

北斗双星定位系统改进及其算法的研究^{*}

林雪原^{1,2} 刘建业¹

¹(南京航空航天大学导航研究中心 南京 210016)

²(海军航空工程学院电子工程系)

摘 要

北斗双星定位系统是我国自行建立起来的一种区域性定位系统 (RDSS). 本文论述了双星导航定位系统存在的缺点, 提出了利用我国现有的导航卫星资源即两颗工作卫星和第 3 颗卫星 (备用卫星) 与气压高度表组成一种区域性无源导航定位系统, 并给出了定位算法表达式. 仿真结果表明, 该方法是可行的, 可实现中等精度的导航定位, 为发展我国的卫星导航定位系统提供了一种新思路.

关键词 北斗双星; 系统改进; 定位算法; 仿真

1 引言

双星导航定位系统 (RDSS) 是由我国科学家于 20 世纪 80 年代提出的利用两颗相对于地球静止的卫星来实现区域性导航定位的方案, 至 2000 年最后一颗卫星发射成功, 双星导航定位系统开始在我国投入试运行. 双星定位系统实际上是由位于赤道平面的两颗地球同步卫星 (外加 1 颗备份星)、地面中心站、用户几部分组成的. 用户定位时可以由用户接收机向中心站发出请求, 中心站对其进行定位解算后将位置信息广播出去由用户获取.

同为卫星定位系统, 我国的双星定位系统和美国的全球定位系统 (GPS) 不同, GPS 是无源的, 收到信号即可定位, 用户数量不受限制, 而 RDSS 是有源 (应答式) 的, 需要和中心站建立联系才能定位, 因此存在着用户位置易暴露和系统用户数量容易饱和两大缺点.

为了解决上述缺点, 特别是从军事应用的角度出发, 无源接收机的研制已成为发展我国全天候、高精度、快速实时特点的区域性导航定位系统的必然趋势. 假设双星定位系统能够测量用户至卫星的伪距, 且卫星的输出信息类似于 GPS, 包括伪距、卫星星历和时间. 接收机测得的用户至 2 颗卫星的伪距可表示为

$$\rho_{is} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + c \cdot \Delta t, \quad (i = 1, 2). \quad (1)$$

其中 x, y, z 代表用户在地球坐标系中的三维坐标, x_i, y_i, z_i 代表第 i 颗同步卫星在地球坐标系中的三维坐标, c 为光速, Δt 为接收机的时间误差. 利用用户自带的气压高度测量装置来测量用户的海拔高度以构造第 3 个观测方程. 地球表面高度值不是很大时, 用户的

^{*} 国防预研课题基金资助

2002-04-26 收到原稿, 2003-01-05 收到修定稿

三维坐标近似满足以下方程^{[1],[2]}:

$$\frac{x^2 + y^2}{(R_e + h)^2} (1 - f^2) + \frac{z^2}{(R_e + h)^2} = 1. \quad (2)$$

其中, 在 WGS-84 模型中, 地球赤道半径 $R_e = 6378137$ m, 地球的椭圆度 $f = 1/298.257$, h 为用户的海拔高度, 由气压高度表测得.

显然, 在双星定位模式中包括 2 个伪距量和 1 个高度表测量值, 而方程中含有 4 个未知数, 本身无法计算用户的精确位置. 基于这种情况, 本文提出了一种系统改进模式, 即假设 RDSS 系统中的备份星也投入工作, 3 颗地球同步卫星同时向用户发送导航电文, 用户接收机可以接收并处理来自 3 颗卫星的导航电文, 则利用 3 颗地球同步卫星与高度表可实现全天候、高精度、快速实时特点的区域性无源导航定位系统.

