

星间相对测量在三星编队中的应用^{*}

杏建军 郝晓宁 王 威 高玉东

(国防科技大学航天与材料工程学院 长沙 410073)

摘 要

以 NASA 新千年计划中的深空计划 3 为背景, 使用星载类 GPS 的伪距和载波观测数据, 研究利用编队卫星间相对测量, 高精度自主确定三星编队星座相对状态的有关问题; 研究星间相对测量各种可能的测量方案和可能达到的精度, 验证这种星间相对测量技术是否能够满足深空计划 3 的系统要求. 首先建立了三星编队星间相对测量系统的数学模型, 然后利用星载高精度伪距和载波观测信息, 对各种可能的测量方案进行仿真协方差分析; 研究利用卫星姿态机动提供的几何信息, 进行单差整周模糊度初始化的问题, 讨论了卫星姿态机动方案; 最后针对每一种测量方案给出了仿真结果和相关的结论.

关键词 自主编队飞行器; 星间相对测量; 协方差分析; 状态估计

1 引言

编队星座星间状态高精度自主确定是卫星编队飞行的关键技术之一. 深空计划 3 (DS-3) 是 NASA 新千年计划中的一个编队项目, 其目的是验证空间干涉测量所需的各种技术, 包括星间状态高精度自主确定技术. 根据目前的构想, DS-3 计划由 3 个航天器组成, 3 个航天器之间的连线在空间构成等边三角形, 应用 AFF (Autonomous Formation Flyer) 技术确定编队卫星之间的相对状态, 包括卫星之间的相对位置、相对姿态和相对钟差. AFF 是指组成编队的各卫星之间不断进行测量, 确定卫星之间的相对状态. 这种技术可提高编队星座的自主性和鲁棒性, 降低费用, 是未来编队飞行相对状态测量技术中最有前途的技术之一.

DS-3 系统要求 AFF 提供航天器间相对距离误差为 1 cm (1σ)、航天器姿态角误差为 $2.9 \times 10^{-4}\text{ rad}$ (1σ) 的导航服务. 文献 [1] 中采用类似 GPS 的测量方案, 在每个卫星上安装一个发射机, 至少 3 个接收天线, 发射天线发射类似于 GPS 的信号, 接收天线接收信号, 用于确定编队卫星之间的相对状态. 文献 [1] 中使用精度为 1 cm 的伪距观测信息和精度为 $10\mu\text{m}$ 的载波观测信息, 验证 AFF 技术.

本文主要针对空间飞行轨迹为圆形的三星编队星座 (根据编队星座设计的有关理论, 可以设计出伴随轨迹为圆形的编队星座, 即在任意时刻, 3 颗卫星在一个圆的 3 个等分点上**), 采用类似于文献 [1] 中的测量方案, 研究 AFF 技术, 验证采用此方案的 AFF 是否满足 DS-3 的测量要求.

^{*} 国家自然科学基金项目 (10072076) 资助

^{**} 林来兴等. 微小卫星编队飞行及应用论文集. 北京: 国家高技术航天领域专家委员会微小卫星技术组. 2000. 1--34

2002-07-17 收到原稿, 2003-05-06 收到修定稿

2 AFF 测量系统的数学模型

2.1 坐标系

三星编队的坐标系如图 1 所示, 以卫星 1 的质心为原点建立星座坐标系 (x, y, z) , 卫星 2 在 x 轴的正方向上, 卫星 3 在 xy 平面内且 y 为正, z 轴由右手定则确定. 此外, 每一个卫星都有自己的体坐标系, 用于描述接收天线和发射天线的位置, 卫星的体坐标系相对星座坐标系的方位由转动角 θ , ϕ 和 ψ 描述, 如图 1 所示, 当 3 个转动角为 0 时, 星座坐标系和体坐标系重合. 为了减少能量损耗和避免信号之间的相互干扰, 要求减少发射机的数目, 在本文中假设每个卫星只安装 1 个发射天线, 这样就要求至少安装 3 个接收机以确定编队星座的相对状态, 本文中认为每个卫星上安装 3 个接收机. 由于天线具体的安装方式与卫星的结构和具体任务有关, 为了讨论的方便, 在此假设卫星为边长 1 m 的立方体, 天线安装在立方体一个面的 4 个角上, 具体情况见图 1.

