

离子非线性极化漂移对动力学 Alfvén 孤波特性的影响^{*}

段素平 李中元

(中国科学技术大学地球和空间科学学院 合肥 230026)

摘 要

考虑离子极化漂移中非线性项对动力学 Alfvén 孤波特性的影响, 采用双流体模型研究磁化等离子体中低频动力学 Alfvén 稀疏型孤波的特性. 所得的结果表明, 两种类型的动力学 Alfvén 稀疏型孤波在磁层中大范围内均存在 (参数 β 约为 10^{-6} —0.1, β 为等离子体的热压与磁压之比, 即 $\beta = 2\mu_0 nT/B_0^2$), 它们或以超 Alfvén 速或以亚 Alfvén 速传播. 同时发现在 β 值较小 (10^{-6} — 10^{-4}) 时, 离子极化漂移非线性项对动力学 Alfvén 孤波特性有较大的影响, 不可忽略. 而在较大值时 ($\beta \sim 0.1$), 此修正作用不大. 由于动力学 Alfvén 孤波允许平行电场存在, 故它对等离子体中带电粒子的加速和能化起重要作用; 同时也对离子的横向加速有一定的作用, 它使一种新的能量转换机制成为可能.

关键词 离子极化漂移; 动力学 Alfvén 稀疏型孤波; Sagdeev 势

1 引言

理想 MHD 等离子体中的 Alfvén 波是没有色散的, 然而当空间扰动尺度接近离子回旋半径 ρ_s 或电子的惯性长度 λ_e ($\lambda_e = c/\omega_{pe}$) 时, Alfvén 波色散关系被修正, 即形成动力学 Alfvén 波. 动力学 Alfvén 波是有色散的, 它伴随有密度扰动、电磁场扰动, 而它最重要的特征是允许平行电场的出现, 这使动力学 Alfvén 波对带电粒子的场向加速起重要作用. 若再考虑非线性效应, 当色散效应与非线性效应达到平衡时, 就有可能形成动力学 Alfvén 孤波结构. 动力学 Alfvén 孤波已成为人们关注的热点, 到目前已有许多从观测、理论和数值模拟方面研究动力学 Alfvén 孤波的文章, 它在磁层和太阳风中有相关的应用. 从观测上, 动力学 Alfvén 孤波是与强的电场脉冲相关的空间结构, 普通的电磁振荡一般电场为 10—20 mV/m, 磁场为几十 nT 的量级, 而与动力学 Alfvén 孤波相关的电场达到每米几百毫伏, 而磁场变化与普通的磁场相比区别不是很大. 特别是这些强电场脉冲一般都伴随有强的密度扰动, 其相对扰动可达 50%, 甚至更高. 从已有观测资料中我们发现动力学 Alfvén 压缩型孤波出现的概率远小于动力学 Alfvén 稀疏型孤波, 所以在本文中我们只讨论动力学 Alfvén 稀疏型孤波. Wu^{[3],[4]} 根据参数 β 的不同范围, 将动力学 Alfvén 孤波分成 3 个区研究, 得出在动力学区 ($\alpha \gg 1$, 其中 $\alpha = \beta/2Q$, $Q = m_e/m_i$) 没有稀疏型孤波, 在惯性区 ($\alpha \ll 1$) 中只有超 Alfvén 速稀疏型孤波, 在过渡区 ($\alpha \sim 1$) 中稀疏型

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (49834040, 10173010)

2002-06-16 收到原稿, 2002-10-28 收到修定稿

孤波以亚 Alfvén 速传播. 文献 [1] 研究了低 β 等离子体动力学 Alfvén 孤波, 首次提出在动力学区有亚 Alfvén 速稀疏型孤波存在, 随后文献 [2] 用数值模拟方法研究惯性区中动力学 Alfvén 孤波, 指出亚 Alfvén 速稀疏型孤波在惯性区中不存在, 这和文献 [3], [4] 结论相同. 但是由于他们均没有考虑粒子极化漂移中的非线性作用对动力学 Alfvén 孤波的影响, 所以在惯性区中没有得到亚 Alfvén 速稀疏型孤波. 20 世纪 90 年代中, Freja 卫星在地球极区所探测的资料 [5]–[7], 以及 FAST 卫星在更高上空中所探测到的数据 [6], [8], [9] 都从观测上表明动力学 Alfvén 稀疏型孤波存在于磁层中.

