

确定无陀螺卫星姿态的二阶非线性 滤波算法研究^{*}

林玉荣 邓正隆

(哈尔滨工业大学控制科学与工程系 哈尔滨 150001)

摘 要

应用基于二阶泰勒级数近似得到的非线性滤波技术, 设计了利用星敏感器矢量观测信息确定无陀螺三轴稳定卫星姿态的二阶非线性滤波算法. 结合矢量观测的特点, 分别讨论了单矢量观测信息与多矢量观测信息的处理方法, 并把 QUEST 算法作为矢量观测数据压缩技术有效地结合进姿态估计器中, 使得多矢量观测情况下的滤波修正算法得到了简化. 仿真测试结果证明, 二阶非线性姿态估计器的滤波性能要优于传统的扩展卡尔曼滤波姿态估计算法.

关键词 矢量观测—姿态估计—二阶非线性滤波

1 引言

星敏感器是一种高精度的姿态测量部件, 在卫星的姿态测量系统中已得到了广泛的应用^[1]. 它通过测量恒星天体相对卫星的方向得到包含卫星姿态状况的矢量观测信息, 测量原理可描述为^[2]

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\boldsymbol{\nu} + \Delta\mathbf{u}. \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{\nu}$ 是被观测恒星在惯性坐标系中的单位方向矢量, 称为参考矢量; $\mathbf{u}$ 是在星体坐标系中观测 $\boldsymbol{\nu}$ 所获得的单位测量矢量, 参考矢量 $\boldsymbol{\nu}$ 与测量矢量 $\mathbf{u}$ 构成一个矢量观测对; $\mathbf{A}$ 是由惯性坐标系到星体系的姿态矩阵; $\Delta\mathbf{u}$ 为星敏感器的测量误差, 可近似为均值为零方差 $\mathbf{R}_u = \sigma_u^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$ 的高斯白噪声.

以往, 受灵敏度和带宽所限, 星敏感器不能作为卫星在轨运行的主要姿态敏感器, 需要与陀螺组合在一起, 才能建立高精度的姿态参考, 确保卫星姿态信息的可靠性^{[1],[3]}. 不过, 近年来在星敏感器技术上取得的进步使其灵敏度和带宽都得到了显著改善, 具有宽视场、高灵敏度、低噪声等效角的星敏感器的研制成功表明, 只基于星敏感器的卫星姿态确定与控制系统, 即无陀螺姿态确定与控制系统, 已经是实际可行的^[3]. 在这种条件下, 研究基于矢量观测确定无陀螺卫星姿态的估计算法具有重要的实际意义: 一方面, 无陀螺姿态估计算法是无陀螺卫星 (或其他飞行器) 运行的软件基础; 另一方面, 无陀螺姿态估计算法可作为载有陀螺的卫星姿态确定系统的备份方案, 在陀螺发生故障或失效时, 可启动备份算法来维持姿态系统的工作, 延长卫星的寿命. 因此, 基于矢量观测确定卫星姿态算法的研究已越来越受到研究者的关注.

^{*} 航天科技集团创新基金资助项目

2002-05-08 收到原稿, 2002-08-25 收到修定稿

基于矢量观测确定卫星姿态需要处理非线性系统模型,因此最常用的方法是扩展 Kalman 滤波技术^{[4],[5]}. 扩展卡尔曼滤波器是一种以最小方差作为最优估计准则的递推滤波方法,它通过对非线性函数进行泰勒级数展开并取一阶近似来解决非线性状态估计问题^[6]. 如果在非线性函数的泰勒级数展开式中,取更多的项并推导更高阶的递推关系,则可以得到更高阶的、更精确的近似最优非线性滤波器^{[7],[8]}. 从这个角度出发,本文给出了利用星敏感器提供的矢量观测信息确定无陀螺三轴稳定卫星姿态的二阶非线性滤波算法,该算法在状态估计性能与姿态估计精度上的改善已通过仿真测试比较的结果得到了验证.

