0254-6124/2022/42(1)-0025-09 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

LIU Chang, SHEN Fang, LIU Yousheng. Three-dimensional Numerical Simulation of Coronal Solar Wind (in Chinese). *Chinese Journal of Space Science*, 2022, **42**(1): 25-33. DOI:10.11728/cjss2022.01.201127102

日冕三维太阳风模拟*

刘 畅 沈 芳 刘佑生

(中国科学院国家空间科学中心 北京 100190)

(中国科学院大学地球与行星科学学院 北京 100049)

摘 要 COIN-TVD MHD 模型是近年发展起来的能有效实现日冕–行星际三维太阳风模拟的模型。本文利用此模型针对日冕区三维太阳风进行研究，为了模拟日冕太阳风的加热加速，对模型中的体积加热项做了调整。在磁流体模拟中，减小磁场散度的误差是关键问题之一，在调整体积加热项后应用扩散法、八波法、扩散八波法，对2199卡林顿周的背景太阳风进行模拟。模拟结果符合日冕太阳风结构，而且扩散八波法处理磁场散度性能有提升，可将相对磁场散度误差可控制在 10^{-9} 量级上。

关键词 COIN-TVD MHD 模型，磁场散度误差，磁流体模拟，日冕加热加速

中图分类号 P353

Three-dimensional Numerical Simulation of Coronal Solar Wind

LIU Chang SHEN Fang LIU Yousheng

(*National Space Science Center*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190)

(*College of Earth and Planetary Sciences*, *University of Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100049)

Abstract The Coronal Interplanetary-Total Variation Diminishing (COIN-TVD) magnetohydrodynamic (MHD) model developed in recent years that can effectively realize the coronal-interplanetary three-dimensional (3D) solar wind simulation. In this paper, the 3D coronal solar wind is studied by using this model. In order to simulate the heating and acceleration of solar wind in coronal region, the volume heating term in the model is improved. For MHD simulations, one of the key problems is to remove the magnetic field divergence error. Then, the influence of different methods to reduce the magnetic field divergence error on the coronal solar wind structure is discussed. The background solar wind of CR2199 is simulated by the diffusive method, Powell method, Diffusive and Powell method. The simulation results are consistent with the features of the coronal solar wind. The Diffusive and Powell method can control the relative magnetic field divergence error at the order of 10^{-9}.

* 国家自然科学基金项目（41774184，41974202）和国家重点实验室专项研究基金项目共同资助

2020-11-27 收到原稿，2021-09-07 收到修定稿

E-mail: cliu@spaceweather.ac.cn. 通信作者 沈芳，E-mail: fshen@spaceweather.ac.cn

Key words COIN-TVD MHD model, Magnetic field divergence error, Magnetohydrodynamic numerical simulation, Coronal heating and acceleration

0 引言

自 1957 年人造卫星上天至今, 空间科学在 60 多年来迅速发展, 其间 6000 余颗卫星上天, 对人类的生产和生活方式产生不可磨灭的影响。2016 年, 魏奉思院士提出“数字空间”概念[1], 应用于应对空间天气灾害, 增强卫星应用能力, 开拓空间新能源、新通信、新交通、新制造和新环保等战略经济新领域, 其产业化前景将日益展现。在应对空间天气灾害方面, 空间天气预报提前预报空间天气事件, 可以及时规避空间天气灾害。太阳风参数预报是空间天气预报中的重要课题之一, 三维磁流体模拟是太阳风参数预报的重要方法之一。在三维磁流体模拟工作中, 构建涵盖日冕–行星际–近地空间天气因果链的全球统一空间天气数值定量预报系统是空间天气建模研究的重要方向之一。从 20 世纪 80 年代 Hakamada 等[2] 首次提出了模拟太阳风的三维运动学模型即 HAF 模型以来, 到目前研究提出了很多模拟太阳风的模型, 例如空间天气模型框架 (Space Weather Modeling Frame, SWMF)[3]、混合日球模型系统 (Hybrid Heliospheric Modeling System, HHMS)[4]、日冕–日球层模型 (Coronal and Heliospheric Model, CORHEL)[5]、太阳行星际守恒元–解元模型 (Solar InterPlanetary-Conservative Element Solution Element, SIP-CESE)[6]、日冕行星际模型 (Coronal Interplanetary, COIN)[7,8] 等。其中: HAF 模型及改进的 HAFv2 模型是运动型模型; HHMS、CORHEL、SIP-CESE、COIN 模型是研究日冕到行星际空间的模型; SWMF 模型可以研究从太阳日冕到行星际空间到地球的太阳风活动。这些模型各有优点和缺点, Feng 等[9] 对其进行了详尽的描述。Shen 等[10-16] 改进的 COIN-TVD 模型是在日冕区域和行星际空间区域统一使用 Total Variation Diminishing Lax-Friedrichs (TVDLF) 格式, 将基于共享内存的 OPENMP 和基于分布内存的 MPI 结合, 研究日冕到行星际的太阳风活动, 实现了从日冕到行星际空间的数值模拟。本文利用 COIN-TVD 模型模拟日冕太阳风结构。