考虑离子极化漂移中非线性项的作用, 我们采用双流体模型研究低频动力学 Alfvén 稀疏型孤波的特性. 文中第 2 部分给出所采用的基本方程和所得到的 Sagdeev 势, 第 3 部分给出了相关的观测数据和数值解, 在第 4 部分中我们对所得到的解进行分析和讨论, 最后给出关于稀疏型动力学 Alfvén 孤波的几个新颖结论.

2 基本方程与 Sagdeev 势

设背景磁场方向沿 z 轴, 即 $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}$, 并假设所有变量在 y 方向上均为常量, 即 $\partial/\partial y = 0$. 考虑离子极化漂移中的非线性项对动力学 Alfvén 孤波特性的影响, 采用如下双流体方程组来描述低频动力学 Alfvén 孤波.

$$\partial_t n_e + \partial_z(n_e v_{ez}) = 0. \quad (1)$$

$$\partial_t n_i + \partial_x(n_i v_{ix}) + \partial_z(n_i v_{iz}) = 0. \quad (2)$$

$$\partial_t v_{ez} + v_{ez} \partial_z v_{ez} = -\frac{e}{m_e} E_z - \frac{T_e}{m_e n_e} \partial_z n_e. \quad (3)$$

$$\partial_t v_{iz} + v_{ix} \partial_x v_{iz} + v_{iz} \partial_z v_{iz} = \frac{e}{m_i} E_z. \quad (4)$$

$$v_{ix} = \frac{m_i}{e B_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{E_z}{B_y} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{E_x}{B_y} \frac{\partial}{\partial z} \right) E_x. \quad (5)$$

$$\partial_z E_x - \partial_x E_z = -\partial_t B_y. \quad (6)$$

$$n_e = n_i = n. \quad (7)$$

$$\partial_x B_y = -\mu_0 e (n_e v_{ez} - n_i v_{iz}). \quad (8)$$

选取如下的无量纲化参数对上述方程组进行无量纲化: 数密度 $n' = n/n_0$, 磁场 $B' = B/B_0$, 长度 $l' = l/(c/\omega_{pi})$, 时间 $t' = t/(1/\Omega_i)$, 电场 $E' = E/(T_e \omega_{pi}/ce)$, 速度 $v' = v/v_A$, 其中 $n_0, B_0, c, e, \omega_{pi}, \Omega_i, T_e, v_A$ 分别为背景等离子体的数密度、磁场、光速、单位电量、离子等离子体频率、离子回旋频率、等离子体温度、Alfvén 速度. 然后采用行波坐标系 $\eta = k_x x + k_z z - \omega t$ 将无量纲化方程组转换为如下形式的方程组 (方程组中的无量纲量的“'”均省略).

$$d_\eta [n(k_z v_{ez} - \omega)] = 0. \quad (9)$$

$$d_\eta [n(k_x v_{ix} + k_z v_{iz} - \omega)] = 0. \quad (10)$$

$$(\omega - k_z v_{ez}) d_\eta v_{ez} = \alpha [E_z + k_z d_\eta (\ln n)]. \quad (11)$$

$$(k_x v_{ix} + k_z v_{iz} - \omega) d_\eta v_{iz} = Q \alpha E_z. \quad (12)$$

$$v_{ix} = Q \alpha \left(-\omega - \frac{E_z k_x}{B_y} + \frac{E_x k_z}{B_y} \right) d_\eta E_x. \quad (13)$$

$$Q \alpha (k_z d_\eta E_x - k_x d_\eta E_z) = \omega d_\eta B_y. \quad (14)$$

$$k_x d_\eta B_y = n(v_{iz} - v_{ez}). \quad (15)$$

方程组中的 $Q = m_e/m_i$, $\alpha = \beta/2Q$. 由于动力学 Alfvén 孤波是一个小尺度的物理现象, 空间尺度 100—500 m, 时间尺度 0.04—0.1 s, 所以我们只考虑局域解. 利用局域化边界条件: 当 $\eta \rightarrow \pm\infty$ 时, $n \rightarrow 1$, $v_{ez} = v_{iz} = v_{ix} = 0$, $d_\eta = 0$, 对无量纲化方程组积分得到 Sagdeev 势,

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dn}{d\eta} \right)^2 + F'(n) = 0. \quad (16)$$