2 姿态描述与卫星运动方程

方程 (1) 提供的星光观测信息中,包含的是卫星相对于惯性系的三轴姿态,简称惯性姿态. 对于对地定向的三轴稳定卫星,其惯性姿态参数在大范围内变化,因此适合采用四元数来描述. 四元数是具有 4 个元素的超复数,定义为

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T. \quad (2)$$

4 个元素满足正交约束方程: $q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1$. (3)
描述四元数的动态变化的微分方程为

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{q}. \quad (4)$$

式中, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ 是卫星姿态相对于惯性坐标系的转动角速度,定义在星体坐标系中,且有:

$$\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega} \times] & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^T & 0 \end{bmatrix}.$$

式中, $[\boldsymbol{\omega} \times]$ 称为 $\boldsymbol{\omega}$ 的反对称矩阵,表示为

$$[\boldsymbol{\omega} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$

表征卫星转动角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 固有特性的姿态动力学方程具有如下形式:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1} \{ \mathbf{N}_r + \Delta \mathbf{N} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} \}. \quad (5)$$

式中, $\mathbf{J}$ 为表征卫星惯性特征的惯量矩阵, $\mathbf{N}_r$ 为控制力矩, $\Delta \mathbf{N}$ 为作用在卫星上的来自外部空间的各种干扰力矩 (如重力梯度力矩、气动力矩、太阳辐射压力矩、地磁干扰力矩等).

3 二阶非线性姿态估计算法

3.1 状态方程与误差协方差阵

设动力学方程 (5) 中的干扰力矩 $\Delta \mathbf{N}$ 中包含常值分量 $\mathbf{N}_e$ 与随机分量 $\Delta \mathbf{N}_e$ 两部分, 其中随机分量是均值为零的高斯白噪声. 令姿态确定系统的状态矢量由惯性姿态四元数、

角速度和常值干扰力矩组成, 即

$$\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{N}_c^T]^T. \quad (6)$$

利用四元数微分方程 (4)、姿态动力学方程 (5) 和常值干扰力矩的动态描述模型, 可建立状态微分方程

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \mathbf{G}\Delta\mathbf{N}_c. \quad (7)$$

过程噪声分配矩阵 $\mathbf{G}$ 的具体形式容易根据各状态分量微分方程之间的关系确定.

定义状态误差矢量 $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ ($\hat{\mathbf{x}}$ 为状态估计值) 和误差协方差阵 $\mathbf{P} = \mathbf{E}\{\Delta\mathbf{x}\Delta\mathbf{x}^T\}$, 则 $\mathbf{P}$ 阵是奇异的, 因为四元数受模为 1 的正交性约束. 不过, 若定义误差四元数

$$\delta\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}}^{-1} \otimes \mathbf{q} = [\delta q_{13}^T \delta q_{44}^T]^T. \quad (8)$$

且令

$$\Delta\hat{\mathbf{x}}^T = [\delta q_{13}^T \Delta\boldsymbol{\omega}^T \Delta\mathbf{N}_c^T] = [\delta q_{13}^T \boldsymbol{\omega}^T - \hat{\boldsymbol{\omega}}^T \mathbf{N}_c^T - \hat{\mathbf{N}}_c^T]. \quad (9)$$

则 $\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{E}\{\Delta\hat{\mathbf{x}}\Delta\hat{\mathbf{x}}^T\}$ 为 9×9 维的满秩协方差阵, $\tilde{\mathbf{P}}$ 阵与 10×10 维的协方差阵 $\mathbf{P}$ 的转换关系如下

$$\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{S}^T(\hat{\mathbf{q}})\mathbf{P}\mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}}) \text{ 或 } \mathbf{P} = \mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}})\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{S}^T(\hat{\mathbf{q}}). \quad (10)$$

转换矩阵 $\mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}})$ 表示为

$$\mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}(\hat{\mathbf{q}}) & \mathbf{O}_{4 \times 3} & \mathbf{O}_{4 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad \text{且} \quad \boldsymbol{\Xi}(\hat{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \hat{q}_4 \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\hat{\mathbf{q}}_{13} \times] \\ -\hat{\mathbf{q}}_{13}^T \end{bmatrix}.$$