日冕区连接太阳表面和行星际空间, 是太阳风三维磁流体模拟中不可缺少的一部分。日冕区的温度很高, 向外热传导转化为太阳风的速度, 使太阳风的速度变大。日冕加热和太阳风加速模拟是日冕太阳风模拟中待解决的问题。由于太阳风加热加速机制未明, 本文采用体积加热法在数学意义上模拟加热加速过程。在 MHD 模拟中, 磁场散度在物理意义上应严格控制为 0。但在数值计算中使用差商在离散网格中进行计算, 造成等离子体的非物理流动, 使磁场的散度离散并不为 0, 无法得到正确的计算结果, 所以对磁场散度处理方法的研究是本文的主要内容。

减小磁场散度误差的方法已有很多, 例如八波法[17-19]、Extended Generalized Lagrange Multiplier (EGLM) 方法[20]、泊松校正法[21]、扩散法[16]、Constrained Transport(CT) 法[22-24]、投影法[25]、Locally Solenoidality-Preserving(LSP) 法、Globally Solenoidality-Preserving(GSP) 法[26] 等。八波法与 EGLM 方法结合可以得到 19 种模式, Liu 等[27] 对其进行了总结并发现其中有三种模式对减小磁场散度误差有作用, 此外将八波法、EGLM 法、泊松校正法三种方法与 CESE 模型结合进行分析和比较, 发现泊松校正法消除磁场散度的效果较好。磁场散度处理方法与不同的数值格式相结合的作用效果不同, Zhang 等[28] 在有限体积方法下对扩散法、GLM 法、CT 法、投影法 4 种消除磁场散度的方法进行了分析比较, 结果表明 4 种方法在有限体积框架下 CT 法得到的相对磁场散度误差较小。Feng 等[26] 采用的 LSP 方法和 GSP 方法是在有限体积框架下利用最小二乘法将磁场重构, 且分别与体心处控制磁场散度为 0 的条件和控制体的磁场散度平均值为 0 的条件结合, 结果表明 GSP 方法减小磁场散度误差的能力强。

1 三维 COIN-TVD MHD 模型

1.1 磁流体控制方程

三维球坐标系下无量纲形式的理想磁流体力学方程组的表达式为

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2F)}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta G)}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial H}{\partial\varphi}=S. \tag{1}$$

其中: F、G、H 分别为径向方向、子午方向和方位方向的通量; r为在径向上距太阳中心的距离; θ和 ϕ为纬度和经度; t 为时间; U为守恒变量, 有

$$U=(\rho\ ,\ \rho v_r,\ \rho v_\theta,\ \rho v_\varphi,\ B_r,\ B_\theta,\ B_\varphi,\ P)\,. \tag{2}$$

这里, ρ为等离子体密度, v_r、v_θ、v_φ分别为径向速度、纬向速度和方位方向速度, B_r、B_θ、B_ϕ分别为径向、纬向和方位方向的磁场, P 为压强; S 为源项, 各项依次设为 $S(1)$, $S(2)$, $S(3)$, $S(4)$, $S(5)$, $S(6)$, $S(7)$, $S(8)$, 源项的表达形式为

$$S=\begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{2\rho T}{r}+\rho\dfrac{{v_\theta}^2+{v_\phi}^2}{r}+\dfrac{{B_r}^2}{r}-\dfrac{\rho GM_S}{r^2}\dfrac{1}{r_0{v_0}^2}+f_r \\ \left(\rho T+\dfrac{{B_r}^2+{B_\theta}^2-{B_\phi}^2}{2}+\rho{v_\phi}^2\right)\dfrac{\cot\theta}{r}+ \\ \dfrac{1}{r}(B_rB_\theta-\rho v_rv_\theta)+f_\theta \\ (B_\theta B_\phi-\rho v_\theta v_\phi)\dfrac{\cot\theta}{r}+\dfrac{1}{r}(B_rB_\theta-\rho v_rv_\phi)+f_\phi \\ 0 \\ \dfrac{1}{r}(v_rB_\theta-v_\theta B_r) \\ \dfrac{1}{r}(v_rB_\phi-v_\phi B_r)+(v_\theta B_\phi-v_\phi B_\theta)\dfrac{\cot\theta}{r} \\ -(\gamma-1)\rho T\nabla\cdot\boldsymbol{v} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