其中, $F'(n)$ 为

$$F'(n) = -\frac{1}{k_x^2} \frac{n^4}{(n^2 - A^2)} \left[-\frac{R_1 A}{2} + \frac{Q_1 A}{3n} - (A + R_1) n^2 \ln n - (R_2 A + Q_1) n + \left(R_2 A + R_2 + Q_1 + \frac{R_1 A}{2} - \frac{Q_1 A}{3} - \frac{1}{2} \right) n^2 - R_2 n^3 + \frac{n^4}{2} \right]. \quad (17)$$

令 $F(n) = -F'(n)$, 式中 $A = (\omega^2/k_x^2)/\alpha = M^2/\alpha$, M 是 Alfvén 马赫数, $R_1 = Q_1 + Q_3/A - Q_2 A$, $R_2 = 1 + Q_2 A - Q_3 A$, $Q_1 = (1 + Q)/(1 - Q\alpha)$, $Q_2 = (1 + Q)/Q$, $Q_3 = Q/(1 - Q\alpha)$. 我们称 $F'(n)$ 为 Sagdeev 势, 要求 $n^2 - A \neq 0$, 即 $n \neq A^{1/2}$.

3 观测数据与数值解

Freja 卫星在地球低极区上空 (Freja 卫星近地点 600 km, 远地点 1770 km) 探测到的一些等

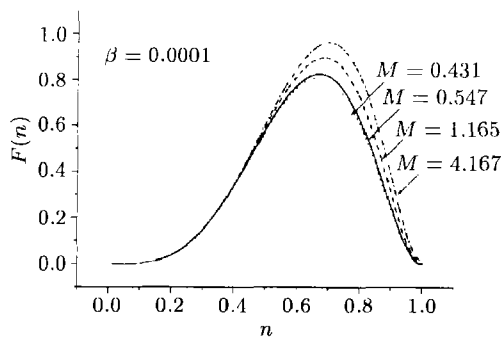
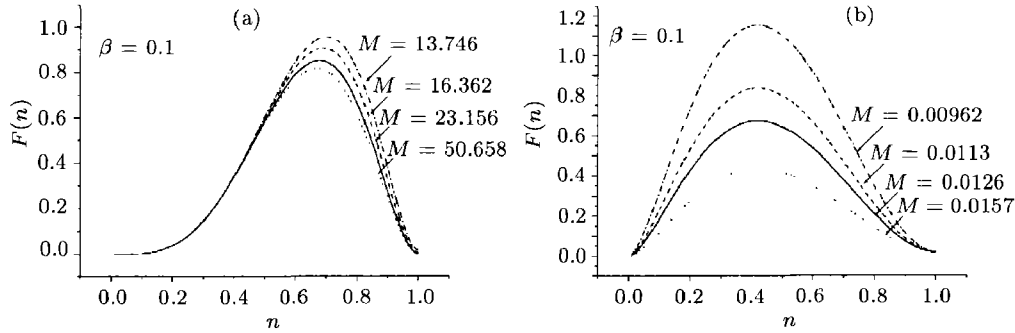


图 1 $\beta = 0.0001$ 时亚、超 Alfvén 速稀疏型孤波
Fig.1 $\beta = 0.0001$, the sub-Alfvénic and super-Alfvénic speed dip solitary wave

些等离子体特征背景参数 [5]—[7],[12]: $n \sim 10^3 \text{ cm}^{-3}$, $B_0 \sim 3 \times 10^4 \text{ nT}$, $T_e \sim 10 \text{ eV}$, $\mu \sim 7$. 从而可得: $v_A \sim 7.8 \times 10^6 \text{ m/s}$, 压力参数 $\alpha \sim 4 \times 10^{-2} \ll 1$, $\lambda_c \sim 170 \text{ m}$, $\rho_s \sim 30 \text{ m}$. 另外观测到的 Poynting 通量 $S \sim 10^{-3} \text{ W/m}^2$, 脉冲电场强度普遍大于 100 mV/m, 强的可达 600 mV/m, 相对密度扰动范围: 10%—80%. FAST 卫星在极光带区 (350—4180 km) 所探测到的等离子体典型背景参数为 [6],[8],[9]: $n \sim 1.1 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$, $B_0 \sim 2.7 \times 10^4 \text{ nT}$, $T_e \sim 10$ — 10^3 eV ; $v_A \sim 10^6 \text{ m/s}$, $\alpha \sim 10^{-2}$ — 10 , $\lambda_c \sim$

