

空间飞行器近尾区内场的塌缩 和密度空洞的形成^{*}

马善钧

(江西师范大学物理与通信电子学院 南昌 330027)

程小金

(南昌航空工业学院测控系)

摘 要

利用数值模拟计算的方法,研究了运动飞行器与周围等离子体,在近尾区内非稳态非线性相互作用问题,得到了场和密度扰动的分布.结果显示,由于场的塌缩效应,在飞行器的近尾区,形成了可以被探测到的密度空洞和电磁孤波.通过对这种密度空洞和电磁孤波的探测,可以跟踪探测具有隐身特性的飞行器的轨迹.

关键词 飞行器—尾区—孤波—密度空洞

1 引言

当前,研究空间飞行器在高度约为 200 km 的低电离层轨道上运动时,与周围等离子体间产生相互作用的问题变得非常重要.这是因为飞行器通过这一区域时,与等离子体相互作用产生的结果,可以对飞行器的安全飞行及探测问题提供有益的帮助.早在 1965 年, Al'pert^[1] 等人就对这一问题的静态情况做了详细深入的研究,给出了静态的电场和密度分布.近十几年中,实验工作^{[5]~[7]}和理论工作^{[2]~[4],[8],[10],[11]}的重点,都集中在对飞行器尾区伏安特性和密度分布的研究上,特别是利用航天飞机进行这种研究^{[6]~[9]}.通过对等离子体电子的动量方程进行分析, Dobrowolny^[7] 等人得到了飞行器尾区内的伏安特性,这一特性在一定的条件下,与航天飞机拖曳系统得到的数据相符;在低地球轨道上, Enloe^[9] 等人利用放置在飞行器尾区内的带有负偏压的探针系统得到了电流的收集特性. Biasca^[6] 等人则利用 (PIC) 方法,对处于飞行器尾区对称轴上不同位置的探针及具有不同电势的探针电流的收集特性进行了计算,将结果与航天飞机的测量数据进行比较.另外,理论工作则给出了飞行器远尾区内^{[10],[11]}和飞行器前端压缩区内^[12]场与密度分布的情况及随时间演化的情况.这些工作的特点是给出了非稳态和非线性的解.但对于近尾区,由于这种相互作用较为复杂,目前还没有对它进行较为详细的研究.

本文对飞行器和等离子体在近尾区的非稳态和非线性相互作用问题进行了详细的研究.飞行器对带电粒子产生的密度扰动,由于无法得到解析的形式,采用了离散快速傅里

^{*} 江西省自然科学基金资助 (0212019)

2002-01-22 收到原稿, 2002-08-25 收到修定稿

叶变换的方法, 直接得到密度扰动的离散数值, 然后代入与之耦合的 Zakharov 方程, 进行数值差分计算, 最终得到电场和密度扰动随时间演化的变化规律. 通过对这种密度空洞和电磁孤波的探测, 可以对飞行器进行跟踪和探测. 即使飞行器具有雷达无法探测的隐身特性, 由于这种因相互作用产生的密度空洞和电磁孤波无法消除, 仍可以根据对它们的探测而推知飞行器的存在.

2 非稳态非线性耦合方程

在空间等离子体中, 由于离子的质量远大于电子的质量, 电子的运动可以分为快慢两部分. 当飞行器以速度 v_0 在电离层中运动时, 通常 v_0 满足 $v_{Ti} \ll v_0 \ll v_{Te}$ (v_{Ti} , v_{Te} 分别是离子和电子的热速度). 因此, 飞行器对处于运动平衡的电子影响很小, 可以采用流体方程组来描述电子的运动. 而飞行器对离子分布的影响较大, 需要采用 Boltzmann 方程来描述离子的分布. 飞行器上的天线, 辐射出的高频场与飞行器引入的静电场共同作用于电子的运动. 电子的流体方程和麦克斯韦方程为

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{v}_e) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + (\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{v}_e = \frac{-e}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} \right) - \frac{\gamma_e T_e}{m_e n_e} \nabla n_e. \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} (n_e \mathbf{v}_e - n_i \mathbf{v}_i). \quad (4)$$

