

双变量波状扰动激发重力波 波包的数值研究^{*}

黄春明 张绍东 易帆

(武汉大学电子信息学院 武汉 430079)

摘 要

采用谱配置方法对双变量波状扰动激发重力波的过程及其能量传播和转换特性进行数值研究. 模拟结果表明, 当初始给定的两个变量的波状扰动的相对振幅和相位严格满足重力波的偏振关系时, 只有水平风场扰动 (u') 与温度扰动 (T') 的共同作用才能抑制能量向下传输. 通常情况下, 两个变量的波状扰动都会激发出两支传播方向相反的重力波波包, 这两支波包的相对能量明显取决于两个波状扰动之间的相对振幅关系. 当两个扰动之间的相对振幅满足特定条件时, 向下传播的能量几乎为零, 只会有一支向上传播的重力波波包被激发. 进一步的数值分析则表明, 各种情况下两个变量的波状扰动所激发的重力波波包的能量传播路径和速度基本相同; 与单变量波状扰动激发重力波波包的过程相比, 能量传播路径几乎完全一致, 扰动转化为波动的特征时间也基本相同, 但能量转换效率更高.

关键词 扰动; 重力波波包; 能量

1 引言

重力波是中、高层大气中最主要的扰动形式之一, 被认为是引起中、高层大气风场和温度场中、小尺度变化的主要原因, 对局部地区大气环流和结构也会产生显著的影响. 事实上, 中、高层大气中的许多动力学过程都与重力波密切相关: 重力波的饱和或破碎会产生湍流, 进而影响大气的湍流耗散效应; 重力波在中、高层大气中的传播会导致大气能量、动量和质量在这一层区的传输和重新分配; 重力波和背景风场的非线性相互作用会直接影响中、高层大气的动力学暂态结构. 因而, 要发展中、高层大气动力学过程的研究, 必须对重力波的产生机制、传播和演变特性有更深入的理解. 20 世纪 60 年代以来, 许多卓有成效的理论分析使我们对重力波的线性基本特性有了充分的认识, 而雷达的长期观测资料^{[1],[2]}又使我们对中层大气中重力波的传播参数有了比较深入的了解, 这使得我们能够通过数值方法来研究与重力波有关的运动学问题.

一般认为, 传播在中层大气中的重力波的源在对流层或中间层的底部, 目前人们普遍接受的重力波激发机制主要有: 地形强迫^[3]、对流^[4]、锋^[5]、风场剪切^{[6],[7]}、急流^[8]和地转调节^[9]. 这些激发机制虽然各不相同, 但从物理本质上看, 对流、锋、风场剪切和急流都可看作风速扰动, 而地形强迫和地转调节可看作压力扰动, 也即温度和密度扰动. 而

^{*} 国家自然科学基金重大项目 (49990450), 国家自然科学基金项目 (40274051) 共同资助
2002-11-18 收到原稿, 2003-03-12 收到修定稿

迄今为止, 人们对这些扰动激发重力波过程中的能量传播和转换特性还缺乏深入和定量的了解. 黄春明等^{[10],[11]}首先对温度扰动激发重力波过程中的能量传播和转换特性进行了定量的数值研究, 随后又全面研究了不同的单一变量扰动(风速扰动和密度扰动)激发重力波过程中的能量传播和转换的基本特性^{[10],[11]}. 本文旨在分析双变量波状扰动激发重力波的情况, 探索两个变量的波状扰动之间的相对振幅和激发的重力波的能量传播之间的关系, 并将研究结果与文献[11]进行了定量比较.

2 数值模式

2.1 控制方程

从二维可压大气的基本运动方程出发, 忽略分子粘性与热传导等耗散过程, 并将压力用温度和密度表示, 控制方程有如下形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - w \frac{\partial u}{\partial z} - R \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{RT}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} = -u \frac{\partial w}{\partial x} - w \frac{\partial w}{\partial z} - g - R \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{RT}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \frac{\partial u}{\partial x} - \rho \frac{\partial w}{\partial z} - u \frac{\partial \rho}{\partial x} - w \frac{\partial \rho}{\partial z}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} - w \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{RT}{c_v} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{RT}{c_v} \frac{\partial w}{\partial z}. \end{cases} \quad (1)$$

其中, x 和 z 分别为水平和垂直方向(向上为正)的坐标. u, w 分别为水平风速和垂直风速; ρ, T 分别为密度和温度; R 为普适气体常数, $R = 286.9821 \text{ N}\cdot\text{m}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; c_v 为定容比热; g 为重力加速度 ($g = 9.80225 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$).