80 m, $\rho_s \sim 500 \text{ m}$, $S \sim 10^{-2} \text{ W/m}^2$, 脉冲电场强度 $E_\perp < 1 \text{ V/m}$, 磁场 $b \leq 100 \text{ nT}$, 相对密度扰动 $dn/n \leq 1$, FAST 卫星穿过日侧极光椭圆带高度为 1500—2500 km 时观测值 E/B 的范围 [9]: 0.7 — $14 v_A$. 给出孤波解存在的条件 [3]:

图 2 $\beta = 0.1$ 时亚、超 Alfvén 速稀疏型孤波

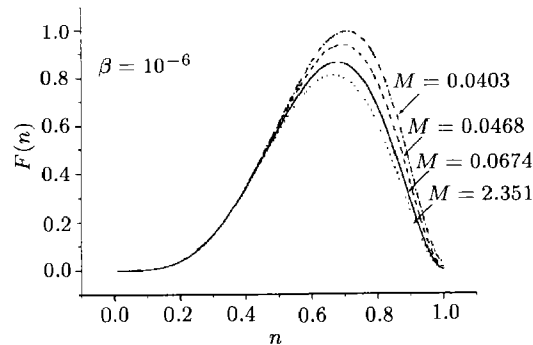
(a) 为超 Alfvén 速稀疏型孤波; (b) 为亚 Alfvén 速稀疏型孤波

Fig.2 $\beta = 0.1$, the sub-Alfvénic and super-Alfvénic speed dip solitary wave, (a) the super-Alfvénic speed dip solitary wave; (b) sub-Alfvénic speed dip solitary wave

- (1) $F(n) > 0$, 当 $1 < n < N$, 或 $N < n < 1$ 时.
- (2) $F(n) = 0$, 当 $n = 1$ 和 $n = N$ 时.
- (3) $\frac{d^2 n}{d\eta^2} = 0$, 当 $n = 1$ 时; $(N - 1) \frac{d^2 n}{d\eta^2} < 0$, 当 $n = N$ 时.

其中 N 为数密度的极值.

利用上面的观测数据和 Sagdeev 势表达式 (17) 可以得到如下符合孤波存在条件的解. 图 1 中的曲线是当 $\beta = 0.0001$ 时的 Sagdeev 势图像, 从该图可以看出此情况下亚、超 Alfvén 速稀疏型孤波都存在, 且孤波的峰值随着 M 值的增大而减小, 这正符合能量原理. 图 2(a) 是当 $\beta = 0.1$, $M > 1$ 时 Sagdeev 势的曲线, 它说明超 Alfvén 速稀疏型孤波可能出现. 图 2(b) 表示当 $\beta = 0.1$, $M < 1$ 时 Sagdeev 势的曲线表明亚 Alfvén 速稀疏型孤波在此情况下可以出现. 图 3 是 $\beta = 1 \times 10^{-6}$

图 3 $\beta = 1 \times 10^{-6}$ 时亚、超 Alfvén 速稀疏型孤波Fig.3 $\beta = 1 \times 10^{-6}$, the sub-Alfvénic and super-Alfvénic speed dip solitary wave

时 Sagdeev 势的图像, 我们亦可看出亚、超 Alfvén 速稀疏型孤波在此情况下均存在.

4 分析与讨论

由所得到的解, 我们可以对离子极化漂移中的非线性项对动力学 Alfvén 稀疏型孤波特性的影响进行分析、讨论.

(1) 由于 β 在一个宽范围 (10^{-6} , 0.1) 内亚 Alfvén 速与超 Alfvén 速动力学 Alfvén 稀疏型孤波均存在, 这说明两种类型的动力学 Alfvén 稀疏型孤波在磁层中都可以存在. 我们认为 $\beta \sim 10^{-6} - 10^{-4}$ 对应 Freja 卫星所探测的低极区等离子体情况, $\beta \approx 10^{-4}$ 对应

FAST 卫星探测的极光带区等离子体的情形, $\beta \approx 0.1$ 可以推广到等离子体片或磁层顶磁层侧高 β 等离子体的区域. 这为用稀疏型动力学 Alfvén 孤波理解磁层中能量的转换提供了一定的依据.

