_{\text{NED}}^{\text{ECEF}}(\alpha_i, \delta_i) = \mathbf{R}_z(-\alpha_i) \mathbf{R}_y(90^\circ + \delta_i). \quad (3)$$

其中, α_i, δ_i 分别为卫星 i 质心的赤经、赤纬 (用卫星主天线的伪距定位值计算得到).

那么, 从卫星 i 的体坐标系到地心惯性坐标系的变换矩阵为

$$\mathbf{A}_i(\alpha_i, \delta_i, \psi_i, \theta_i, \phi_i) = \mathbf{R}_{\text{NED}}^{\text{ECEF}}(\alpha_i, \delta_i) \mathbf{R}_B^{\text{NED}}(\psi_i, \theta_i, \phi_i). \quad (4)$$

2.2 星间 CDGPS 的双差数学模型

假设编队星座由 3 颗卫星组成, 分别以卫星 1、2 和卫星 1、3 的主天线间组成同步观测的线性无关星间单差方程为

$$\Delta\phi_{m_1 m_2}^{k_1} = -\mathbf{S}_{1k_1}^T \mathbf{B}_{m_1 m_2} + c\tau_{12} + \lambda N_{m_1 m_2}^{k_1}, \quad (5)$$

$$\Delta\phi_{m_1 m_3}^{k_1} = -\mathbf{S}_{1k_1}^T \mathbf{B}_{m_1 m_3} + c\tau_{13} + \lambda N_{m_1 m_3}^{k_1}, \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_{m_1 m_2} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} + \mathbf{A}(\alpha_2, \delta_2, \psi_2, \theta_2, \phi_2) \mathbf{a}_{m_2} - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \mathbf{A}(\alpha_1, \delta_1, \psi_1, \theta_1, \phi_1) \mathbf{a}_{m_1}, \quad (7)$$

$$\mathbf{B}_{m_1 m_3} = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} + \mathbf{A}(\alpha_3, \delta_3, \psi_3, \theta_3, \phi_3) \mathbf{a}_{m_3} - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \mathbf{A}(\alpha_1, \delta_1, \psi_1, \theta_1, \phi_1) \mathbf{a}_{m_1}. \quad (8)$$

其中, $\Delta\phi_{m_1 m_2}^{k_1}, \Delta\phi_{m_1 m_3}^{k_1}$ 分别为卫星 1、2 和卫星 1、3 的主天线对 GPS 卫星 k_1 的相位单差, $\mathbf{S}_{1k_1}$ 为卫星 1 主天线 m_1 至 GPS 卫星 k_1 的视线方向单位矢量 (可用卫星 1 主天线的伪距定位值计算得到), τ_{12}, τ_{13} 分别为卫星 1 与卫星 2、3 的接收机钟差之差,

c 为光速; $B_{m_1 m_2}, B_{m_1 m_3}$ 为卫星 1 的主天线 m_1 分别与卫星 2 的主天线 m_2 、卫星 3 的主天线 m_3 构成的基线矢量, $a_{m_1}, a_{m_2}, a_{m_3}$ 分别为卫星 1、2、3 的主天线 m_1, m_2, m_3 在各自体坐标系中的位置矢量, $(x_1 \ y_1 \ z_1)^T, (x_2 \ y_2 \ z_2)^T, (x_3 \ y_3 \ z_3)^T$ 分别为卫星 1、2、3 的质心在地心惯性坐标系中的位置矢量.

进一步将各卫星主天线组成星间双差, 其方程为

$$\nabla \Delta \phi_{m_1 m_2}^{k_1 k_2} = -(S_{1k_1}^T B_{m_1 m_2} - S_{1k_2}^T B_{m_1 m_2}) + \lambda N_{m_1 m_2}^{k_1 k_2}, \quad (9)$$

$$\nabla \Delta \phi_{m_1 m_3}^{k_1 k_2} = -(S_{1k_1}^T B_{m_1 m_3} - S_{1k_2}^T B_{m_1 m_3}) + \lambda N_{m_1 m_3}^{k_1 k_2}. \quad (10)$$

联合全部的单、双差方程为

$$\begin{pmatrix} \Delta \phi_{1mj}^k \\ \Delta \phi_{2mj}^k \\ \Delta \phi_{3mj}^k \\ \nabla \Delta \phi_{m_1 m_2}^{k_1 k_2} \\ \nabla \Delta \phi_{m_1 m_3}^{k_1 k_2} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} S_1^T \cdot A_1 \cdot b_{1mj} \\ S_2^T \cdot A_2 \cdot b_{2mj} \\ S_3^T \cdot A_3 \cdot b_{3mj} \\ S_{1k_1}^T B_{m_1 m_2} - S_{1k_2}^T B_{m_1 m_2} \\ S_{1k_1}^T B_{m_1 m_3} - S_{1k_2}^T B_{m_1 m_3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda N_{1mj}^k \\ \lambda N_{2mj}^k \\ \lambda N_{3mj}^k \\ \lambda N_{m_1 m_2}^{k_1 k_2} \\ \lambda N_{m_1 m_3}^{k_1 k_2} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