其中, T 为温度, 根据理想气体方程有 P=2NkT, 这里 k 为 Boltzmann 常数, N 为质子数密度, 有$\rho=N(m_\mathrm{p}+m_\mathrm{e})$, m_p为质子质量, m_e为电子质量, G 为引力常量, M_s为太阳质量, f_r、f_θ、f_ϕ为附加的共转力 $\boldsymbol{f}$的径向、纬向和方位方向分量, $\boldsymbol{f}=-[\Omega\times(\Omega\times r)+2\Omega\times v]$, Ω为共转角速度, 多方指数 $\gamma=1.05$。

1.2　体积加热法

为模拟日冕区太阳风加速加热过程, 对 Yang 等[29]使用的体积加热源项(模型 A), 根据 Nakamizo 等[30], Feng 等[26,31], Zhou 等[32] 的方法进行调整得到模型 B。在式(3)中 $S(2)$ 后加动量源项S_M, 在 $S(8)$ 后加能量源项$(\gamma-1)Q_E$。

模型 A 中,

$$S_M=S_1\,(r-1)\,\mathrm{e}^{(-r/L_M)},$$
$$Q_E=Q_1\,(r-1)\,\mathrm{e}^{\left(-r/L_{Q1}\right)}.$$

其中, L_M为所加动量的耗散长度, L_{Q1}为所加能量的耗散长度, 且二者的取值为 1, S_1为所加动量的强度, Q_1为所加能量的加热强度,

$$S_1=S_0C_a,\ \ Q_1=Q_0C_a;$$

$$S_0=\frac{S_0'}{\rho\boldsymbol{v}/T},\ \ Q_0=\frac{Q_0'}{\rho v^2/T}.$$

其中: S_0'=7.5 × 10^{-14} N·m^{-3}, Q_0'=6 × 10^{-8} J·m^{-3}·s^{-1}, ρ、$\boldsymbol{v}$、T为太阳表面密度、速度及温度,

$$C_a=\frac{\left[1-0.8\mathrm{e}^{[-(\theta_\mathrm{b}/2.5)^2]^2}\right]}{(1+f_s)^{9/2}}.$$

由 Wang-Sheely-Arge(WSA) 模型计算得出, $f_s=\left(\dfrac{R_\mathrm{S}}{R_\mathrm{SS}}\right)^2\dfrac{B_{R_\mathrm{S}}}{B_{R_\mathrm{SS}}}$, 其中$B_{R_\mathrm{S}}$和$B_{R_\mathrm{SS}}$分别为太阳表面$R_\mathrm{S}$和$R_\mathrm{SS}$=2.5$R_\mathrm{S}$处的磁场强度, θ_b为开放磁力线在太阳表面上的足点到磁场闭和区域边界的最小角距离, θ_b可以用于区分高速流和低速流。WSA 模型的具体表达式为

$$v=a_1+\frac{a_2}{(1+f_s)^{a_3}}\left\{a_4-a_5\exp\left[-\left(\frac{\theta_\mathrm{b}}{a_6}\right)^{a_7}\right]\right\}^{a_8}. \tag{4}$$

速度的大小与磁场膨胀因子f_s以及开场到闭场的最小角距离θ_b有关, 随着膨胀因子越大, 太阳风速度越小, 当θ_b增加, 速度随之增加。当 θ_b=2a_6时, 速度趋于不变, 此时 f_s越小, 速度越大[33]。对照式(4), 参数 a_3、a_6对速度的影响较大, a_3可以调节 f_s贡献的大小, a_6可以调节低速流的宽度。若想获得较大的太阳风速度, 可以增大S_0'和Q_0'的值, 减小a_6的取值, 或者像 Feng 等[26] 额外添加一个能量加热项$Q_2\mathrm{e}^{\left(-r/L_{Q_2}\right)}$。这里依次增大$Q_0'$的值, 减小 a_6 的值, 添加能量加热项$Q_2\mathrm{e}^{\left(-r/L_{Q_2}\right)}$, 结果表明速度均有提升, 最后得到体积加热项, 即模型 B, 有

$$S_M=S_1\,(r-1)\,\mathrm{e}^{(-r/L_M)}, \tag{5}$$

$$Q_E=Q_1\,(r-1)\,\mathrm{e}^{\left(-r/L_{Q1}\right)}+Q_2\mathrm{e}^{\left(-r/L_{Q_2}\right)}. \tag{6}$$