2 系统改进算法的研究

2.1 待定点在地球坐标系中位置的确定

在公式 (1) 给出的伪距方程中, ρ_{is} 代表接收机测得的用户至 3 颗卫星的伪距, $i = 1, 2, 3$, 设 $b = c \cdot \Delta t$, 用户的真实位置为 $\mathbf{X} = [x, y, z, b]^T$, 位置估值为 $\mathbf{X}_0 = [x_0, y_0, z_0, b_0]^T$, $\delta\mathbf{X} = [\delta x, \delta y, \delta z, \delta b]^T$ 为用户真实位置与位置估值的差值.

在实际定位解算中, 根据待定点的估计坐标 (x_0, y_0, z_0, b_0) , 用 $x = x_0 + \delta x$, $y = y_0 + \delta y$, $z = z_0 + \delta z$, $b = b_0 + \delta b$ 代入 (1) 式, 并用泰勒级数将其展开, 将观测方程 (1) 线性化得:

$$l_i \cdot \delta x + m_i \cdot \delta y + n_i \cdot \delta z + \delta b = \rho_{is} - \tilde{R}_{is} - b_0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (3)$$

式中, (l_i, m_i, n_i) 为待定点至卫星 S_i 的观测矢量 ρ_{is} 的方向余弦:

$$l_i = \frac{x_0 - x_i}{\tilde{R}_{is}}, \quad m_i = \frac{y_0 - y_i}{\tilde{R}_{is}}, \quad n_i = \frac{z_0 - z_i}{\tilde{R}_{is}}. \quad (4)$$

其中, $\tilde{R}_{is}$ 为用户至卫星 S_i 的估计距离,

$$\tilde{R}_{is} = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + (z_0 - z_i)^2}. \quad (5)$$

同理, 将公式 (2) 在用户位置估值 $\mathbf{X}_0$ 处展成泰勒级数, 有

$$\begin{aligned} & (1 - f^2) \frac{x_0}{(R_e + h)^2} \cdot \delta x + (1 - f^2) \frac{y_0}{(R_e + h)^2} \cdot \delta y + \frac{z_0}{(R_e + h)^2} \cdot \delta z \\ & = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \frac{x_0^2 + y_0^2}{(R_e + h)^2} (1 - f^2) - \frac{z_0^2}{(R_e + h)^2} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

3 颗地球同步轨道卫星在地球坐标系中位置是已知的, 所以在实际的定位解算时, 首先根据卫星在地球坐标系中的坐标和用户的位置估计坐标, 计算 (l_i, m_i, n_i) 和 $\tilde{R}_{is}$, 将观测方程 (3) 中的已知项用 Y_i 表示, 有

$$l_i \cdot \delta x + m_i \cdot \delta y + n_i \cdot \delta z + \delta b = Y_i, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (7)$$

其中, Y_i 为观测方程 (3) 右边的常数项,

$$Y_i = \rho_{is} - \tilde{R}_{is} - b_0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (8)$$

同样, 将方程 (6) 右边的常数项用 Y_4 表示. 将方程 (3)、(6) 写成矩阵形式为

$$\mathbf{A} \cdot \delta \mathbf{X} = \mathbf{Y}, \quad (9)$$

其中, $\delta \mathbf{X} = [\delta x, \delta y, \delta z, \delta b]^T$ 为待定参量矢量, $\mathbf{A}$ 为未知参数的系数矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & 1 \\ l_2 & m_2 & n_2 & 1 \\ l_3 & m_3 & n_3 & 1 \\ \frac{x_0}{(R_e + h)^2}(1 - f^2) & \frac{y_0}{(R_e + h)^2}(1 - f^2) & \frac{z_0}{(R_p + h)^2} & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$\mathbf{Y}$ 为常数项矢量,

$$\mathbf{Y} = [Y_1 \ Y_2 \ Y_3 \ Y_4]^T. \quad (11)$$

当载体不与 3 颗卫星中任意 2 颗共线, 可保证矩阵 $\mathbf{A}$ 可逆, 因本系统是区域性无源定位, 所以可保证矩阵 $\mathbf{A}$ 总是可逆的. 则方程 (9) 的代数解为