2.2 初始背景

设初始背景大气为等温、流体静力学平衡大气, 并假定水平均匀. 取水平风速为 10 m/s , 垂直风速为 0 m/s , 即

$$T_0 = T_c, \quad \rho_0 = \rho_c e^{\frac{g}{RT_c} z}, \quad u_0 = 10 \text{ m/s}, \quad w_0 = 0 \text{ m/s}.$$

式中, T_c 和 ρ_c 为常数.

2.3 初始扰动

假定一个向上传播的高斯型重力波波包扰动, 其水平扰动速度具有如下的形式:

$$u'(x, z, 0) = u_c e^{-\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{(z-z_c)^2}{2\sigma_z^2}} \sin[k_x(x-x_c) + k_z(z-z_c)].$$

式中, u_c, x_c, z_c 为常数, $u_c = 1 \text{ m/s}$, $x_c = 1200 \text{ km}$, $z_c = 64 \text{ km}$. k_x, k_z 分别为重力波的水平 and 垂直波数, σ_x 和 σ_z 为波包的半宽. 根据中层的观测, 取水平波长 $\lambda_x = 200 \text{ km}$, 垂直波长 $\lambda_z = 10 \text{ km}$, $\sigma_x = \lambda_x, \sigma_z = \lambda_z$.

该波包的其他扰动分量 $w'(x, z, 0)$, $\rho'(x, z, 0)$ 和 $T'(x, z, 0)$ 可由重力波的线性偏振关系求出. 由重力波的色散关系, 可以算出波动的本征频率为 $9.056 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, 周期为 1.43 h . 由于本文目的是研究不同变量波状扰动的共同作用对激发的重力波相关能量的影响, 并且为了方便结果分析, 我们仅研究双变量波状扰动的共同作用.

在第一个数值实验(扰动 A)中, 我们只保留水平风速和温度扰动作为初始扰动, 而将其余的初始扰动分量 ($w'(x, z, 0)$ 和 $\rho'(x, z, 0)$) 置为零. 将这样给定的初始扰动和初始背景的年代数和作为 (1) 式的初值进行数值计算. 本文的计算中, 水平和垂直方向上的空间步长分别取为 20 km 和 1 km, 计算区域为 $0 \text{ km} \leq x \leq 3200 \text{ km}$ 及 $0 \text{ km} \leq z \leq 160 \text{ km}$.

3 计算结果和分析

图 1 给出了平均波能密度在不同时刻的空间分布. 从图中可以观察到, 与文献 [11] 中单变量扰动激发重力波波包的结果完全不同, 扰动 A 只能激发出一支向上传播的重力波波包. 波能量密度在开始时随时间下降, 一段时间以后则基本保持不变. 如果定义相应的波相关能量变化不超过波相关能量的 1% 为激发重力波的特征时间的话, 在这个例子中, 扰动激发重力波的特征时间为 3 h, 这与文献 [11] 中的结果完全一致. 另外, 扰动 A 的能量转换效率大约为 95%, 大于文献 [11] 中的单变量扰动激发重力波的能量转换效率 (0.3%—92%). 这说明能量转换的特征时间只取决于初始扰动的尺度, 而与扰动的形式无关, 但是多变量扰动共同激发重力波却能明显提高能量的转换效率.