其中, $Q_2=1.5\times10^{-10}\mathrm{J}\cdot\mathrm{m}^{-3}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, $L_{Q2}=1$, S_1、Q_1、S_0、Q_0同模型 A。修改参数Q_0'和C_a, 有

$$Q_0'=1.18\times10^{-7}\mathrm{J}\cdot\mathrm{m}^{-3}\cdot\mathrm{s}^{-1},$$
$$C_a=\frac{C_a'}{\max(C_a')},\ C_a'=\frac{\left(1-0.8\mathrm{e}^{(-(\theta_\mathrm{b}/1)^1)^1}\right)}{(1+f_s)^{9/2}},$$

其余参数相对模型 A 不变。

在控制方程添加体积加热项后, 对球坐标系统下的三维磁流体力学方程组求解, 本文采用式(1)的 TVDLF 数值格式[34] 离散方程。TVDLF 格式分为预估步和校正步, 是一种在时间方向和空间方向上都具有二阶分辨率的满足总变差不增的格式。在 TVDLF 格式的预估步中, 时间方向上向前推进$\dfrac{1}{2}\Delta t$, 计算区域内网格单元的守恒变量进行了更新。在校正步中,

利用预估的$n+\frac{1}{2}$时刻的值重新计算数值通量，完成一个时间步的更新。为避免求解过程中压强和密度为负，本文将一阶 Lax-Friedrichs 格式和二阶 Lax-Friedrichs 格式组合的方式[34]保持压强和密度的正性，以免数值解发散。

2 磁场散度误差处理方法

2.1 扩散法

Shen 等[16,29]采用扩散法减小磁场散度误差，扩散法需求解方程：

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}}=\eta \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{B}. \tag{7}$$

其中，η为磁场散度的扩散系数。式(7)可写成$\nabla \cdot \boldsymbol{B}$的扩散方程形式：

$$\frac{\partial (\nabla \cdot \boldsymbol{B})}{\partial \boldsymbol{t}}=\eta \nabla^2 (\nabla \cdot \boldsymbol{B}). \tag{8}$$

采用中心差分离散磁场，根据稳定性分析，受到$\Delta t \leqslant \mu \frac{(\Delta x)^2}{\eta}$, $\mu \in (0,2]$的约束，磁场散度误差以迭代允许的最大速率进行扩散：

$$\boldsymbol{B}^{k+1}=\boldsymbol{B}^k+\mu(\Delta \boldsymbol{x})^2 \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{B}^k, \quad k=0,1,\cdots,K. \tag{9}$$

其中，$(\Delta x)^2=\frac{1}{\frac{1}{(\Delta r)^2}+\frac{1}{(r\Delta\theta)^2}+\frac{1}{(r\sin\theta\Delta\phi)^2}}$，在每个时间步之后增加小于 10 次的迭代，即可满足$\max\left(\frac{\iint B_n \mathrm{d}s}{\iint |B_n|\,\mathrm{d}s}\right)\leqslant 10^{-2}$。

2.2 八波法

八波法的实质是添加离散磁场的源项，使得磁场散度传播到边界消耗掉。如果添加的源项过多，会使得方程组守恒性降低。因此，如何增加源项既能保证离散效果好又不影响磁流体力学方程组的守恒性是需要验证的。Powell[17]在处理磁场散度时添加了三个离散源项，使磁流体方程组不再守恒。为恢复方程守恒性，Janhunen[18]只添加了一个离散源项。通过试验发现，添加两个离散源项的八波法更好，本文最后选择在式(3)中添加两个离散源项 $S1=-(\nabla \cdot \boldsymbol{B})\boldsymbol{B}$, $S2=-(\nabla \cdot \boldsymbol{B})\boldsymbol{v}$，即

$$S(2)-B_r(\nabla \cdot \boldsymbol{B}),\quad S(3)-B_\theta(\nabla \cdot \boldsymbol{B}),$$
$$S(4)-B_\phi(\nabla \cdot \boldsymbol{B}),\quad S(5)-v_r(\nabla \cdot \boldsymbol{B}),$$
$$S(6)-v_\theta(\nabla \cdot \boldsymbol{B}),\quad S(7)-v_\phi(\nabla \cdot \boldsymbol{B}).$$