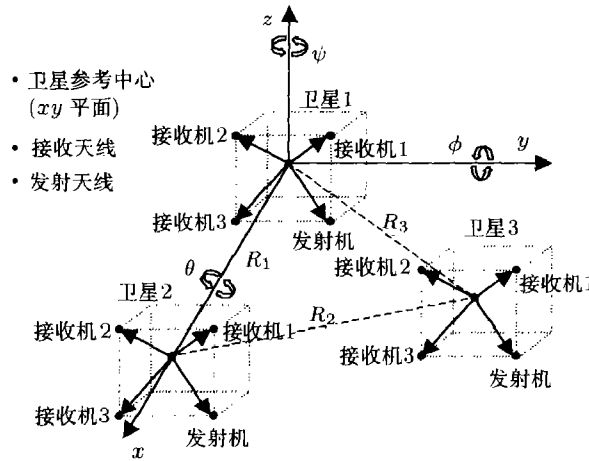


图 1 AFF 星座坐标系的定义

Fig.1 Definition of AFF local coordinates frame

2.2 观测量和解算参数

采用图 1 所示的测量系统, 在任意一个观测时刻, 有 18 个相互独立的伪距观测方程和 18 个相互独立的载波观测方程. 编队星座的阵列结构可以用 14 个参数描述: 3 个描述卫星位置的坐标 x_2, x_3 和 y_3 ; 9 个描述卫星姿态的欧拉角 $\theta_1, \phi_1, \psi_1, \theta_2, \phi_2, \psi_2, \theta_3, \phi_3$ 和 ψ_3 ; 2 个钟差参数 b_{12} 和 b_{13} .

2.3 数学模型

如图 1 所示的测量系统的伪距观测方程如下:

对 S_1 卫星, 有

$$\begin{aligned}\rho_{1j}^2 &= \|\mathbf{R}_1 + \mathbf{M}_{B2}^C \cdot \mathbf{r}_{20}^B - \mathbf{M}_{B1}^C \cdot \mathbf{r}_{1j}^B\| + b_{12} + v_{1j}^2, \\ \rho_{1j}^3 &= \|\mathbf{R}_3 + \mathbf{M}_{B3}^C \cdot \mathbf{r}_{30}^B - \mathbf{M}_{B1}^C \cdot \mathbf{r}_{1j}^B\| + b_{13} + v_{1j}^3.\end{aligned}$$

对 S_2 卫星, 有

$$\begin{aligned}\rho_{2j}^1 &= \| -\mathbf{R}_1 + \mathbf{M}_{B1}^C \cdot \mathbf{r}_{10}^B - \mathbf{M}_{B2}^C \cdot \mathbf{r}_{2j}^B \| - b_{12} + v_{2j}^1, \\ \rho_{2j}^3 &= \| \mathbf{R}_2 + \mathbf{M}_{B3}^C \cdot \mathbf{r}_{30}^B - \mathbf{M}_{B2}^C \cdot \mathbf{r}_{2j}^B \| + b_{13} - b_{12} + v_{2j}^3.\end{aligned}\quad (1)$$

对 S_3 卫星, 有

$$\begin{aligned}\rho_{3j}^1 &= \| -\mathbf{R}_3 + \mathbf{M}_{B1}^C \cdot \mathbf{r}_{10}^B - \mathbf{M}_{B3}^C \cdot \mathbf{r}_{3j}^B \| - b_{13} + v_{3j}^1, \\ \rho_{3j}^2 &= \| -\mathbf{R}_2 + \mathbf{M}_{B2}^C \cdot \mathbf{r}_{20}^B - \mathbf{M}_{B3}^C \cdot \mathbf{r}_{3j}^B \| + b_{12} - b_{13} + v_{3j}^2.\end{aligned}$$

其中, ρ_{ij}^k 为伪距观测值 (i 为接收信号卫星、 j 为卫星 i 的接收信号天线、 k 为发射信号卫星, 且 $i, j, k = 1, 2, 3, (i \neq k)$); $\mathbf{r}_{ij}^B$ 为第 i 颗卫星的第 j 个接收天线在星体坐标系位置矢量; $\mathbf{r}_{i0}^B$ 为第 i 颗卫星的发射天线在星体坐标系位置矢量; $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_3$ 和 $\mathbf{R}_2$ 分别为星座坐标系中的星间矢量; b_{12} 和 b_{13} 为星间钟差的等效距离偏差; v_{ij}^k 伪距观测值的观测误差; $\mathbf{M}_{Bi}^C$ 为第 i 颗卫星的星体坐标系到星座坐标系的旋转矩阵,

$$\mathbf{M}_{Bi}^C = \mathbf{R}_z(-\psi_i) \mathbf{R}_y(-\phi_i) \mathbf{R}_x(-\theta_i). \quad (2)$$

观测方程 (1) 是相对状态的非线性函数, 为了解算的简单, 对其进行线性化, 可得到线性化的观测方程, 然后可采用最小二乘法对其进行解算.