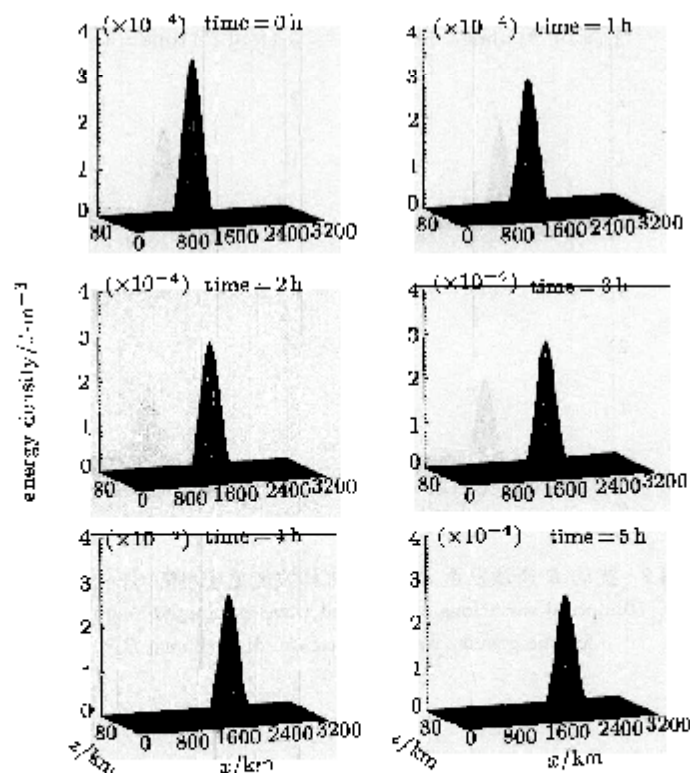


图 1 扰动 A 所激发重力波波包平均波能密度随时间的变化
Fig.1 Temporal variations of averaged wave-associated energy density
for the gravity waves excited by disturbance A

下面我们改变初始扰动的形式, 即对 $u'(x, z, 0)$, $w'(x, z, 0)$, $\rho'(x, z, 0)$ 和 $T'(x, z, 0)$ 这 4 种扰动进行两两组合作为初始扰动进行计算, 计算结果表明只有扰动 A 这样的组合才能完全抑制激发下行重力波波包. 为了表述简单, 在此我们仅给出其中的一个计算结果. 初始扰动取 $u'(x, z, 0)$ 和 $\rho'(x, z, 0)$, 而将其他扰动 ($w'(x, z, 0)$ 和 $T'(x, z, 0)$) 置为 0 (扰动 B). 计算结果见图 2. 和图 1 中的计算结果不同的是, 扰动 B 所激发的重力波波包在 2h 之后, 清晰地分为 2 支, 一支向上传播能量, 另一支则向下传播能量, 但向上传播的重力波波包的能量密度显著大于向下传播的波包的能量密度. 而在文献 [11] 中, 单个变量的波状扰动所激发的两个重力波波包的能量密度差异较小. 这说明初始扰动形式会影响所激发的下行和上行重力波能量之间的比例关系. 此外, 扰动 B 在激发重力波的过程中, 能量转换的特征时间也大约是 3h, 但是能量转换效率为 83%, 这再次验证了图 1 中的结果.

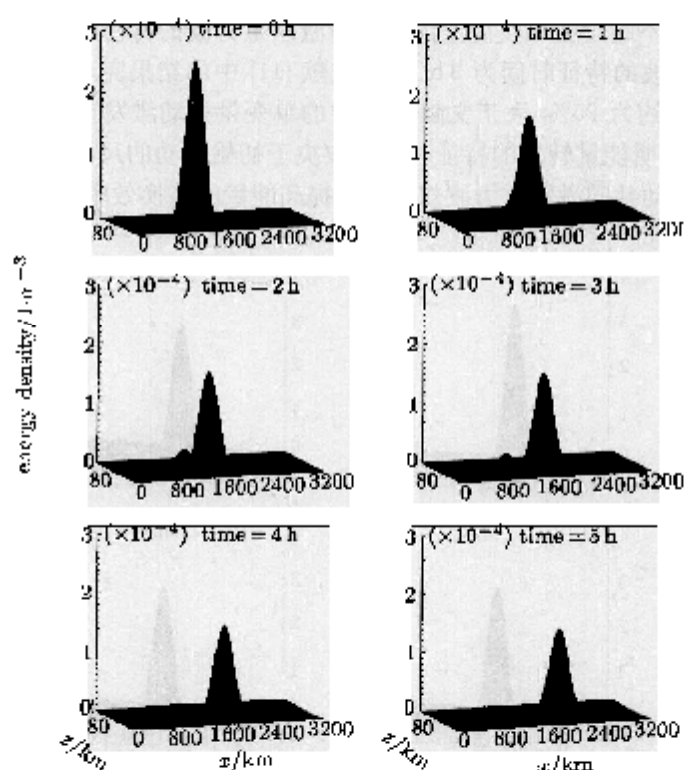


图 2 扰动 B 所激发重力波波包平均波能量密度随时间的变化
Fig.2 Temporal variations of averaged wave associated energy density
for the gravity waves excited by disturbance B