式中, n 和 $\mathbf{v}$ 是密度和速度, 下标 i 和 e 分别代表离子和电子, γ_e 是电子的比热比, T_e 是用能量为单位的电子温度, 其他符号具有通常意义. 采用双时标近似, 所有的场量都可分为快时标量和慢时标量, 且假定在慢时标尺度上对快时标量的平均为零. 在静态极限下, 可以得到快变场振幅和电子密度扰动之间的一组耦合方程^{[10],[11]}

$$2i\omega_{pe} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} + c^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\delta n}{n_0} \omega_{pe}^2 \mathbf{E} - \gamma_e v_{Te}^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0. \quad (5)$$

$$\frac{\delta n}{n_0} = -\frac{U_{\text{eff}} - e\varphi}{\gamma_e T_e}. \quad (6)$$

式中, φ 是低频电势, $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 是高频调制场 $\mathbf{E}_f = \frac{1}{2} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} + c.c.]$ 的振幅, 随时间缓慢变化; $U_{\text{eff}} = \frac{1}{16\pi n_0} |\mathbf{E}|^2$ 是高频场产生的位能函数, (6) 式是在有质动力和静电力组成的合场中电子的 Boltzmann 分布. 为了得到 (5) 和 (6) 式, 推导中略去了较弱的地磁场的影响和引入了如下形式的快变场振幅条件:

$$W = \frac{E_f^2}{4\pi n_0 T_e} \leq 1. \quad (7)$$

为了封闭 (5) 和 (6) 式, 我们还必须研究慢变场 φ 对离子流的影响. 由于飞行器速度远大于离子的热速度, 因此飞行器与离子流之间相互作用引起的扰动是重要的. 在飞行器

运动坐标系中, 离子分布函数 f_i 的 Boltzmann 方程为^[1]

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{r}} - e_i \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{p}} = A_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \delta(F) - \nu \left(\delta f - \frac{f_0}{n_0} \int \delta f d^3 \mathbf{v} \right). \quad (8)$$

式中, A_i 是飞行器表面和等离子体间的相互作用函数, $F(\mathbf{r}_s) = 0$ 是飞行器的表面方程, $\mathbf{r}_s$ 是飞行器的半径, $\mathbf{p}$ 是离子的动量, ν 是考虑了离子和离子以及离子和中性粒子碰撞后的有效碰撞频率. 假定

$$f_i = f_0 + \delta f \left[\delta f \ll f_0 = n_0 \frac{(2\pi)^{3/2}}{(m_i v_{Ti})^3} \exp\left(-\frac{p_u^2}{2m_i^2 v_{Ti}^2}\right) \right]. \quad (9)$$

式中, f_0 是未受扰动的离子平衡分布.

将 (9) 式代入 (8) 式并作傅里叶变换, 利用固定坐标系和运动坐标系间的转换关系 $\mathbf{u} = \mathbf{v} + \mathbf{v}_0$, $\mathbf{p}_u = m_i \mathbf{u}$ (其中 $\mathbf{v}_0$ 是飞行器的运动速度). 可以从 (8) 式得到

$$-i(\Omega - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}_0))(\delta f)_k = i(e_i \varphi_k) \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}_u} + I_k - \nu(\delta f)_k + \nu \frac{f_0}{n_0} (\delta n)_k. \quad (10)$$

式中,

$$I_k = \left[\frac{\partial(\delta f)}{\partial \mathbf{p}_u} \cdot \frac{\partial(e_i \varphi)}{\partial \mathbf{r}} \right]_k + \int A_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \delta(F) \exp(i\Omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r} dt}{(2\pi)^4}. \quad (11)$$