3 协方差分析与仿真

假设每个卫星发射天线和接收天线的安装方式相同, 如图 1 所示. 此外, 在每个观测时刻卫星之间构成边长为 1 km 的三角形, 且每个卫星安装天线的一面都指向空间圆的圆心, 称这种构型为标准阵列结构 [1].

3.1 编队星座相对状态的初始化

对观测方程进行线性化, 需要编队星座相对状态的初始值, 因此必须对编队星座进行初始化. 值得注意的是观测方程是卫星姿态的多值函数, 如果姿态角的初值过远的偏离真值, 将导致最终的结果收敛于其他满足最小二乘解算条件的解.

3.2 方案 1 仅使用伪距测量信息, 单个观测时刻

最简单的协方差分析只需使用单个观测时刻的伪距测量值. 在此情况下共有 18 个观测测量和 14 个待估参数, 可采用最小二乘法进行实时解算. 在标准阵列结构下, 协方差分析结果为: 待估参数间最大量级的相关系数为 -0.74, 待估参数的均方差见表 1.

表 1 伪距解算均方差 (1σ)

Table 1 RMS errors of parameters in pseudorange solutions (1σ)						
θ_1/rad	ϕ_1/rad	ψ_1/rad	θ_2/rad	ϕ_2/rad	ψ_2/rad	θ_3/rad
0.0153	0.0115	0.0115	0.0153	0.0115	0.0115	0.0153
ϕ_3/rad	ψ_3/rad	x_2/mm	x_3/mm	y_3/mm	b_{12}/mm	b_{13}/mm
0.0115	0.0115	7.30	11.2	6.30	9.10	9.10

从协方差可以看出, 仅靠伪距观测量信息不能达到 DS-3 的测量要求, 特别是姿态角更是如此, 但是利用伪距定位结果可以为相位数据处理提供很好的起算数据. 图 2、3 给出了 θ_1 , ϕ_1 的实际定位结果, 由图可知定位结果不满足 DS-3 的要求.