式中的 $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为三阶单位矩阵. 为方便后面的讨论, 把 $\tilde{\mathbf{P}}, \mathbf{P}$ 分别具体表示为

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \tilde{P}_q & \tilde{P}_{qd} & \tilde{P}_{qb} \\ \tilde{P}_q^T & \tilde{P}_d & \tilde{P}_{db} \\ \tilde{P}_{qd}^T & \tilde{P}_{db}^T & \tilde{P}_b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_q & P_{qd} & P_{qb} \\ P_{qd}^T & P_d & P_{db} \\ P_{qb}^T & P_{db}^T & P_b \end{bmatrix}.$$

3.2 矢量观测信息的处理

根据星敏感器的测量原理, 单位测量矢量中只有两个分量提供独立的姿态信息, 完全确定卫星的三轴转动姿态至少需要两个不共线参考矢量的观测信息. 不过采用状态估计法确定卫星姿态, 即使仅能获得一个矢量观测对, 姿态估计器也能正常工作. 因此, 下面将针对单矢量观测与多矢量观测两种情况, 分别讨论如何建立测量方程.

(1) 单矢量观测

设 $\boldsymbol{\nu}_{m,k}, \mathbf{u}_k$ 为在 t_k 时刻获得的一个矢量观测对, 根据 (1) 式中的观测原理, 有:

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{A}(\mathbf{q}_k)\boldsymbol{\nu}_k + \Delta\mathbf{u}_k. \quad (11)$$

单位测量矢量 $\mathbf{u}_k$ 可直接作为测量量. 为了用于滤波器, 测量方程 (11) 必须被线性化, 若把非线性测量函数记为

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{A}(\mathbf{q}_k)\boldsymbol{\nu}_k = [h_1 \ h_2 \ h_3]^T.$$

则测量灵敏度矩阵为

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}_k) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_k} = [\mathbf{H}(\mathbf{q}_k) \ \mathbf{O}_{3 \times 6}]. \quad (12)$$

式中,

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}_k) = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{q}} \bigg|_{\mathbf{q}_k} = -2\mathbf{\Xi}^T(\mathbf{q}_k)\mathbf{I}(\boldsymbol{\nu}_k) \text{ 且 } \mathbf{I}(\boldsymbol{\nu}_k) = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\nu}_k \times] & -\boldsymbol{\nu}_k \\ \boldsymbol{\nu}_k^T & 0 \end{bmatrix}.$$

(2) 多矢量观测

假设在 t_k 时刻能够获得 n 个矢量观测对, 如果直接利用 n 个单位测量矢量直接构成测量量, 则测量矢量的维数是与 n 成正比, 从而会造成滤波器中测量修正过程中各计算公式的复杂性. 为此, 我们把 QUEST 算法^[9] 作为矢量观测数据压缩技术引入滤波器中, QUEST 法是一种基于多矢量观测信息 (不少于两对) 直接求解 Wahba 问题的确定性算法, 它给出最小二乘意义下的最优姿态四元数估值, 算法的实现比较简便.

采用 QUEST 法处理 t_k 时刻获得的 n ($n \geq 2$) 个矢量观测对, 得到四元数姿态解 $\mathbf{q}_k^*$. 在测量修正阶段, 把 $\mathbf{q}_k^*$ 作为姿态真值, 定义误差四元数

$$\delta \mathbf{q}_k = \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^{-1} \otimes \mathbf{q}_k^*. \quad (13)$$

有:

$$\delta \mathbf{q}_k = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta \mathbf{q}_{13,k}^T \delta \mathbf{q}_{13,k}}} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{q}_{13,k} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

如果定义导出测量矢量 $\mathbf{z}_k = \delta \mathbf{q}_{13,k}$, 则 $\mathbf{z}_k$ 满足线性测量方程

$$\mathbf{z}_k = \tilde{\mathbf{H}}_k \Delta \tilde{\mathbf{x}}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k. \quad (15)$$