将 (10) 式对 $d\mathbf{u}$ 积分, 可得

$$(\delta n)_k = I_1 + I_2 + I_3. \quad (12)$$

其中^[1],

$$I_1 = -e_i \varphi_k \int \frac{\partial f_0 / \partial \mathbf{p}}{\Omega - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}_0) + i\nu} du_x du_y du_z = -\frac{e_i \varphi_k}{T_i} \left[n_0 + n_0 \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0}{k v_{Ti}} iQ(a) \right]. \quad (13)$$

$$I_2 = \int \frac{I_k}{-i(\Omega - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}_0) + i\nu)} du_x du_y du_z = -\frac{\pi R_0^2 v_0 n_0}{k v_{Ti}} Q(a). \quad (14)$$

$$I_3 = \frac{\nu(\delta n)_k}{n_0} \int \frac{f_0}{-i(\Omega - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}_0) + i\nu)} du_x du_y du_z = -\frac{\nu(\delta n)_k}{k v_{Ti}} Q(a). \quad (15)$$

式中

$$Q(a) = \left[\sqrt{\pi} + 2i \int_0^a \exp(x^2) dx \right] \exp(-a^2), a = \frac{1}{k v_{Ti}} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0 + i\nu), I_k \approx -\pi R_0^2 v_0 f_0.$$

R_0 为飞行器的半径 (飞行器取球形外形). 考虑到离子扰动为低频扰动, 即 $\Omega \ll \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}_0)$, 已将积分式分母中的 Ω 略去.

另一方面, 从慢时标量满足的准中性条件可以得到

$$\left(\frac{\delta n_i}{n_0} \right)_k = \left(\frac{\delta n}{n_0} \right)_k = -\frac{1}{\gamma_e T_e} [(U_{\text{eff}})_k - e\varphi_k]. \quad (16)$$

将 (13), (14) 和 (15) 式代入 (12) 式, 并与 (16) 式联立消去 $e\varphi_k$, 得

$$\left(\frac{\delta n}{n_0} \right) \approx -\frac{1}{\gamma_e T_e} (U_{\text{eff}})_k - \frac{1}{\gamma_e T_e} \frac{\pi R_0 v_0 \frac{1}{k v_{Ti}} Q(a)}{\frac{1}{T_i} \left[1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0 \frac{1}{k v_{Ti}} Q(a) \right]}$$

$$= -\frac{1}{\gamma_e T_e} (U_{\text{eff}})_k - \frac{1}{\gamma_e T_e} \left(\frac{\Delta n}{n_0} \right)_k. \quad (17)$$

回到时空表象后, (17) 式变为

$$\frac{\delta n}{n_0} = -\frac{1}{\gamma_e T_e} (U_{\text{eff}}) - \frac{1}{\gamma_e T_e} \left(\frac{\Delta n}{n_0} \right). \quad (18)$$

引入如下无量纲变量

$$\hat{r} = \frac{2}{3} \frac{\omega_{pe}}{c_s} \mu r, \quad \tau = \frac{2}{3} \mu \omega_{pe} t, \quad n = \frac{3}{4\mu} \frac{\delta n}{n_0}, \quad \mu = \frac{m_e}{m_i}, \quad \hat{v}_0 = \frac{v_0}{c_s},$$

$$\hat{E} = \frac{\sqrt{3} E}{8\sqrt{\pi n_0 \mu \gamma_e T_e}}, \quad \alpha = \frac{c^2}{3v_{Te}^2}, \quad c_s^2 = \frac{T_e}{m_i}.$$

方程 (5) 和 (18) 式可以写为

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \hat{E} + \alpha \nabla \times \nabla \hat{E} - \nabla (\nabla \cdot \hat{E}) + n \hat{E} = 0. \quad (19)$$

$$n = -|\hat{E}|^2 - \Delta n. \quad (20)$$

式中已取 $Q(a)$ 的实部 $Q(a) \approx \sqrt{\pi} \exp(-a^2)$, $\Delta n = \left[\frac{3}{4\mu} \frac{T_i}{\gamma_e T_e + T_i} \frac{\pi \hat{R}_0 \hat{v}_0 Q(a)}{\hat{k} v_{Ti} + i \hat{k}_z \hat{v}_0 Q(a)} \right]_r$.

3 数值模拟计算

如图计算区域为 xz 平面, 其中 z 坐标的正方向取飞行器运动方向的相反方向, 即飞行器沿负 z 方向运动. 由于飞行器尾区沿飞行器运动速度 v_0 方向轴对称, 所以电场 E 可以采用二维三分量的形式. 解出的解是在一个过 v_0 方向轴的平面上, 整个空间的分布可以由此解旋转一周得到. 计算中使用 FTCS(时间向前差分, 空间中心差分) 的方法, x 方向采用自然边界条件, z 方向采用周期边界条件.