添加两个离散源项既能控制磁场散度，也不易出现压强为负的情况。

2.3 扩散八波法

在计算中同时使用扩散法和八波法，在式(3)添加两个磁场离散源项，同时求解式(8)的扩散方程。

3 计算区域及边界条件

在球坐标系下，计算区域范围为$R_s \leqslant r \leqslant 22.5R_s$, $-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$, $0\leqslant\phi\leqslant 2\pi$；为了避免球坐标系的奇异性，本文采用六片网格系统[6]，径向方向采用等比网格，径向步长从内边界处的 0.0161 R_s增加到外边界 22.5 R_s处的 0.3636 R_s，网格总数为 224 个；在纬向和方位方向上采用均匀网格，每个方向上的格点数为 97，$\Delta\theta=\Delta\phi=1°$，$\Delta\theta$和$\Delta\phi$为纬向和方位方向的步长。

在六片网格系统下，需要处理内边界、外边界和六片网格之间的水平边界。内边界条件为：当$v_r>0$时，$\rho=\rho_0$, $T=T_0$, $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0$, $\nabla\cdot(\rho v)=0$；当$v_r<0$时，$\partial\rho/\partial r=0$, $\partial T/\partial r=0$, $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0$, $v=0$[7]。外边界条件根据特征分析的方法给定，利用三阶拉格朗日插值处理六片网格之间的边界[34]。

4 数值模拟结果

本文选取来自太阳全球震荡监测网 (GONG) 的第 2199 卡林顿周(见图 1)的磁图驱动数据。此卡林顿周在 2018 年，为太阳活动低年。设置初始条件时，输入磁图数据并利用 PFSS 模型反演得到太阳表面磁场，采用 Parker 背景太阳风计算得到太阳表面等离子体密度、压强和速度，在计算时 Courant 数选为 0.8，时间步长满足 Courant-Friedrichs-Lewy(CFL)条件，当松弛时间大于 60 h 时，数值解趋近于平稳状态。由图 2～4 可以看出，中高纬区域产生疏的、热的

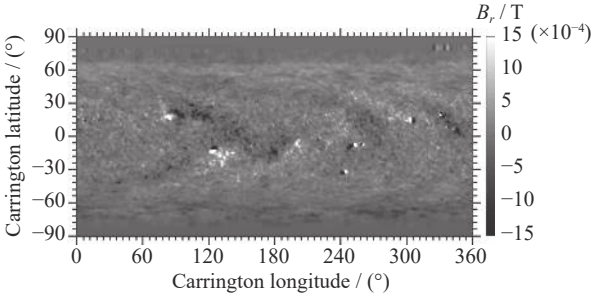


图 1 CR2199 GONG 的全球磁场

Fig. 1 CR2199 global magnetic field overview from GONG

中高速流，赤道附近产生密的、冷的低速流，与太阳极小期的观测结果吻合。

图 2 给出了 COIN-TVD 模型添加不同体积加热项的速度比较。由图 2 可以看出，相比模型 A，模型 B 在计算稳定后速度可达到 700 km·s^{-1}，太阳风在日冕区获得明显的加速。这是由于模型 B 在模型 A 的基础上添加了能量加热项$Q_2\mathrm{e}^{(-r/L_{Q_2})}$和增大了能量系数$Q_0'$，所以速度得到了提升。

图 3 给出的是 COIN-TVD 模型添加不同体积加热项的温度比较。由图 3 可以看出，模型 A 只有很小的升温，其温度范围在(0.68～1.02)×10^6 K，模型 B 的温度范围在(1～4.6)×10^6 K。例如 Yang 等[35]研究体积加热方法的应用时发现，在日冕区的温度随日心距离的增大，从温度最低点上升至温度最高点再缓缓下降。模型 B 温度升高的原因与速度加快的原因一致，都是由于添加能量加热项$Q_2\mathrm{e}^{(-r/L_{Q_2})}$和增大能量系数$Q_0'$导致的。