式中,

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{O}_{3 \times 6}]. \quad (16)$$

测量方程 (15) 中的 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 是均值为零的噪声矢量, 其协方差阵满足:

$$\mathbf{R}_{\varepsilon,k}^{-1} = 4 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{u,k}^2} [\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{i,k} \mathbf{u}_{i,k}^T]. \quad (17)$$

3.3 二阶非线性滤波算法

采用基于泰勒级数展开并取二阶近似得到的非线性滤波滤波算法^{[7],[8]}, 对由状态方程 (7) 和测量方程 (11) 或 (15) 构成的非线性连续离散系统进行滤波, 滤波器中的全部递推算式列写如下.

在时间更新阶段, 状态方程 (7) 的二阶估计模型为

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t|t_{k-1}) = f[\hat{\mathbf{x}}(t|t_{k-1})] + \mathbf{m}(t). \quad (18)$$

且初始条件为 $\hat{\mathbf{x}}(t|t_{k-1})|_{t=t_{k-1}} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$. 式中的 $\mathbf{m}(t)$ 为二阶偏差补偿项, 具有如下形式:

$$\mathbf{m}(t) = [\mathbf{m}_q^T(t) \quad \mathbf{m}_\omega^T(t) \quad \mathbf{O}_{1 \times 3}]^T.$$

$\mathbf{m}_q(t)$ 与 $\mathbf{m}_\omega(t)$ 的计算公式分别为

$$\mathbf{m}_q(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \phi_i \text{tr} \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial \hat{\mathbf{q}}^2} \mathbf{P}_q \right) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{27} - \mathbf{P}_{36} + \mathbf{P}_{45} \\ -\mathbf{P}_{17} + \mathbf{P}_{35} + \mathbf{P}_{46} \\ \mathbf{P}_{16} - \mathbf{P}_{25} + \mathbf{P}_{47} \\ -\mathbf{P}_{15} - \mathbf{P}_{26} - \mathbf{P}_{37} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_\omega(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \phi_i \text{tr} \left(\frac{\partial^2 f_{4+i}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}^2} \mathbf{P}_\omega \right).$$

上述两表达式中, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ 标记 n 维欧氏空间 R^n 的自然基底; $P_{i,j}$ 为误差协方差阵 P 中的第 i 行第 j 列元素.

四元数的正交性约束使得状态估计误差协方差阵无法在 10 维空间进行时间传播, 因此需要利用满秩协方差阵 $\tilde{P}$ 在 9 维空间进行传播, 传播方程为

$$\dot{\tilde{P}}(t|t_{k-1}) = \tilde{F}[\hat{x}(t|t_{k-1}), t] \tilde{P}(t|t_{k-1}) + \tilde{P}(t|t_{k-1}) \tilde{F}^T[\hat{x}(t|t_{k-1}), t] + \tilde{G}Q\tilde{G}^T. \quad (19)$$

初始条件为 $\tilde{P}(t|t_{k-1})|_{t=t_{k-1}} = \tilde{P}_{k-1}$, 且式中,

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} -[\hat{\omega} \times] & -0.5I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & F_{\omega} & J^{-1} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \tilde{G} = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} \\ J^{-1} \\ O_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad Q = E\{\Delta N_{\varepsilon} \Delta N_{\varepsilon}^T\}.$$

由于状态方程 (7) 中的过程噪声分配矩阵 G 是常值阵, 在采用二阶滤波算法时, 协方差传播方程中与二次函数 GQG 的二阶偏导数有关的补偿项消失, 因此方程 (19) 与常规一阶线性算法 (即扩展卡尔曼滤波器) 中的协方差传播方程具有相同的形式.

在二阶非线性姿态估计器的测量修正阶段, 针对单矢量观测与多矢量观测两种情况, 测量修正方程的形式是不同的, 分述如下.