$$\delta \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{Y}, \quad (12)$$

解算 $\delta \mathbf{X}$ 后, 得到待定点新的位置估值:

$$\mathbf{X}' = \mathbf{X}_0 + \delta \mathbf{X}. \quad (13)$$

2.2 待定点经纬度的确定

经纬度和高度与空间直角坐标系的转换关系为^[3]

$$x = (R_n + h) \cdot \cos B \cdot \cos L, \quad (14)$$

$$y = (R_n + h) \cos B \cdot \sin L, \quad (15)$$

$$z = [R_n(1 - f)^2 + h] \sin B. \quad (16)$$

其中, (x, y, z) 为待定点在地球坐标系中的位置, (L, B, h) 为待定点的经、纬度和高度, R_m, R_n 分别为地球参考椭球子午圈上各点的曲率半径和卯酉圈上各点的曲率半径, 均为赤道半径、地球椭圆度和待定点纬度的函数.

从式 (14)、(15) 可得待定点的经度 L 为

$$L = \arctan\left(\frac{y}{x}\right). \quad (17)$$

若 $h = 0$, 则从式 (14)、(15) 和 (16) 得待定点的纬度 B 为

$$B = \arctan\left(\frac{R_e^2}{R_p^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), \quad (18)$$

其中, $R_p = R_e(1 - f)$.

若 $h \neq 0$, 则因 B 还与 R_n 有关, 而 R_n 本身又是纬度的函数, 所以求不出 B 的解释显式. 但当 h 已知且不太大时, 可用下式近似求纬度:

$$B \approx \arctan\left[\left(\frac{R_e + h}{R_p + h}\right)^2 \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right]. \quad (19)$$

3 仿真与分析

仿真时, 对方程 (9), (13) 进行迭代计算, 一般迭代 6—7 次即可求出待定点在地球坐标系中的最终估计位置和用户时钟误差估计值^{[3]—[5]}. 迭代计算中, 初始值的选择: 若初始定位, 取用户携带的惯导系统和高度表提供的经、纬、高度代入方程 (14)—(16) 求取用户在地球坐标系中的位置作为迭代运算的初始估计值, 进行迭代运算, 当向量 $\delta \mathbf{X}$ 的范数小于 10^{-4} 时终止迭代; 在连续定位中, 把上一时刻定位的最终估计值作为当前时刻的初始估计值.

由于伪距测量的误差涉及的因素较多, 大体可分为 3 类: 空间卫星误差、信号传播误差和接收机误差. 其中接收机钟差在定位中作为待定参数解答, 此处不予考虑, 而卫星时钟误差可由卫星星历得以补偿. 设 3 颗地球同步卫星分别位于 80°E , 110°E , 140°E 的赤道上空, 为了验证上述算法的精度与有效性, 在一个飞行路径包括平直飞行、加速、减速、转弯、爬高和俯冲等过程, 在 1200 s 内对算法进行了如下的仿真.

3.1 仿真 1

假设高度表没有量测误差, 而且伪距测量没有误差, 仿真结果如图 1 所示. 从图可以看出本文提出的算法在上述条件下能够较精确地估计待定点的位置, 北向及东向误差为 cm 级, 时钟等效距离误差偏差为 dm 级, 而且都趋近于零, 这主要是由于计算的截断误差和模型误差造成的.