图 4 给出的是 COIN-TVD 模型添加不同体积加

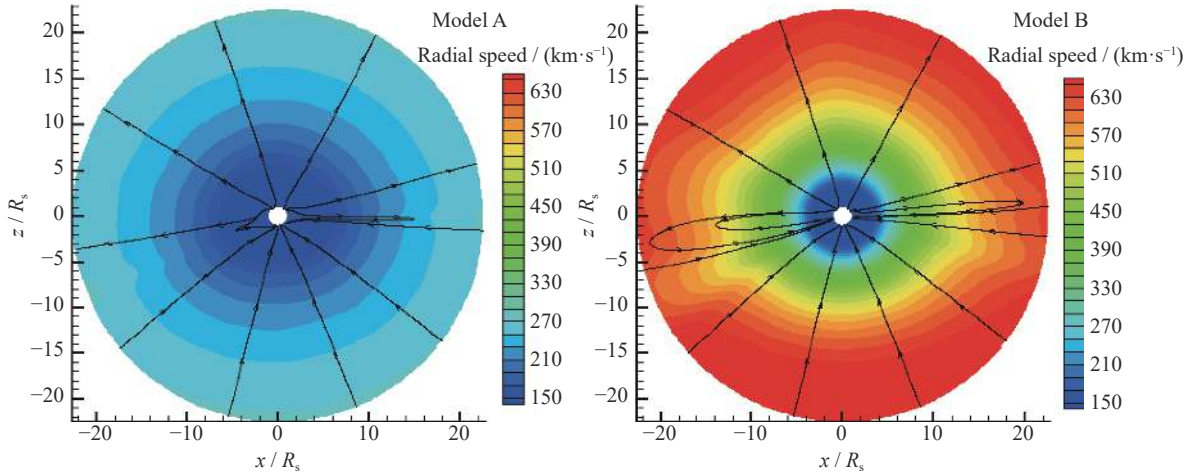


图 2　模拟得到的模型 A 和模型 B 从 1R_s 到 22.5 R_s 的位于子午面上的磁场及径向速度。流线表示磁力线，等值线表示径向速度

Fig. 2　Results of the magnetic field lines and radial speed obtained by Model A and Model B from 1 R_s to 22.5 R_s. The streamline represents the magnetic line of force, and the equivalent line represents the radial speed

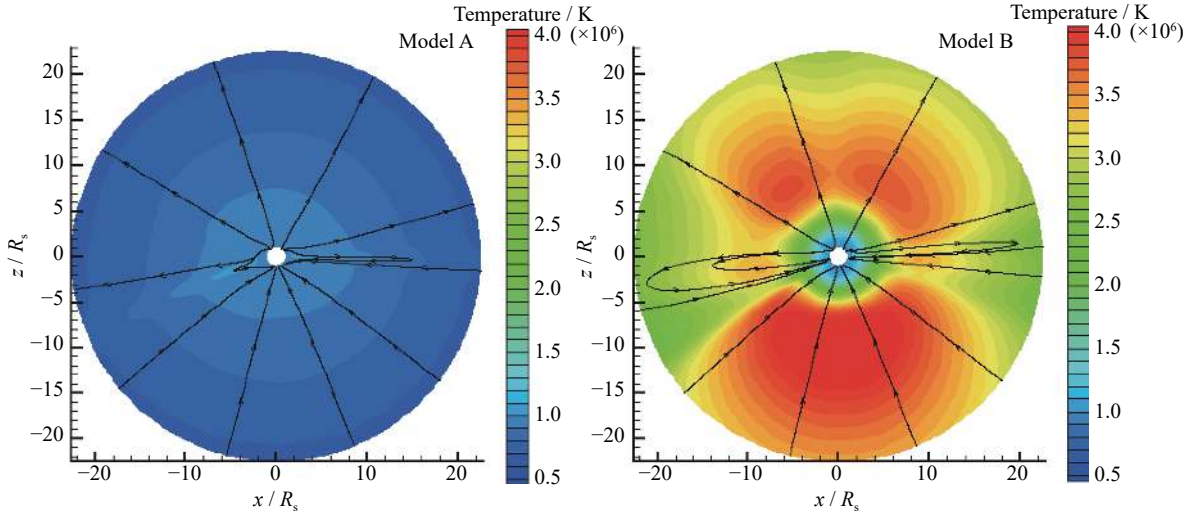


图 3　模拟得到的模型 A 和模型 B 从 1 R_s 到 22.5 R_s 的位于子午面上的磁场及温度。流线表示磁力线，等值线表示温度

Fig. 3　Results of the magnetic field lines and temperature obtained by Model A and Model B from 1 R_s to 22.5 R_s. The streamline represents the magnetic line of force and the equivalent line represents the temperature

热项的密度比较。对比图 4(a)(b) 可以发现，在相同区域内，模型 A 的密度总是大于模型 B 的密度；相同模型下，比较温度和密度图可以发现温度与密度具有反相关关系。由于密度与温度反相关，温度升高的地方密度就减小，所以模型 B 计算出来的密度比模型 A 的密度小。