(1) 单矢量观测

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + K_k[u_k - h(\hat{x}_{k|k-1}, k) - \Pi_k]. \quad (20)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T [H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_{u,k} + B_k]^{-1}. \quad (21)$$

$$P_k = [I - K_k H_k] P_{k|k-1}. \quad (22)$$

在状态修正方程 (20) 中, Π_k 为二阶偏差补偿项, 若把测量方程 (11) 中的参考矢量记为 $\nu_k = [\nu_{1,k} \ \nu_{2,k} \ \nu_{3,k}]^T$, 则 Π_k 的计算公式为

$$\Pi_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1,2,3} \phi_i \text{tr} \left(\frac{\partial^2 h_i}{\partial \hat{q}^2} P_{q,k|k-1} \right) \bigg|_{\hat{q}_{k|k-1}} = \begin{bmatrix} \nu_1(P_{11} - P_{22} - P_{33} + P_{44}) + 2\nu_2(P_{12} + P_{34}) + 2\nu_3(P_{13} - P_{24}) \\ 2\nu_1(P_{12} - P_{34}) + \nu_2(-P_{11} + P_{22} - P_{33} + P_{44}) + 2\nu_3(P_{14} + P_{23}) \\ 2\nu_1(P_{13} + P_{24}) + 2\nu_2(P_{23} - P_{14}) + \nu_3(-P_{11} - P_{22} + P_{33} + P_{44}) \end{bmatrix} \bigg|_{\nu_k, P_{k|k-1}}$$

增益矩阵计算公式 (21) 中的 B_k 被称为张量项, 其计算公式为

$$B_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \phi_i \phi_j^T \left[\frac{\partial^2 h_i}{\partial \hat{q}^2} P_{q,k|k-1} \frac{\partial^2 h_j}{\partial \hat{q}^2} P_{q,k|k-1} \right] \bigg|_{\hat{q}_{k|k-1}}.$$

由方程 (22) 可以看出, 在测量修正阶段被修正的协方差阵是 10×10 维的协方差阵 P , 方程 (22) 的初始条件 $P_{k|k-1}$ 可利用 $\tilde{P}_{k|k-1}$ 根据转换公式 (10) 求得.

(2) 多矢量观测

$$\Delta \hat{x}_k = \tilde{K}_k z_k. \quad (23)$$

$$\hat{\omega}_k = \hat{\omega}_{k|k-1} + \Delta \hat{\omega}_k, \quad \hat{N}_{c,k} = \hat{N}_{c,k|k-1} + \Delta \hat{N}_{c,k}, \quad \hat{q}_k = \hat{q}_{k|k-1} \otimes \left[\frac{\delta \hat{q}_{13}}{\sqrt{1 - \delta \hat{q}_{13,k}^T \delta \hat{q}_{13,k}}} \right]. \quad (24)$$

$$\tilde{K}_k = \tilde{P}_{k|k-1} \tilde{H}_k^T [\tilde{H}_k \tilde{P}_{k|k-1} \tilde{H}_k^T + R_{\epsilon,k}]^{-1}. \quad (25)$$

$$K_k = S(\hat{q}_{k|k-1}) \tilde{K}_k, \quad H_k = \tilde{H}_k S^T(\hat{q}_{k|k-1}). \quad (26)$$

$$P_k = [I - K_k H_k] P_{k|k-1}. \quad (27)$$

比较上述两种不同情况下的测量修正方程可以看出, 在多矢量观测情况下, 由于测量灵敏度矩阵 $\tilde{H}_k$ (如式 (16) 所示) 是常值阵, 状态修正方程与增益矩阵计算公式中与 $\tilde{H}_k$ 导数有关的偏差补偿项 Π_k 与张量项 B_k 皆消失, 二阶滤波器中的修正方程得以简化, 其形式与常规扩展卡尔曼滤波器中的相同.