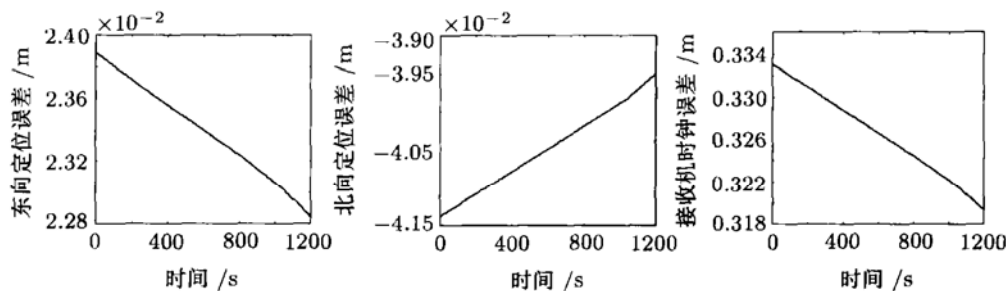


图 1 仿真 1

Fig.1 Simulation 1

3.2 仿真 2

由于高度表实际测得的高度有一定的误差, 为检验高度表误差对定位精度的影响, 假设其误差为 $20 \cdot \sin(0.01t)$ (m), 不考虑伪距测量误差, 仿真结果如图 2 所示. 从图 2 可以看出此时东向、北向位置误差及接收机等效距离误差偏差最大分别为 0.13 m, 0.22 m 和 1.8 m, 即高度表的误差对定位精度的影响较小.

3.3 仿真 3

伪距测量的误差涉及到卫星时钟误差 (可由卫星星历获得)、卫星星历误差、电离层延迟误差、对流层延迟误差、多路径效应误差和接收机的有关误差等, 上述误差经过改正及补偿后可大大降低伪距测量的误差, 例如对于 GPS, 经过误差改正后, P 码伪距测量的误差为 6.5 m 左右, C/A 码伪距测量误差为 10.9—13.9 m (均方差 σ)^[4]. 假设上述误差均

经过一定的补偿后, 这里故意夸大由 3 颗卫星组成的导航定位系统的伪距测量误差 (m), 分别为: $45 + 15 \sin\left(\frac{t}{10} + \frac{2\pi}{3}\right)$, $45 + 15 \cdot \sin\left(\frac{t}{15} - \frac{\pi}{4}\right)$, $45 + 15 \cdot \sin\left(\frac{t}{20} + \frac{\pi}{2}\right)$, 高度表的误差为 $20 \cdot \sin(t/10)$, 则仿真结果如图 3 所示。