取初始扰动横场为

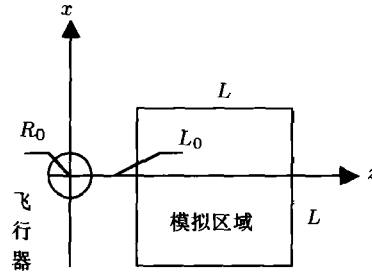


图 1 模拟示意图

Fig.1 Diagram of simulation

$$\hat{E}(\hat{r}, \tau = 0) = E_0 \sin\left(\frac{2\pi \hat{z}}{\hat{z}_0}\right) \exp\left(-\frac{\hat{x}^2}{\hat{x}_0^2}\right) \mathbf{e}_x + E_0 \sin\left(\frac{2\pi \hat{z}}{\hat{z}_0}\right) \exp\left(-\frac{\hat{x}^2}{\hat{x}_0^2}\right) \mathbf{e}_y -$$

$$E_0 \frac{\hat{z}_0 \hat{x}}{\pi \hat{x}_0^2} \cos\left(\frac{2\pi \hat{z}}{\hat{z}_0}\right) \exp\left(-\frac{\hat{x}^2}{\hat{x}_0^2}\right) \mathbf{e}_z. \quad (21)$$

式中 $\hat{z}_0 = 50$ 为周期, $\hat{x}_0 = 10$ 为电场包络的宽度. 初始扰动场 (21) 式满足横波条件 $\nabla \cdot \hat{E}(\hat{r}, \tau = 0) = 0$, 且有极大值为 $|\hat{E}|_{\text{max}}^2(\tau = 0) = 2.42$. 此外, 数值计算的空间范围是 $\Delta \hat{z} = 32$, $\Delta \hat{x} = 32$, 它们的有量纲量为 $\Delta z \approx 25 \text{ m}$, $\Delta x \approx 25 \text{ m}$, 在 x 和 z 方向上各取 32 个格点. 从飞行器的后表面到计算空间的距离为 $\hat{L}_0 = 1$, 相应的有量纲量为 $L_0 = 0.8 \text{ m}$. 飞行器和电离层参数^[1]选为 $v_0 = 10^6 \text{ cm/s}$, $R_0 = 100 \text{ cm}$, $n_e = 10^5 / \text{cm}^3$, $T_e = 3000 \text{ K}$. Δn

采用快速离散傅里叶变换的方法,求得在每一格点上的值,然后代入(19)式进行差分计算,最终求得场和粒子密度的扰动随时间的演化关系,并在图2和图3中给出.图中利用了表示式 $n = \delta n/n_0$ (实际的扰动量与未扰动量的比值), $\tau = \tau_n \times \delta\tau$, $\delta\tau = 0.00005$.