4 仿真结果与分析

状态矢量中各分量的真实初始值选取为

$$q(0) = \left[\frac{1}{\sqrt{3}} [\sin(1^\circ) \sin(1^\circ) \sin(1^\circ)] \cos(1^\circ) \right],$$

$$\omega(0) = [0 \ 0 \ 0]^\circ/\text{s},$$

$$\Delta N_c(0) = \Delta N_c = [0.003 \ 0.005 \ 0.002]^\text{T} \text{N} \cdot \text{m}.$$

星敏感器的测量噪声误差等效角取为 $\sigma_u = 5''$. 在滤波器中, 角速度与常值干扰力矩的初始估值分别取为零矢量. 下面将在三种典型情况下, 对二阶非线性姿态估计算法与一阶线性姿态估计算法 (扩展卡尔曼滤波) 进行仿真测试比较, 仿真步长取为 $\Delta t = 0.5 \text{ s}$.

表 1 两种姿态估计算法的滤波统计比较结果

Table 1 Comparison of simulation statistical data between two attitude estimation algorithms

参数	一阶线性算法		二阶非线性算法	
	单矢量观测	双矢量观测	单矢量观测	双矢量观测
四元数	0.30301×10^{-3}	0.03655×10^{-5}	0.74913×10^{-4}	0.02991×10^{-5}
	0.00281×10^{-3}	0.03746×10^{-5}	0.01385×10^{-4}	0.20651×10^{-5}
	0.08514×10^{-3}	0.26332×10^{-5}	0.28134×10^{-4}	0.25115×10^{-5}
	0.00050×10^{-3}	0.03615×10^{-5}	0.00287×10^{-4}	0.16143×10^{-5}
角速度 ($^\circ$)/s	0.59908×10^{-3}	0.06326×10^{-4}	0.89494×10^{-4}	0.05920×10^{-4}
	0.03191×10^{-3}	0.11904×10^{-4}	0.19667×10^{-4}	0.18992×10^{-4}
	0.02199×10^{-3}	0.04999×10^{-4}	0.01911×10^{-4}	0.06335×10^{-4}
常值干扰力	0.00268	0.00300	0.00302	0.00300
矩统计平均	0.00504	0.00502	0.00504	0.00498
(N·m)	0.00199	0.00200	0.00199	0.00199

(1) 初始姿态估计误差比较小

在四元数初始估值取为 $\hat{q}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^\text{T}$ 的情况下, 二阶非线性算法与一阶线性算法的滤波结果基本一样, 姿态估计精度也相当. 针对单矢量观测与双矢量观测两种情况, 表 1 给出了两种算法在稳态滤波阶段的仿真统计结果, 表中列出了四元数元素与角速度元素

的真值与估值误差的统计平均值的绝对值, 另外表中给出了常值干扰力矩的统计平均值, 表中统计数据长度为 5000 个采样点.

(2) 初始姿态估计误差比较大

在四元数的初始估值取为

$$\hat{\mathbf{q}}(0) = \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sin(5^\circ) \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(5^\circ) \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(5^\circ) \quad \cos(5^\circ) \right]^T$$

的情况下, 基于双矢量观测信息分别采用两种算法估计卫星姿态, 则两种算法的仿真比较结果如图 1 所示, 图中, 实线绘出的是二阶非线性滤波算法的滤波结果. (a) 与 (b) 两个分图中被比较的指标分别是状态估计误差协方差阵的迹与四元数估计均方和根误差, 它们分别