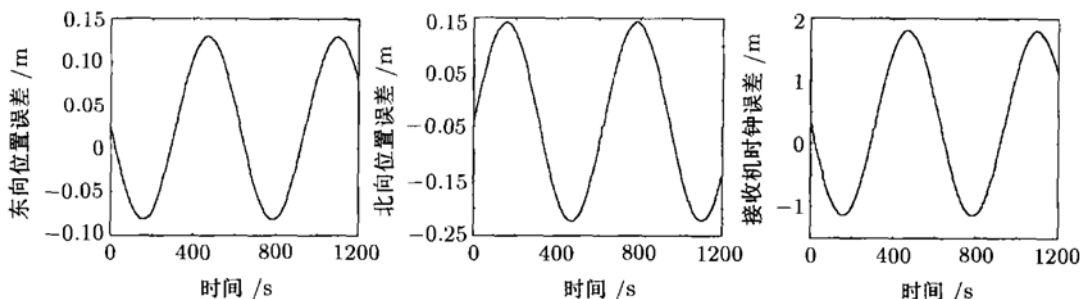


图 2 仿真 2

Fig.2 Simulation 2

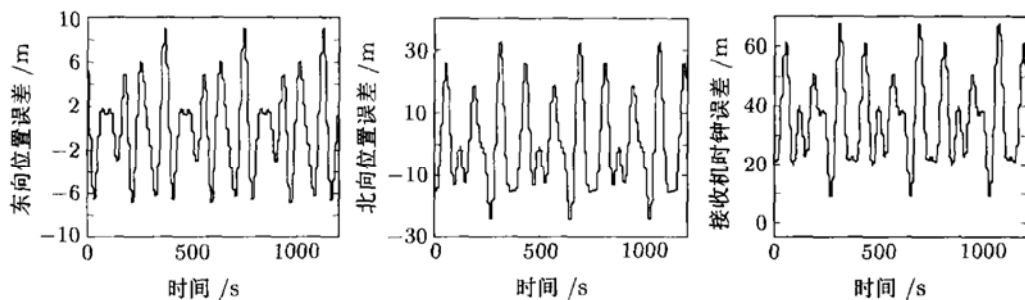


图 3 仿真 3

Fig.3 Simulation 3

从图 3 可以看出, 在假定的条件下, 东向最大位置误差为 9 m, 而北向最大位置误差为 32 m, 接收机最大等效时钟误差偏差为 68 m, 因此可满足一般精度的导航定位要求。

4 结论与展望

本文基于双星导航定位系统存在的缺点提出了利用 3 颗卫星的导航定位系统, 并对其定位算法进行了研究, 从仿真结果可得到如下结论: 高度表对导航定位的精度影响较小; 该方法可满足一般的导航定位精度要求。

为了进一步提高定位精度, 应该降低伪距测量误差。可以建立路基导航台, 以模仿差分 GPS 的工作原理, 可进一步消除一部分伪距测量误差。同时, 在未来几年内发射多颗地球同步卫星以增强导航的可靠性、提高导航的精度是必要的, 那时, 利用 GPS 的差分载波相位技术 (RTK), 在基准站、用户接收机和卫星之间进行伪距的单差、双差或三差测量可进一步消除一部分伪距测量误差, 从而可大大提高导航定位的精度。

地球同步卫星向用户发射的无线电信号是具有一定频率的载波信号, 利用现有的无线电和计算机技术, 很容易使用户接收机具备码的捕获、码的锁定与测距、电文解调和定

位计算功能, 因此本文所提的利用 3 颗卫星的导航定位系统是很容易实现的, 它可以消除本文开始提到的双星导航定位系统存在的两大缺点. 因此, 本文为发展我国的卫星导航定位系统提供了一种新思路.

参 考 文 献

- [1] Makarand Phatak. Position fix from three GPS satellites and altitude: a direct method. *IEEE Trans. Aeros. Ele. Sys.*, 1999, **35**(1):350—354
- [2] Lloyd O. Krause. A direct solution to GPS type navigation equations. *IEEE Trans. Aeros. Ele. Sys.*, 1987, **AES-23**(2):225—232
- [3] Yuan Xin *et al.* Navigation System. Beijing: Publishing House of Aeronautic Industry, 1993. 2—12. in Chinese (袁信等. 导航系统. 北京: 航空工业出版社, 1993. 2—12)
- [4] Zhang Shouxin. Theory and Application of GPS Measurement and Position. Beijing: Publishing House of National University of Defence Technology, 1996, 76—114. in Chinese (张守信. GPS 卫星测量定位理论与应用. 北京: 国防科技大学出版社, 1996. 76—114)
- [5] Hoshen J. The GPS equations and the problem of apollonius. *IEEE Trans. Aeros. Ele. Sys.*, 1996, **32**(3):1 116—1 124

THE STUDY ON IMPROVEMENT OF “BEIDOU” DOUBLE-STAR NAVIGATION SYSTEM AND IT’S ALGORITHM

LIN Xueyuan^{1,2} LIU Jianye¹

¹(Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

²(Electronic Department, Naval Aeronautics Engineering Academy)

Abstract

“Beidou” Double-star positioning system is one kind of positioning system for local area (RDSS). In this paper, the disadvantage of double-star navigation system is discussed and a new idea is put forward. The idea is to set an inactive regional navigation system made up of the barometer and the existing two working satellites and the third (spare satellite). The algorithm expression for this navigation idea is presented. The simulation results show that this method for navigation is feasible and can fulfill the media-accuracy navigation positioning, so to offer a new way to develop a relatively simple satellite navigation system.

Key words “Beidou” double-star, System improvement, Navigation algorithm, Simulation