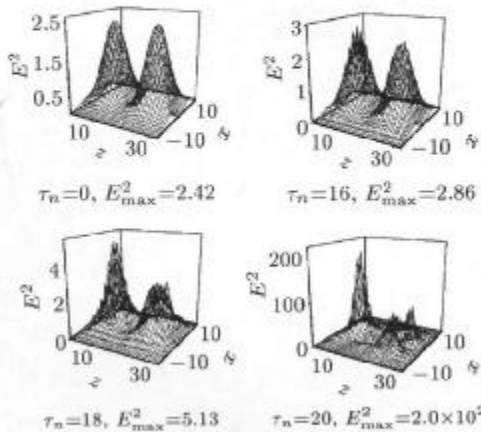


图2 电场的三维塌缩演化过程

Fig.2 The space graphs of collapse of electric field

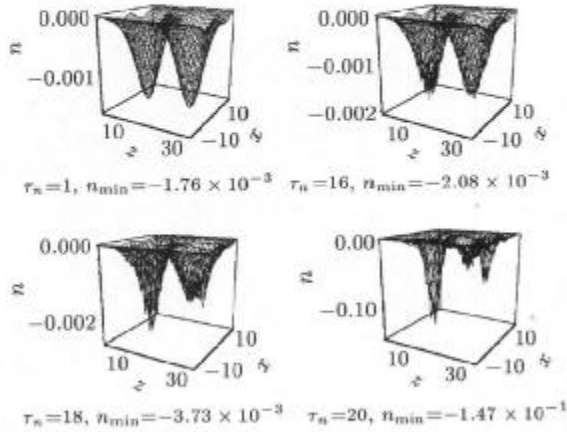


图3 密度扰动的三维演化过程

Fig.3 The space graphs of the evolution of density disturbance

4 讨论

由图2可以看出,随着时间的推移,某些确定的点附近的电场强度越来越大,场的空间范围越来越小,产生了塌缩现象,形成电磁孤波,这与理论预期的远尾区结果^{[10],[11]}基本相同.另一方面,场的塌缩又导致带电粒子的密度产生稀化,即形成密度空洞.图3给出了密度空洞的分布.这种电磁孤波和密度空洞,是由于飞行器和周围等离子体间相互作用产生的.因此,通过对它们的探测,就可以发现隐身飞行器的踪迹.

由(19)式可以知道,电场的塌缩同时受到密度扰动,场强大小和场强梯度大小的影响.起始阶段,由于场强还不是很大,所以塌缩峰出现的空间位置将主要由密度扰动和场强的梯度决定.但随着场的塌缩,场强逐渐增强,这时场强的大小将对塌缩峰的值起决定作用.图2中,电场强度在塌缩峰内迅速增大即说明了这一点.

数值计算的结果显示包络场本身存在塌缩现象,导致了场的分布向局部集中.值得注意的是,数值计算的过程不能一直进行下去.当演化时间大于某个确定值时,场的塌缩现象加快,导致在局域内,场的强度非常大,使得(7)式的条件不再成立,进而导致不能用方程(19)和(20)式来描述粒子和扰动场之间的相互作用.在本文的计算中,这个确定的时间值相应于 $\tau_n = 20$,所以,我们只计算到此.此外,对于 $W > 1$ 的情况,粒子和场之间将产生更强的相互作用,场能通过相互作用转移到粒子上.由于这种能量的转移,使得粒子的能量(即 $k_B T_e$) 增加,场能下降,结果导致 W 下降,直到(7)式再次满足.当然对于在 $W > 1$ 时的演化规律,目前还不清楚.

在本文的数值模拟计算中, 初始条件选择了 (21) 式的二维三分量电场, 计算是在 xz 平面内进行的. 这样做的原因有两个, 一方面, 如果采用三维三分量的初始条件, 进行三维空间计算, 由于计算量过大, 无法进行计算. 另一方面, 由于整个飞行器的尾区, 绕飞行速度 v_0 的方向旋转对称, 只需计算出过旋转对称轴的一个平面上的值即可. 将此平面上的值绕对称轴旋转 180° , 就可以得到空间其他各点电场强度和密度扰动的值. 需要注意的是, 在不同的旋转面上, 虽然电场强度大小的分布是相同的, 但电场 x 分量和 y 分量的方向是不相同的.

此外, 对横等离子体波, 由于它的群速远小于光速, 这使得它不容易逃出源区, 能够与粒子相互作用而产生塌缩. 产生塌缩的机制是由 (19) 式决定的, 不同的初始条件仅改变塌缩峰的分布和塌缩过程的快慢^[10]. 因此, 初始条件 (21) 式的选择就不是惟一的, 任何随时间缓变的横波振幅都可以作为初始条件. 当然, 选择一个具有波包形状的初始条件, 可以使塌缩过程进行得较快.