4 讨论

在线性近似的条件下, 双变量波状扰动所激发的重力波波包可看做是两个单一变量扰动所激发的重力波波包的叠加. 因而双变量波状扰动在通常情况下会激发出两支向不同方向传播的重力波波包, 这两支重力波波包的幅度大小由两个单一变量扰动的偏振关

系决定. 考虑一个特殊情况: 当两个单一变量扰动所激发的向下传播的重力波波包幅度相等而相位相差 180° 时, 向下传播的波包会消失, 而只剩下向上传播的重力波波包 (如图 1 所示). 因而, 能否完全抑制下行重力波波包的激发, 并不取决于初始扰动形式, 而应取决于初始扰动的相对振幅 (即某种相位关系). 为了证实我们的设想, 我们将扰动 A 中的温度扰动幅度下降 50% (扰动 C) 再进行数值模拟. 我们发现, 确实出现了向下传播的波包 (图 3). 我们又反复改变扰动 B 中密度扰动的幅度, 发现在密度扰动幅度增加到原来的 210% 时 (扰动 D), 向下传播的波包基本消失 (图 4). 图 3 和图 4 中另外一个有意义的结果是: 在这两种情况下, 扰动激发重力波的特征时间也大约是 3 h, 只是能量转换效率分别为 96% 和 65%.

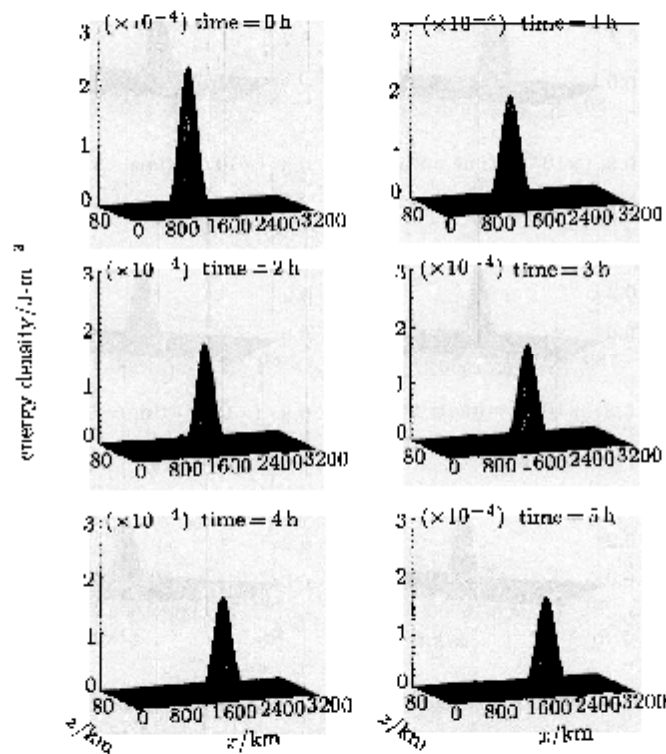


图 3 扰动 C 所激发重力波波包平均波能量密度随时间的变化
Fig. 3 Temporal variations of averaged wave-associated energy density
for the gravity waves excited by disturbance C

为了细致地研究双变量波扰动激发重力波的能量传输过程, 我们给出 4 种扰动所激发的重力波波包的能量传播路径 (图 5). 图 5 中实线是通过重力波的线性理论得到的射线路径, 虚线代表计算得到的重力波波包的能量传播路径. 虚线上的符号代表不同时刻波包能量密度峰值的位置: “ Δ ” 代表两支波包还未清晰分开之前的波能密度峰值位置, “+” 代表上行重力波波包的波能密度峰值位置, “*” 代表下行重力波波包的波能密度峰值位置. 从图中可见, 扰动 A 和扰动 D 、扰动 B 和扰动 C 所激发的重力波波包的能量传播路径几乎完全一致. 通过与射线路径进行比较, 可以看出它们都与线性射线理论的预言

略有差异. 经计算我们得到上行波包和下行波包的平均水平能量传播速度分别为 42.86 和 23.81 m/s, 都大于线性射线理论给出的群速度 (分别为 38.76 和 18.76 m/s); 上行波包和下行波包的平均垂直能量传播速度都为 1.11 m/s, 明显小于线性理论的计算结果 (1.43 m/s). 与文献 [11] 的结果相对照, 我们发现双变量扰动与单个变量扰动所激发的重力波波包的传播路径和传播速度完全相同. 这表明初始扰动形式对激发出重力波波包的能量传播路径和速度都没有影响.