2.3 差分模型的视线方向不平行性改正

(1) 式用卫星主天线 m 至 GPS 卫星 k 的视线方向单位矢量代替了卫星中其他天线至 GPS 卫星 k 的视线方向单位矢量, (5)、(6) 式用卫星 1 的主天线 m_1 至 GPS 卫星 k_1 的视线方向单位矢量分别代替了卫星 2、3 至 GPS 卫星 k_1 的视线方向单位矢量. 由于实际视线方向的不平行性所产生的误差, 其大小与进行载波相位差分的天线间构成的基线长度有关, 满足 (12) 式时可以忽略该误差的影响, 否则需要进行误差改正^[1].

$$\frac{|\Delta X|^2}{2|D_1|} < \text{ERR}. \quad (12)$$

其中, ΔX 为基线矢量, D_1 为卫星 1 至 GPS 卫星的位置矢量, ERR 为载波相位测量噪声.

显然, 对于星内天线组成的基线, 该误差可以忽略; 但对于星间基线, 则需根据基线长度考虑是否进行误差改正. 误差改正公式为^[1]

$$\varepsilon = |D_i|(1 - S_1 \cdot S_i). \quad (13)$$

其中, ε 为误差改正数, D_i 为卫星 i 至 GPS 卫星的位置矢量, S_1, S_i 分别为卫星 1、卫星 i 的主天线至 GPS 卫星的视线方向单位矢量, 它们均由伪距定位结果计算得到.

2.4 解算方法

(11) 式反映的是一个 GPS 载波相位测量的网 (空间网) 平差问题. 为使其法方程不出现秩亏, 必须给定出网的定位基准. 有两种方案可供选择: 一种是选择网中的一点作为原点; 另一种是不明确某一点为原点, 而是将网中所有点的绝对坐标值赋一定的权一并参加平差^[3]. 由于 GPS 除了可提供载波相位相对测量外, 还可由伪距观测值提供全部网点的绝对位置. 因此, 本文采取由伪距定位解算得到的所有卫星位置先验信息作为定位基准的方案. 因此, 除选取各卫星姿态角作为待估参数外, 还选取各卫星质心在地心惯性坐标系

中的位置作为待估参数, 以方便直接利用伪距定位结果作为先验信息进行具有先验信息的最小二乘法解算, 而星间相对位置则由解算后的绝对位置求差得到.

但是, 由于 GPS 伪距测量值及其定位解的精度远低于载波相位测量值精度, 故在进行具有先验信息的最小二乘法解算时, 位置参数的先验权必须弱化, 以致采用的具有先验信息的最小二乘法退化为一般意义的最小二乘法. 根据 (11) 式进行最小二乘法迭代解算, 位置参数的迭代初值取为伪距定位解算的结果, 姿态角参数的迭代初值可以任意选取, 这样可简化解算方法. 数值仿真证明, 该方法是有效的.

3 数学仿真

卫星在轨运行时一般可观测到 7 颗 GPS 卫星, 故在进行数学仿真时, 也模拟了 7 颗 GPS 卫星. 对一个 3 星编队星座, 可构成的独立单、双差载波相位测量为 75 个. 然而, 在载波相位差分方程中, 未知的参数除需要估计的编队星座的 18 个状态参数 (每个卫星的 3 个坐标和 3 个姿态角) 外, 还包括 75 个单、双差整周模糊度参数. 整周模糊度确定是 CDGPS 定位的关键问题之一, 但因其相对于状态估计有一定的独立性, 因此, 数学仿真中将整周模糊度求解问题与状态参数估计分开处理, 在假设整周模糊度已知的前提下, 重点研究状态估计问题.

3.1 仿真模型

编队星座轨道根数见表 1, 各卫星上安装 4 个接收天线, 它们在卫星体坐标系中的位置矢量分别为 $[1 \ 1 \ -1]^T$ (主天线)、 $[1 \ -1 \ -1]^T$ 、 $[-1 \ -1 \ -1]^T$ 和 $[-1 \ 1 \ -1]^T$. GPS 卫星的轨道根数取自文献 [4]. 接收机载波相位测量噪声、天线相位中心误差、多路径效应误差一般分别为 2 mm、5 mm、5 mm^{[3],[5]}, 因此载波相位测量值误差的方差取为: $\sigma_L^2 = 5.4 \times 10^{-5} \text{m}^2$.