采用模型 B，将三种磁场散度处理方法结合 COIN-TVD 模型进行数值计算，为了观察减小磁场散度误差的效用，计算相对磁场散度误差 $E(\boldsymbol{B})$，即

$$E(\boldsymbol{B}) = \frac{|\nabla \cdot \boldsymbol{B}|\,\Delta h}{|\boldsymbol{B}|}. \tag{10}$$

其中，$\Delta h = \sqrt{\dfrac{3}{\dfrac{1}{(\Delta r)^2} + \dfrac{1}{(r\Delta\theta)^2} + \dfrac{1}{(r\sin\theta\Delta\phi)^2}}}$ 为网格单元的特征长度。

图 5 给出的是 TVD 格式结合扩散法计算稳定后

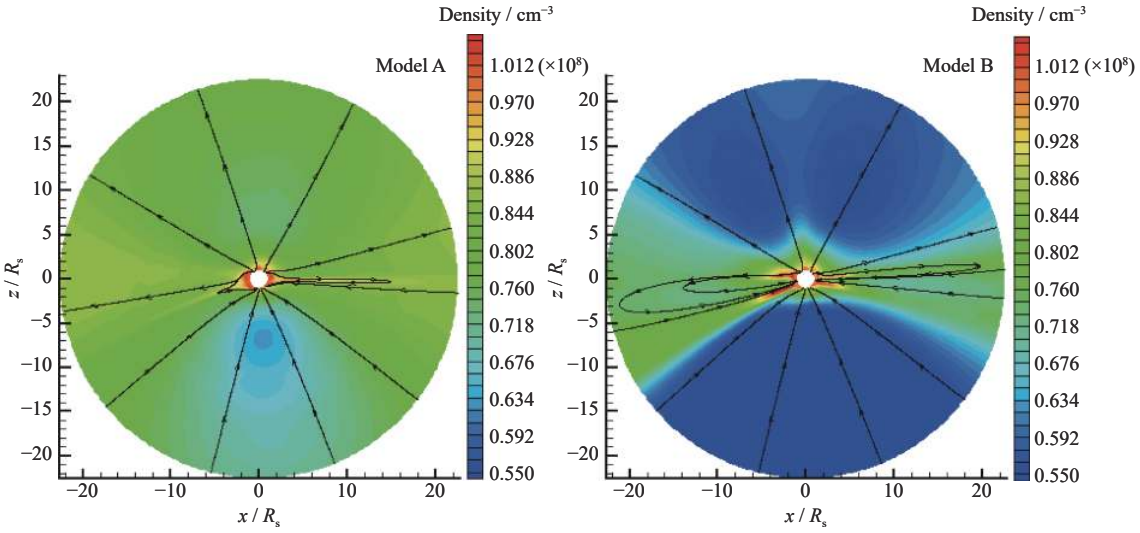


图 4 模拟得到的模型 A 和模型 B 从 1 R_s 到 22.5 R_s 的位于子午面上的磁场及密度。流线表示磁力线，等值线表示密度

Fig. 4 Results of the magnetic field lines and numerical density obtained by Model A and Model B from 1 R_s to 22.5 R_s. The streamline represents the magnetic line of force and the equivalent line represents the number density