参 考 文 献

- [1] Al'pert Y, Gurevich A V, Pitaevskii L P. Space Physics with Artificial Satellites. New York: Plenum Press, 1965. 44—84
- [2] Al'pert Y. The Near-Earth and Interplanetary Plasma. Cambridge: Cambridge University Press, 1983. 27—52
- [3] Gurevich A V, Pitaevskii L P, Smirnova V V. Ionospheric aerodynamics. *Space Sci. Rev.*, 1969, (9):805—871
- [4] D E Hastings. A review of plasma interactions with spacecraft in low earth orbit. *J. Geophys. Res.*, 1995, **100**(8):14 457—14 483
- [5] Liu V C. Ionospheric gas dynamics of satellites and diagnostic probes. *Space Sci. Rev.*, 1969, (9):423—490
- [6] Biasca R, Wang J. Ion current collection in spacecraft wakes. *Phys. Plasmas*, 1995, **2**(1):280—288
- [7] Dobrowolny M, Dobrowolny R, Vannaroni G, Venuto D F. Current collection by a highly positive body moving in the ionospheric plasma. *IL Nuovo Cimento*, 1998, **21**(1):85—97
- [8] Cairns I H, Gurnett D A. Plasma waves observed in the near vicinity of the space shuttle. *J. Geophys. Res.*, 1991, **96**(8):13 913—13 929
- [9] Enloe C L, Cooke D L, Pakula W A, Violet M D, Hardy D A, Chaplin C B, Kirkwood R K, Tautz M F, Bonito N, Roth C, Courtney G, Davis V A, Mandell M J, Hastings D E, Shaw G B, Giffin G, Sega R M. High-voltage interactions in plasma wake: Results from the charging hazards and wake studies (CHAWS) flight experiments. *J. Geophys. Res.*, 1997, **102**(1):425—433
- [10] Li X Q. Nonsteady interaction of plasma with bodies moving in space. *Astrophys. Space Sci.*, 1989, **153**:311—326
- [11] Ma S J, Li X Q. The density cavitons generated by interactions of plasma with a moving body in its wake region in space. *J. Plasma Phys.*, 2002, **67**:205—213
- [12] Ma S J, Xu X X. Numerical simulation of non-steady interaction between moving bodies and plasma in compression region. *Chin. J. Space Sci.*, 2001, **21**(4):305—310. (马善钧, 徐学翔. 空间飞行器与压缩区内等离子体非稳态相互作用的数值模拟. 空间科学学报, 2001, **21**(4):305—310)

THE COLLAPSES OF ELECTRIC FIELD AND FORMATION OF DENSITY CAVITONS IN THE WAKE OF MOVING BODY IN SPACE

MA Shanjun

(*Institute of Physics and Communicative Engineering, JiangXi Normal University, Nanchang 330027*)

CHENG Xiaojin

(*Department of Test and Control, Nanchang Institute of Aeronautical Technology*)

Abstract

In this paper, using the method of numerical simulation, the nonsteady and nonlinear interaction between the moving body and plasma in wake region was studied in detail. Starting from the two fluid equations and the collisionless Boltzmann equation for the ion distribution, under the condition of a static limit, for the low-frequency disturbance, the nonlinear coupling equations have been obtained. In order to get the value of Δn , the fast Fourier translation has been used and the initial condition of wavepacket form that the envelope is slowly varying function over time has been chosen in Cartesian coordinates system. For the purpose of easy to calculation the initial condition has the form of two dimensions with three field components. The results of whole wake region can be obtained by rotating the results in a two dimensional space. Of course, the choice of initial condition is not unique. In the simulation, the natural boundary conditions in x direction i.e. the field quantities are zero when $x \rightarrow \infty$, and a periodic boundary conditions in z direction have been used. The method of numerical simulation is FTCS (time forward-difference and space central-difference method). Finally the distributions of the electromagnetic soliton and density disturbance have been obtained. The basic parameters in calculation are $v_0 = 10^6$ cm/s, $R_0 = 100$ cm, $n_e = 10^5/\text{cm}^3$, $T_e = 3000$ K, $|\hat{E}|_{\max}^2(\tau = 0) = 2.42$. The results show that in the wake region of the moving body, there are the formation of the electromagnetic soliton and density disturbance which can be detected due to the collapse of electric field. As the field and density increasing, the condition $W < 1$ is not valid, the numerical simulation has to stop. We can trace out the moving body by means of observing the structure and intensity of the density caviton and electromagnetic soliton although the body may be a stealthy vehicle.

Key words Moving body, Wake region, Soliton, Density caviton