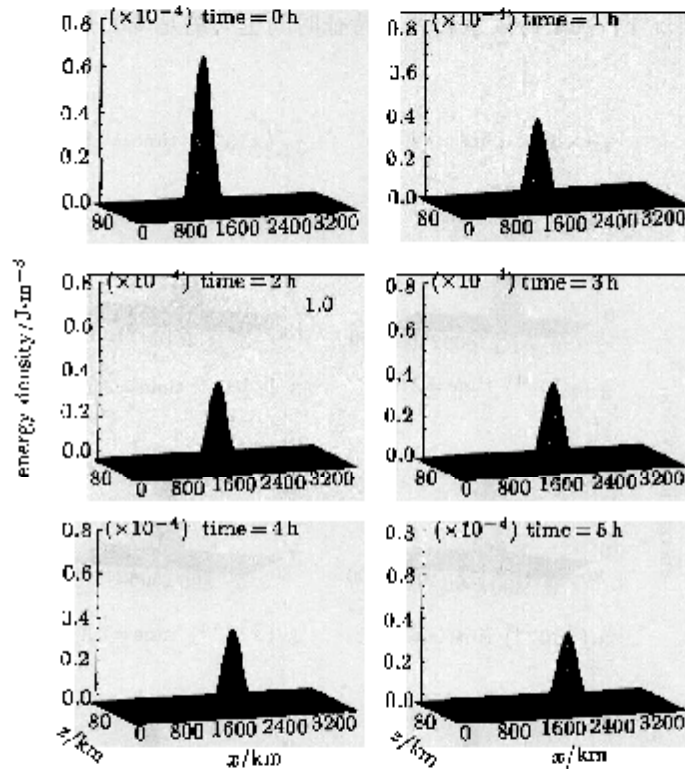


图 4 扰动 D 所激发重力波波包平均波能量密度随时间的变化
Fig.4 Temporal variations of averaged wave-associated energy density
for the gravity waves excited by disturbance D

5 结论

本文采用谱方法对双变量波状扰动激发重力波及随后的能量转换和传播过程进行了数值研究, 主要结论如下.

双变量波状扰动在通常情况下会激发出两支重力波波包, 一支向上传播, 另一支向下传播. 与单个变量波状扰动激发重力波波包的结果相比较, 我们发现, 初始扰动形式对扰动激发重力波的特征时间以及重力波波包的能量传播路径和速度没有明显作用, 但是它却能明显影响激发出的上行和下行重力波波包之间的能量比例.

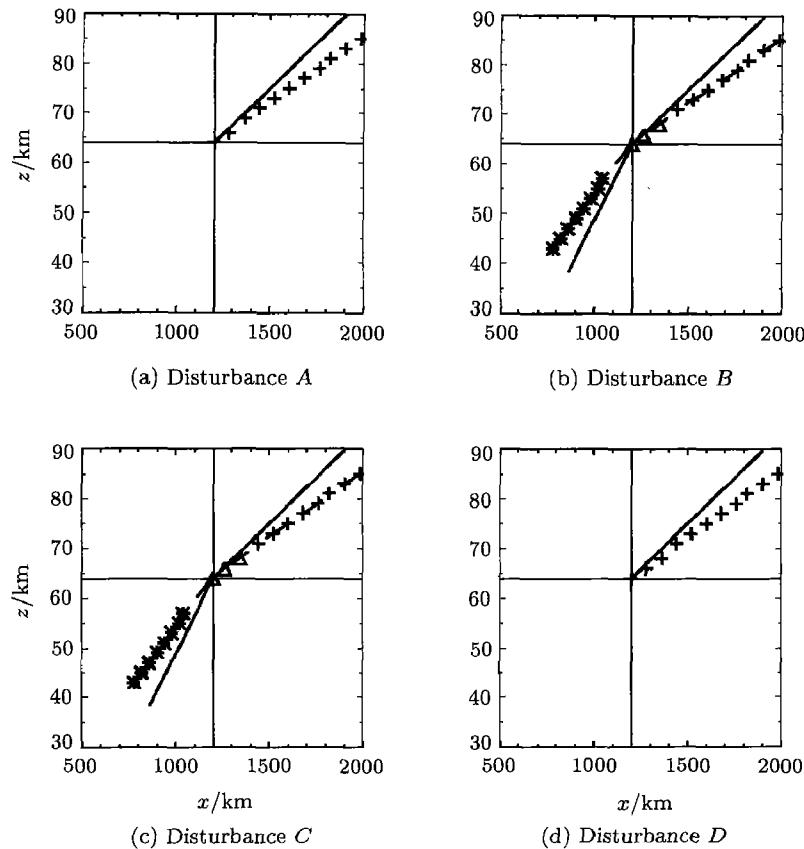


图 5 不同扰动激发的重力波波包的能量传播路径

Fig.5 Energy propagation paths of gravity wave-packets excited by different disturbances