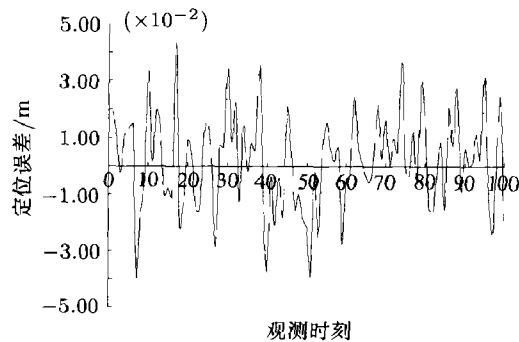


图 2 θ_1 解算误差
Fig.2 Solution errors of θ_1

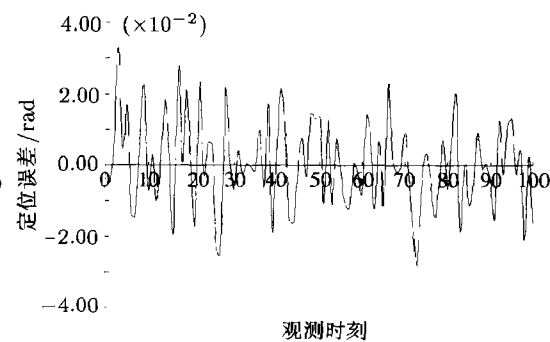


图 3 ϕ_1 解算误差
Fig.3 Solution errors of ϕ_1

3.3 方案 2 利用伪距测量量与相位双差, 2 个观测时刻

由于仅使用伪距观测量信息不能满足 DS-3 的要求, 因此必须考虑利用载波观测信息. 本文首先使用同一个卫星各接收天线之间和相邻时刻之间的双差数据. 由于卫星间的距离为 1 km, 同一个卫星上天线之间的距离为 1 m, 可近似认为发射信号到达接收天线时的波阵面为平面, 因此天线间的单差可消除 3 个位置参数和 2 个钟差参数, 确定出卫星的姿态; 相邻时刻双差可消除单差整周模糊度的影响. 这一测量方案只能很好的确定第一和第二时刻之间姿态角的改变量, 而不能精确的确定姿态角本身. 事实上, 双差相位测量只是伪距测量的一个线性约束条件, 它将两个观测时刻联系起来, 而估值的精度主要还是取决于伪距测量. 在两个时刻都使用标准阵列结构的前提下, 对两个时刻伪距观测数据和双差载波数据进行联合处理, 并对双差载波数据加权, 使其满足最小二乘解算的要求, 仿真结果为: 5 个非角度待估参数的偏差平均减小了 22%, 9 个姿态角参数的误差平均减小了 30%, 第一个时刻待估参数的均方差见表 2(两个时刻待估参数的均方差是相同的).

表 2 伪距联合双差载波解算均方差 (1σ)

Table 2 RMS errors of parameters in two-epoch pseudorange and double differences phase solutions (1σ)

θ_1/rad	ϕ_1/rad	ψ_1/rad	θ_2/rad	ϕ_2/rad	ψ_2/rad	θ_3/rad
0.0108	0.0081	0.0081	0.0108	0.0081	0.0081	0.0108
ϕ_3/rad	ψ_3/rad	x_2/mm	x_3/mm	y_3/mm	b_{12}/mm	b_{13}/mm
0.0081	0.0081	5.9	8.9	5.1	6.9	6.9

3.4 方案 3 利用相位单差, 4 个观测时刻

一个处理相位观测数据更有效的方法就是在同一个卫星的接收天线之间进行单差处理, 这样, 每个观测时刻有 12 个代数上独立的差分关系式. 如果忽略伪距观测数据而只

使用载波观测值, 则在每个观测时刻可以得到 12 个单差测量量, 有 9 个待估的姿态角参数, 以及 12 个与时间无关的相位偏差参数. 由于观测量的数目要等于或大于未知数的个数才能求解, 因而要有 4 个或更多时刻的观测数据.

这种单差的方法和前面介绍的双差策略之间的一个显著不同之处是单差方法要求卫星在两个观测时刻之间有一定的姿态角变化. 事实上, 在一个较宽的范围内, 角度估值的误差随角度机动值的增大而呈负幂函数变化. 图 4 给出了在特定条件下两者的关系. 在标准阵列结构条件下, 进行一系列的仿真计算, 首先为 4 个观测时刻每一个卫星选择 3 个姿态角偏差, 取为 $(-0.40, 0.40)\text{rad}$ 范围内均匀分布的随机数, 在具体操作中把这些姿态角偏差分别乘以 0.1—3.0 间的系数在加到标称姿态角上. 忽略单差载波观测值之间的相关性 (最小二乘解算时不进行加权)^[1], 对这 4 个时刻的相位单差观测值解算结果进行协方差分析, 将 12 个单差整周模糊度参数从 36 个姿态角中分离出来, 并对每一组计算平均均方差, 作对数图, 得到图 4. 注意, 尽管单差整周模糊度偏差和姿态角偏差估值在数值上相似, 但前者单位是 m, 后者单位是 rad. 图中还包括一条斜率为 -1.8 的直线, 它用来说明在一个较宽的范围内, 数据与幂为 -1.8 的幂函数非常吻合. 当姿态角机动范围为 1 rad 时, 姿态角的平均均方差达到最小, 而单差整周模糊度的平均均方差继续减小. 图中误差曲线上的点没有普遍意义, 因为当姿态角取不同的随机数时会得到不同的估计角度, 而斜率是有普遍意义的.