表 1 编队星座各卫星的轨道根数

	a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M (°)
卫星 1	7400.000	0.000068	30.007743	100.000000	90.000000	0.000000
卫星 2	7400.000	0.000068	30.005475	99.989052	45.009481	45.000000
卫星 3	7400.000	0.000068	30.005475	100.010948	134.990519	315.000000

3.2 仿真结果

由于星间基线长度 $|\Delta X| \approx 800 \text{m}$, 且 $|D_1| \approx 2 \times 10^7 \text{m}$, 根据 (12)、(13) 式对星间差分进行了视线方向不平行误差改正.

表 2 姿态角解算结果

单位: rad

	卫星 1			卫星 2			卫星 3		
	ϕ_1	θ_1	ψ_1	ϕ_2	θ_2	ψ_2	ϕ_3	θ_3	ψ_3
真值	0.900	0.783	0.643	0.844	0.871	-0.884	-0.722	-0.456	-0.110
计算值	0.901	0.780	0.641	0.841	0.872	-0.886	-0.721	-0.459	-0.107
误差	-0.001	0.003	0.002	0.003	-0.001	0.002	-0.001	0.003	-0.003

表 2 给出了姿态角解算结果. 表 3 为卫星绝对位置的解差 (Δx 、 Δy 、 Δz) 及星间距离 Δr . 星间相对位置解算精度 10^{-2} m, 姿态角解算精度 10^{-3} rad.

表 3 相对位置与距离计算结果					单位: m
		Δx	Δy	Δz	Δr
卫星 1—卫星 2	真值	146.413	748.472	180.058	783.625
	计算值	146.482	748.469	180.032	783.629
	误差	-0.069	0.003	0.026	-0.004
卫星 1—卫星 3	真值	393.576	-653.257	180.058	783.625
	计算值	393.562	-653.262	180.061	783.623
	误差	0.014	0.005	-0.003	0.002
卫星 2—卫星 3	真值	247.163	-1401.729	0.000	1423.353
	计算值	247.080	-1401.732	0.029	1423.341
	误差	0.083	0.003	-0.029	0.012

4 结论

本文给出了一种利用载波相位差分 GPS(CDGPS) 技术、联合星间和星内差分测量求解卫星编队星座中卫星姿态和星间相对位置的方法及基本数学模型. 数学仿真结果表明, 模型正确有效. 本文只进行了单一时刻的数学仿真, 并且未涉及整周模糊度的求解, 但是, 利用连续多时刻载波相位测量值, 通过前后历元观测值差分可消去整周模糊度, 对此将继续进行研究.

参 考 文 献

- [1] C-W Park, J P How, L Capots. Sensing Technologies for formation flying spacecraft in LEO using CDGPS and an Inter-Spacecraft communications System. In: Proc. ION GPS-2000 Conf., Salk Lake City, UT, 2000. 1595—1607
- [2] T Corazzini, A Robertson, J C Adams, A Hassibi, J P How. GPS sensing for spacecraft formation flying. In: Proc. ION GPS-97 Conf., Kansas City, MO, 1997. 735—744
- [3] 许其凤. GPS 卫星导航与精密定位. 北京: 解放军出版社, 1994. 126—128, 144
- [4] 袁信, 俞济祥, 陈哲. 导航系统. 北京: 航空工业出版社, 1993. 72
- [5] B W Parkinson, J J Spilker Jr. eds. Global Positioning System: Theory and Applications. Progress in Astronautics and Aeronautics, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1996. Volume II. 466—468
- [6] 郝晓宁, 张雅声, 任萱, 朱文耀. 利用星载 GPS 伪码测距进行小卫星星座的整网定位. 国防科技大学学报, 1998, 20(6):12—16
- [7] 闫野, 郝晓宁, 任萱. 利用星间测距实现卫星网自主定位. 空间科学学报, 2000, 20(1):54—60

ATTITUDE AND RELATIVE POSITIONING ESTIMATION FOR FORMATION CONSTELLATION USING GPS

WANG Wei XI Xiaoning

*(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology,
Changsha 410073)*

XU Qifeng

(College of Surveying and Mapping, University of Information Engineering)

Abstract

When determining attitude and relative position of formation constellation using carrier-phase differential GPS (CDGPS), the difference measurements of intra-satellite and inter-satellite must be combined to entirely resolve the states, because the states of the satellites are coupled and the difference measurements are correlative to each other. This paper presents a mathematical model of determining the attitudes and relative positions, which combining with intra-vehicle and inter-vehicle differential measurements, and using three-dimensional net constraint from inter-vehicle differential measurements. The mathematical simulation results show the feasibility of the method.

Key words GPS, Formation constellation, Attitude estimation, Relative positioning