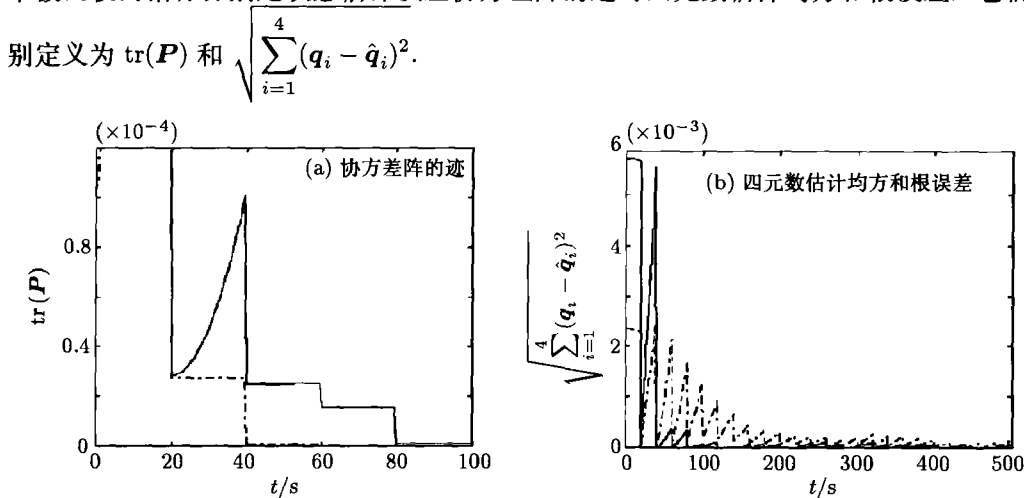


图 1 初始姿态估计误差比较大时的仿真比较结果

Fig.1 Simulation comparison results with larger initial attitude estimation errors

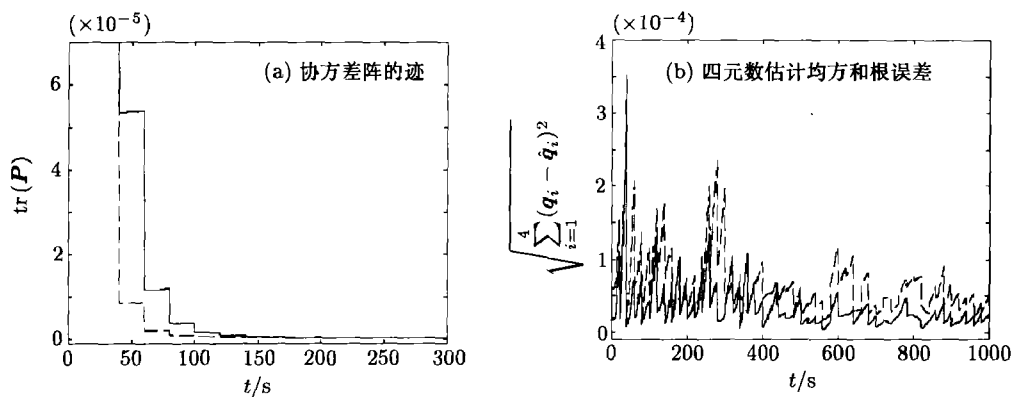


图 2 测量噪声比较大时的仿真比较结果

Fig.2 Simulation comparison results with larger measurement errors

(3) 测量噪声比较大

加大星敏感器的测量噪声等效角, 令 $\sigma_u = 15''$, 滤波器的初始估值条件与第 (1) 种情

况下相同. 基于双矢量观测信息, 仍以误差协方差阵的迹与四元数估计均方和根误差作为比较指标, 此时二阶非线性滤波算法与一阶线性滤波算法的仿真比较结果如图 2 所示.

总结仿真测试结果, 可以得出以下几点结论: (1) 在初始姿态估计误差比较小且测量噪声也比较小的情况下, 二阶非线性算法与一阶线性算法的滤波结果与滤波精度基本上是一样的; (2) 在初始姿态估计误差比较大的情况下, 二阶非线性滤波算法中状态估计误差协方差阵加大, 从而加快了状态估值的收敛速度; (3) 在星敏感器的噪声误差角比较大的情况下, 二阶非线性滤波算法不仅加快了参数估值的收敛速度, 而且使稳态滤波阶段的姿态估计精度得到一些提高. 而且, 如果基于单矢量观测信息进行测试比较, 则第 (2) 与第 (3) 点结论体现得更为明显.