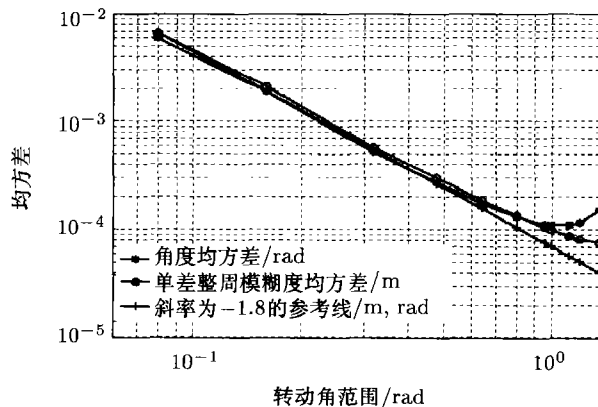


图 4 参数误差与卫星转动范围的关系

Fig.4 Dependence of parameter errors on the scale of spacecraft rotation

姿态角的解算精度取决于两个因素: (1) 载波观测值的测量精度和单差整周模糊度解算精度; (2) 观测编队的几何构型. 载波观测值的精度是固定的, 它不随姿态角的变化而变化, 但是单差整周模糊度的解算精度和观测编队的几何构型与姿态角的机动是密切相关的. 姿态角机动范围越大, 单差整周模糊度的解算精度就越高, 图 4 的仿真结果也说明了这一点; 但是姿态角机动范围越大, 就越偏离标准阵列, 导致编队观测的几何构型变差. 当姿态角进行机动时, 单差整周模糊度与几何构型两个因素相互作用, 相互制约, 共同决定了姿态角的解算精度. 因此在确定编队星座最佳初始化机动方案时, 要综合考虑这

两方面的因素.

上面的处理方法未考虑单差相位观测值的相关性, 事实上, 单差相位观测具有相关性, 因此, 在最小二乘解算时必须加权. 进行加权解算, 发现参数的估值还是随角度的增大呈负幂函数变化, 当角度机动范围为 1 rad 时, 姿态角的平均均方差达到最小. 不同之处是单差整周模糊度的误差和姿态角的误差在数值上不相似, 而且参数估值的精度有所降低. 两种处理方法在角度机动范围为 1 rad 时的参数估值的均方差如下表所示.

表 3 角度机动范围为 1 rad 时参数估值的均方差 (1σ)

Table 3 RMS errors of parameters on the 1 rad scale of satellites rotation (1σ)

	不加权	加权
角度参数 (共 36 个)/rad	1.095×10^{-4}	1.385×10^{-4}
单差整周模糊度参数 (12 个)	$9.889 \times 10^{-5}\text{ m}$ 或 0.010 周	$1.412 \times 10^{-4}\text{ m}$ 或 0.014 周

由以上的仿真结果可知, 单独使用单差整周模糊度进行解算, 在角度机动范围为 1 rad 时, 只需 4 个时刻就可使姿态角的测量精度达到 DS-3 的测量要求.

3.5 方案 4 利用伪距测量和相位单差, 4 个观测时刻

采用方案 3, 只能提高姿态角的定位精度, 而相对位置和钟差的精度不会提高, 因此考虑联合使用 4 个观测时刻的伪距和相位单差观测信息. 这一方法的理论依据是姿态角与相对位置和钟差是相关的 (见方案 1), 利用高精度的单差载波观测信息可提高相对位置与钟差的精度, 但是姿态角的精度会有所降低. 仿真结果表明, 相对位置和钟差的精度会有很大的提高; 当姿态角机动范围较小时, 由于单差相位确定的姿态角的精度不高, 因此相位单差联合伪距解算的姿态角精度反而高于仅用相位单差解算的精度, 但当姿态角机动范围增大时, 相位单差解算的姿态角的精度高于相位单差联合伪距解算的姿态角精度. 利用伪距和相位单差 4 个观测时刻的观测值, 角度机动范围为 1 rad 时的参数估值的平均均方差见表 4 情况 1.

当单差整周模糊度估值的均方差小于 0.15 周 (1σ), 由 3σ 原则, 可认为单差整周模糊能精确的确定, 表 4 情况 2 给出了单差整周模糊度确定后估值的平均均方差.

仿真结果表明, 随着观测时刻的增加, 相对状态的精度也会增加. 当角度机动范围较小时, 进行多个时刻的机动 (> 4 个), 可提高定位精度.

表 4 4 个观测时刻联合处理方法中参数估值的均方差 (1σ)

Table 4 Average RMS errors of parameters in four-epoch pseudorange and single differences phase solutions (1σ)

参数类型	情况 1	情况 2
相对位置参数 (共 12 个)/mm	4.581	4.508
角度参数 (共 36 个)/rad	1.411×10^{-4}	1.755×10^{-5}
时间偏差参数 (共 8 个)/mm	3.334	3.333
单差整周模糊度参数 (情况 1: 12 个; 情况 2: 0 个)	$1.755 \times 10^{-4}\text{ m}$ 或 0.1755 周	—