进一步的数值研究则表明, 两个初始扰动之间的相对振幅关系是决定激发出的上行和下行重力波波包之间的能量比例的关键因素. 在满足特定的比例关系时, 下行重力波会完全被抑制, 只剩下一支向上传播的重力波波包.

参 考 文 献

- [1] Yamamoto M, Tsuda T, Kato S. Gravity waves observed by the Kyoto meteor radar in 1983—1985. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 1986, **48**:597—603
- [2] Vincent R A. Gravity-wave motions in the mesosphere and lower thermosphere observed at Mawson, Antarctica. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 1994, **56**:593—602
- [3] McFarlane N A. The effect of orographically excited gravity wave drag on the general circulation of the lower stratosphere and troposphere. *J. Atmos. Sci.*, 1987, **44**:1775—1785
- [4] Fovell R, Durran D, Holton J R. Numerical simulations of convectively generated stratospheric gravity waves. *J. Atmos. Sci.*, 1992, **49**(16):1427—1442
- [5] Gall R L, Williams R T, Clark T L. Gravity waves generated during frontogenesis. *J. Atmos. Sci.*, 1988, **45**(15):2204—2219
- [6] Lalas D P. On the characteristics of gravity waves generated by atmospheric shear layers. *J. Atmos. Sci.*, 1976, **33**:1248—1259
- [7] Fritts D C. Shear excitation of atmospheric gravity waves. *J. Atmos. Sci.*, 1982, **39**(4):1936—1952

- [8] Mastrantonio G, Einaudi F, Fua D. Generation of gravity waves by jet streams in the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 1976, **33**:1730—1738
- [9] Zhu X, Holton J R. Mean fields induced by local gravity-wave forcing in the middle atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 1997, **44**:620—630
- [10] Huang Chunming, Zhang Shaodong, Yi Fan. A numerical study on the nonlinear propagation of gravity-wave packets excited by temperature disturbance. *Chin. J. Space Sci.*, 2002, **22**(4):330—338. in Chinese (黄春明, 张绍东, 易帆. 温度扰动激发的重力波波包非线性传播过程的数值研究. 空间科学学报, 2002, **22**(4):330—338)
- [11] Huang Chunming, Zhang Shaodong, Yi Fan. A numerical study on the energy propagation and conversion of gravity-wave packets excited by wave-link disturbance. *Chin. J. Space Sci.*, 2003, **23**(2):110—117. in Chinese (黄春明, 张绍东, 易帆. 波状扰动激发的重力波波包在中层大气中能量传播和转换特性的数值研究. 空间科学学报, 2003, **23**(2):110—117)

A NUMERICAL STUDY ON THE GRAVITY-WAVE PACKETS EXCITED BY TWO-VARIABLE WAVE-LIKE DISTURBANCES

HUANG Chunming ZHANG Shaodong YI Fan

(School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430079)

Abstract

By using the spectral allocation method, the energy propagation and the characteristics of energy conversion in the excitation of gravity waves by initially given two-variable wave-like disturbances is numerically studied. The simulation results show that when the relative amplitudes and phases of the two initially given wave-like disturbance variables satisfy strictly the polarization relation of gravity waves, only this two-variable disturbance which variables are horizontal wind and temperature can restrict the downward energy propagation of gravity waves. In general cases, A two-variable wave-like disturbance will excite two gravity-wave packets, one propagates upward and the other downward, moreover, the ratio of wave energy for those two gravity waves is decided evidently by the relation of the amplitudes for the two initial disturbance variables, when the ratio satisfies certain condition, only one upward propagating gravity wave can be excited. Further numerical analysis shows that, both the energy propagation paths and velocities in all numerical cases are identical with each other. Compared with the results of energy conversion for gravity waves excited by single-variable disturbances, the characteristic times of the energy conversion for gravity waves in the cases present in this paper are the same, but the efficiencies of energy conversion are larger.

Key words Disturbance, Gravity-wave packet, Energy