不过, 在二阶非线性姿态估计器中, 状态传播方程中的二阶偏差补偿项 $m(t)$ 、状态修正方程中的二阶偏差补偿项 Π_k 与增益矩阵中的张量项 B_k 的计算都涉及到二阶偏导数运算, 因此在单矢量观测情况下会造成的较大的运算负担. 文献 [7] 对二阶非线性滤波器中由上述参数矩阵的计算所增加的运算量进行了统计.

5 结 论

本文设计了一种实时的二阶非线性姿态估计算法, 该算法利用星敏感器提供的矢量观测信息就能够准确地估计三轴稳定卫星的惯性姿态. 仿真测试的结果表明, 与传统的扩展卡尔曼滤波姿态估计器相比, 二阶非线性姿态估计器不仅在初始姿态估计误差比较大及矢量观测噪声比较大两种情况下加快了状态估值的收敛速度, 而且在后一种情况下提高了姿态估计值的精度. 针对单矢量观测情况, 二阶非线性姿态估计器是以加大运算负担作为改善滤波性能的代价的. 在多矢量观测情况下, QUEST 算法的引入使状态修正方程中的二阶偏差补偿项与增益矩阵中的张量项消失, 从而减少了姿态估计器的运算量.

参 考 文 献

- [1] Mortari D, Pollock T C, Junkins J L. Towards the Most Accurate Attitude Determination System Using Star Trackers. AAS-98-159, 1998. 839—850
- [2] Zhang Renwei. Satellite Orbital Attitude Dynamics and Control. Beijing: University of Aeronautics and Astronautics Press, 1998. 137—222. in Chinese (章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998. 137—222)
- [3] Lin Yurong *et al.* Summary of algorithms for spacecraft attitude determination from vector observations. *J. Harbin Inst. Tech.*, 2002, 34(5). in Chinese (林玉荣等. 于矢量观测确定飞行器姿态的算法综述. 哈尔滨工业大学学报, 2002(5))
- [4] Grewal M S, Shiva M. Application of Kalman filtering to gyroless attitude determination and control system for environmental satellites. In: Proc. 34th IEEE Conf. on Dec. and Cont., Vol II., USA: New Orleans, 1995. 1544—1552
- [5] Gai E, Daly K, Harrison J, Lemos L. Star-Sensor-Based Satellite Attitude/Attitude Rate Estimator. *J. Guid. Cont. Dyn.*, 1985, 8(5):560—565
- [6] Shi Zhongke. Computation Methods of Optimal Estimation. Beijing: Science Press, 2001. 124—134. in Chinese (史忠科. 最优估计的计算方法. 北京: 科学出版社, 2001. 124—134)
- [7] Vathsala S. Spacecraft Attitude Determination Using a Second-Order Nonlinear Filter. *J. Guid. Cont. Dyn.*, 1987, 10(6):559—566

- [8] Zhang Jinhui *et al.* Spacecraft trial statistics. Changsha: National University of Defence Technology Press, 1995. 185—210. in Chinese (张金槐等. 飞行器试验统计学. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995. 185—210)
- [9] Shuster M D, Oh S D. Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations. AIAA-81-4003, 1981, 70—77

RESEARCH ON SECOND-ORDER NONLINEAR FILTER ALGORITHM FOR GYROLESS SATELLITE ATTITUDE DETERMINATION USING STAR SENSORS

LIN Yurong DENG Zhenglong

(*Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001*)

Abstract

A second-order nonlinear filter which can estimate the attitude of a three-axis stabilized gyroless satellite from star sensor vector observations is developed using the nonlinear filter technique based on second-order Taylor series approximation. Considering the characteristics of vector observation, the methods to dispose vector observation information in the case of one vector and multi-vector are discussed separately. In addition, the QUEST algorithm is efficiently combined into the attitude estimator as the compressing technique of multi-vector observation information in order to simplify the update implementation. Performance comparison made by computer simulation demonstrates that the second-order nonlinear attitude estimator consistently performs better than the traditional extended Kalman attitude estimator.

Key words Vector observation, Attitude estimation, Second-order nonlinear filter