4 结 论

对三星编队飞行的星座而言,在本文所示的标准阵列结构下,仅用伪距观测信息是不能满足定位要求的,必须联合使用载波观测信息;单独使用单差相位观测值,在姿态角机动范围为 1rad 时,只需 4 个观测时刻,姿态角的测量精度就可满足要求,并可准确的确定出单差整周模糊度,利用已知的单差整周模糊度,可高精度的确定编队卫星的相对状态;当卫星机动发动机推力较小,不能满足 1rad 的机动范围时,联合伪距与单差相位观测信息,可提高定位精度,进行多个时刻(大于 4 个)的观测后,定位精度也可满足要求.当编队星座偏离标准阵列结构时,得到的协方差结果非常差,由此可以看出,编队星座对测量提出了精度要求,同时,测量也对编队星座的构型提出了要求,因此在任务设计时要综合考虑这两方面的要求.

参 考 文 献

- [1] Purcell G, Kuang D, Lichten S, Wu S, Young L. Autonomous formation flyer sensor technology development. Paper AAS 98-062, 21st Ann. AAS Guid. Cont. Conf., Breckenridge, 1998. 1—21
- [2] Park Chan-Woo, How Jonathan P, Capots Larry. Sensing technologies for formation flying spacecraft in LEO using CDGPS and an inter-spacecraft communications system. ION GPS 2000, 2000, Salt Lake City, 1595—1607
- [3] Wu Sien-Chong, Kuang Da. Positioning with Autonomous Formation Flyer (AFF) on Space-Technology 3. ION GPS'99, 1999, Nashville, 385—392
- [4] Wang Wei, Xi Xiaoning, Xu Qifeng. Attitude and relative position estimation for formation constellation using GPS. *Chin. J. Space Sci.*, 2002, 22(2):163—168. in Chinese (王威, 郝晓宁, 许其凤. GPS 用于编队卫星星座的位置与姿态测量. 空间科学学报, 2002, 22(2):163—168)
- [5] Parkinson B W, Spilker J J Jr *et al.* Global Positioning System: Theory and Applications. Prog. Astron. Aeron., Amer. Ins. Aeron. Astron., Inc., 1996
- [6] Huang Weibin. Modern Theory and Application of Adjustment. Beijing: PLA Pub. Com., 1992. in Chinese (黄维彬. 近代平差理论及其应用. 北京: 解放军出版社, 1992)
- [7] Olsen E A, Park Chan-Woo, How Jonathan P. Carrier-phase bias initialization for formation flying vehicles with onboard pseudolites. ION GPS'99, 1999, Nashville, 459—468

APPLICATION OF RELATIVE MEASUREMENT FOR THREE SATELLITES FORMATION

XING Jianjun XI Xiaoning WANG Wei GAO Yudong

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha 410073)

Abstract

The Deep Space 3 is a proposed mission by NASA within the New Millennium Program. This paper primarily studies the relative state parameters autonomous determination of three satellites formation of the Deep Space 3 using inter-satellite relative measurements of like-GPS carrier phase and a ranging code onboard. To validate this inter-satellite relative measurements technique, various kinds of measurement projects and the accuracy of measure were researched. Firstly, the inter-satellites relative measurements system model of three satellites formation was built. Secondly, various kinds of measurement projects were simulated using high accurate pseudorange and carrier phase onboard. The single different phase bias was initialized with more epochs of pseudorange and phase observations during the relative attitude rotation among the satellites and the optimal initializing projection was investigated. Lastly, the results of simulation/covariance analysis were given.

Key words Autonomous formation flyer, Inter-satellite relative measurement, Covariance analysis, States estimate

(上接第 247 页)

《太空学概论》是《中国现代科学全书·空间科学》中的一部著作。《中国现代科学全书》是由全国人大常委会、中国人民政治协商会议、中共中央党校、中国现代文化研究中心和中国现代科学全书编辑工作委员会共同发起、组织编写的一套规模宏大的学术专著丛书,系统全面地概述现代自然科学和社会科学各学科的建设、发展及其学术研究成果,是 21 世纪中国科学文化建设的重大工程。

《中国现代科学全书·空间科学》由王大珩、张厚英先生任主编,包括《太空学概论》、《太空物理学》、《空间化学》等著作,由哈尔滨工业大学出版社出版。

哈尔滨工业大学出版社地址:哈尔滨市教化街 21 号

邮编: 150001 电话: 0451-6416203

(孙雅杰贾学斌供稿)