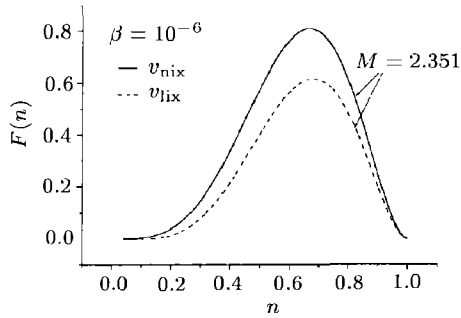


图 4 $\beta = 1 \times 10^{-6}$ 时, 两种情况解的比较考虑离子极化漂移中的非线性一般的情况

Fig.4 When $\beta = 1 \times 10^{-6}$, the comparison of numerical solutions in two different conditions

(2) 我们用与得到 Sagdeev 势, 即 (17) 式相类似的方法可求得考虑离子极化漂移中非线性效应作用下的动力学 Alfvén 稀疏型孤波解, 将它与考虑离子极化漂移中非线性效应作用下的动力学 Alfvén 稀疏型孤波比较, 见图 4—6. 可以看出, 当 $\beta = 0.1$ (即 β 值较大) 时两种情况下的解几乎完全吻合. 这说明此情况下, 离子极化漂移中非线性效应对稀疏型动力学 Alfvén 孤波的影响可以忽略. 而当 $\beta = 10^{-6}$ 和 $\beta = 10^{-4}$ (即 β 值很小) 时两种情况下的解相差较大, 这表明此时离子极化漂移中非线性效应对稀疏型动力学 Alfvén 孤波有较大影响, 不可忽略.

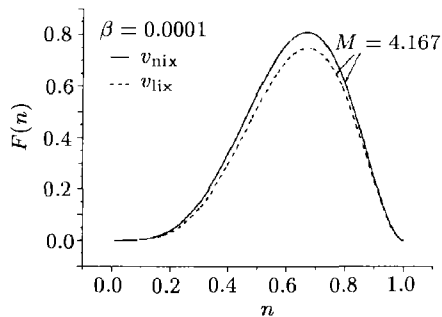


图 5 $\beta = 1 \times 10^{-4}$ 时, 两种情况解的比较
Fig.5 $\beta = 1 \times 10^{-4}$, the comparison of numerical solutions in two different conditions

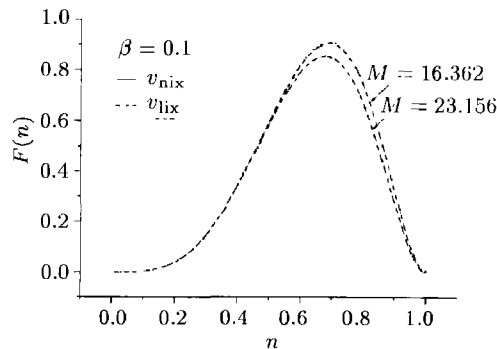


图 6 $\beta = 0.1$ 时, 两种情况解的比较
Fig.6 $\beta = 0.1$, the comparison of numerical solutions in two different conditions

(3) 与他人的工作进行比较, Wu^[3]、Wang^[1] 和 Chen^[2] 的结果中当 $\beta < 10^{-4}$ 时, 只有超 Alfvén 速动力学 Alfvén 稀疏型孤波; 而我们在这种情况下得到亚 Alfvén 速和超 Alfvén 速动力学 Alfvén 稀疏型孤波. 这表明离子极化漂移速度中的非线性作用对动力学 Alfvén 稀疏型孤波有重要修正.

同时, 卫星观测资料^{[5]-[9],[12]} 表明超、亚 Alfvén 速动力学 Alfvén 稀疏型孤波均存在于磁层中, 故我们的结果与观测结果符合得很好.

5 结论

我们考虑离子极化漂移速度中非线性效应对动力学 Alfvén 稀疏型孤波作用, 得到如下的结论.

(1) 超 Alfvén 速和亚 Alfvén 速动力学 Alfvén 稀疏型孤波在磁层都存在, 这与观测结果符合得很好.

(2) 在 β 约为 10^{-6} — 10^{-4} 范围 (即 β 值很小时) 内离子极化漂移速度中的非线性效应对稀疏型动力学 Alfvén 孤波的作用不可忽略, 而在 β 约为 0.1 (即 β 值较大时) 离子极化漂移速度中的非线性效应作用很微弱.

(3) 离子极化漂移速度中的非线性作用对动力学 Alfvén 稀疏型孤波有重要修正, 从而可以在惯性区得到亚 Alfvén 速动力学 Alfvén 稀疏型孤波.

由于动力学 Alfvén 孤波允许平行电场的存在, 故它在磁层能量转换和场向粒子的加速中有重要的地位. 同时它对离子的横向加速也有重要的作用, 为空间等离子体的局部能量的转化提供了一种可能的物理机制. 动力学 Alfvén 孤波已被用来说明一些相关的空间现象, 例如极光区中场向带电粒子的加速、磁层中电子沿磁力线的加速、离子的横向溢出与局部加热, 等离子体的局部加热以及相关的密度扰动等. 它也可推广到太阳风、尘埃等离子体中, 是一种重要的物理机制.

致谢 本文的工作受到中国科学技术大学创新工程研究基金资助项目的支持.

参 考 文 献

- [1] Wang X Y, Liu Z X, Li Z Y. One-dimensional solitary kinetic Alfvén waves in low-beta plasma. *Phys. Plasmas*, 1998, **5**(12):4395—4400
- [2] Chen Y, Li Z Y, Liu W, Shi Z D. Solitary kinetic Alfvén waves in the inertial limit region. *Phys. Plasmas*, 2000, **7**(1):371—374
- [3] Wu D J *et al.* Solitary kinetic Alfvén waves in the two-fluid model. *Phys. Plasmas*, 1996, **3**(8):2879—2884
- [4] Wu D J, Wang D Y, Falthammar C G. An analytical solution of finite-amplitude solitary kinetic Alfvén waves. *Phys. Plasmas*, 1995, **2**(12):4476—4481
- [5] Louarn P, Wahlund J E *et al.* Observation of kinetic Alfvén waves by the FREJA spacecraft. *Geophys. Res. Lett.*, 1994, **21**(17):1847—1850
- [6] Stasiewicz K, Bellan P, Chasion C *et al.* Small scale Alfvénic structure in the aurora. *Space Sci. Rev.*, 2000, **92**(3/4):422—533
- [7] Volwerk M, Louarn P, Chust T *et al.* Solitary kinetic Alfvén waves: A study of the Poynting flux. *J. Geophys. Res.*, 1996, **101**(A6):13 335—13 343
- [8] Bouhram M, Dubouloz N, Malingre M *et al.* Ion outflow and associated perpendicular heating in the cusp observed by interball auroral probe and fast auroral snapshot. *J. Geophys. Res.*, 2002, **107**(A2):1—13
- [9] Chaston C C, Carlson C W, Peria W J *et al.* FAST observations of inertial Alfvén waves in the dayside aurora. *Geophys. Res. Lett.*, 1999, **26**(6):647—650
- [10] Kletzing C A, Mozer F S, Torbert R B. Electron temperature and density at high latitude. *J. Geophys. Res.*, 1998, **103**(A7):14 837—14 845
- [11] Hasegawa A, Mima K. Exact solitary Alfvén waves. *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **37**(11):690—693

- [12] Wang Deyu, Wu Dejin, Huang Guangli. Solitary Waves in Space Plasma. Shanghai: Shanghai Sci. Tech. Edu. Pub. House, 2000, in Chinese (王德靖, 吴德金, 黄光力编著. 空间等离子体中的孤波. 上海: 上海科技教育出版社, 2000)

THE INFLUENCE OF ION'S NONLINEAR POLARIZATION DRIFT ON THE CHARACTER OF SOLITARY KINETIC ALFVÉN WAVE

DUAN Suping LI Zhongyuan

(School of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

Abstract

Considering the influence of ion's nonlinear polarization drift on Solitary Kinetic Alfvén Wave (SKAW), the character of the low-frequency dip SKAW in the magnetic plasma is investigated with the two-fluid mode. The derived results indicate that two kinds of dip SKAW both exist in a wide range in magnetosphere (for the pressure parameter $\beta \sim 10^{-6}$ —0.1, where β is the ratio of thermal pressure to magnetic pressure, i.e. $\beta = 2\mu_0 nT/B_0^2$). They propagate at Sub-Alfvénic speed or Super-Alfvénic speed. And ion's nonlinear polarization drift has great effect on the SKAW when the value of β is smaller ($\beta \sim 10^{-6}$ — 10^{-4}). It can not be neglected. But it has weak effect on the SKAW when the value of β is bigger ($\beta \sim 0.1$). Because of the SKAW having the parallel electric field, the solitary wave is important for the acceleration and energy transmission of charged particles in magnetic plasma. And the SKAW is also put effects on the transverse ion transverse acceleration. The SKAW makes a novel kind of mechanism of energy transmission possible.

Key words Ion nonlinear polarization drift, Dip solitary kinetic Alfvén wave, Sagdeev potential