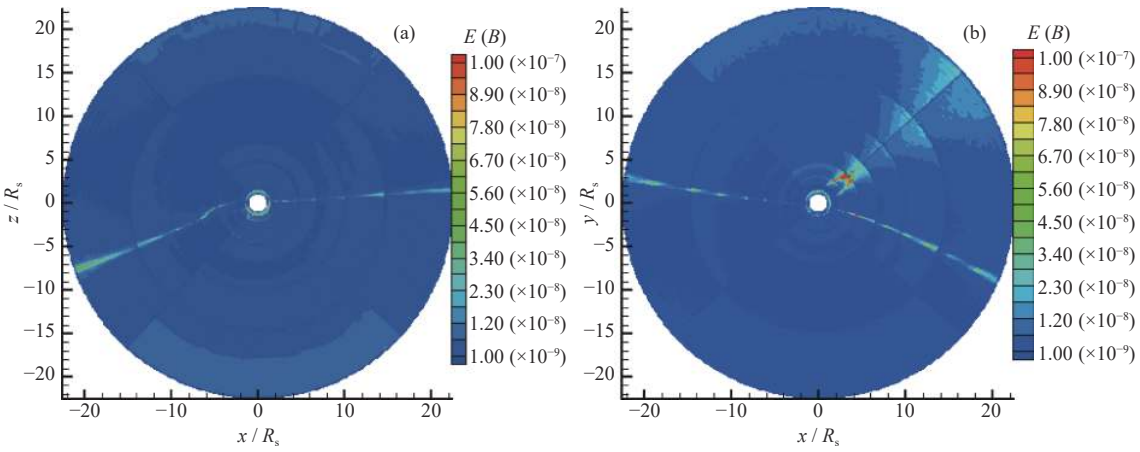


图 5 使用扩散法模拟得到的从 1 R_s 到 22.5 R_s 的磁场相对散度误差位于子午面 ϕ=180°—0° (a) 和 ϕ=270°—90° (b) 上的分布

Fig. 5 Relative Error of magnetic field divergence obtained by diffusive method on the meridional plane of ϕ=180°—0°(a) and ϕ=270°—90°(b) from 1 R_s to 22.5 R_s

得到的在子午面 180°—0°和子午面 270°—90°生成的相对磁场散度误差。由图 5 可以看出，其能将相对磁场散度误差大部分控制在 10^{-9}～10^{-7} 的量级。图 6 为 TVD 格式结合八波法计算稳定后得到的在两个不同的子午面生成的相对磁场散度误差。由图 6 可以看出，其能将相对磁场散度误差大部分控制在 10^{-8}～10^{-7} 的量级。图 7 为 TVD 格式结合扩散八波法计算稳定后得到的在两个不同的子午面生成的相对磁场散度误差。由图 6 可以看出，将扩散法和八波法结合的方式能将相对磁场散度误差大部分控制在 10^{-9}～10^{-8} 的量级。

为了更直观地比较三种方法，将 color bar 进行了统一。可以看出将扩散法和八波法结合后，磁场散度误差的控制效果得到提升。扩散法虽然在大部分区域内也能将磁场散度控制在 10^{-8} 的量级上，但在 r=2R_s 附近的离散效果不佳。整体来说，扩散八波法与 COIN-TVD 模式结合更稳定，添加两个源项的八波法与扩散法组合的计算效果最佳。

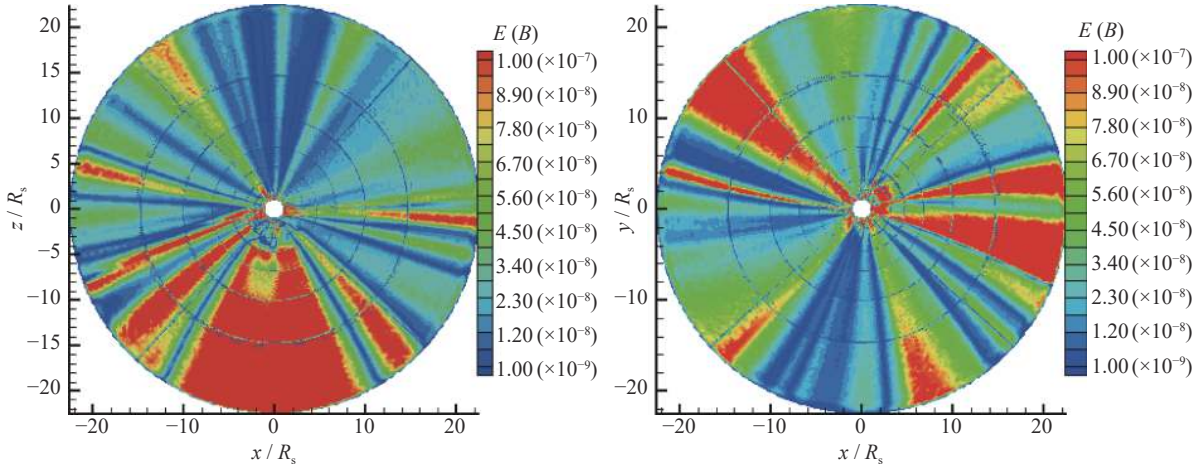


图 6　使用八波法模拟得到的从 1 R_s 到 22.5 R_s 的磁场相对散度误差位于子午面 ϕ=180°—0° (a) 和ϕ=270°—90° (b) 上的分布

Fig. 6　Relative error of magnetic field divergence obtained by Powell method on the meridional plane of ϕ=180°—0°(a) and ϕ=270°—90°(b) from 1 R_s to 22.5 R_s

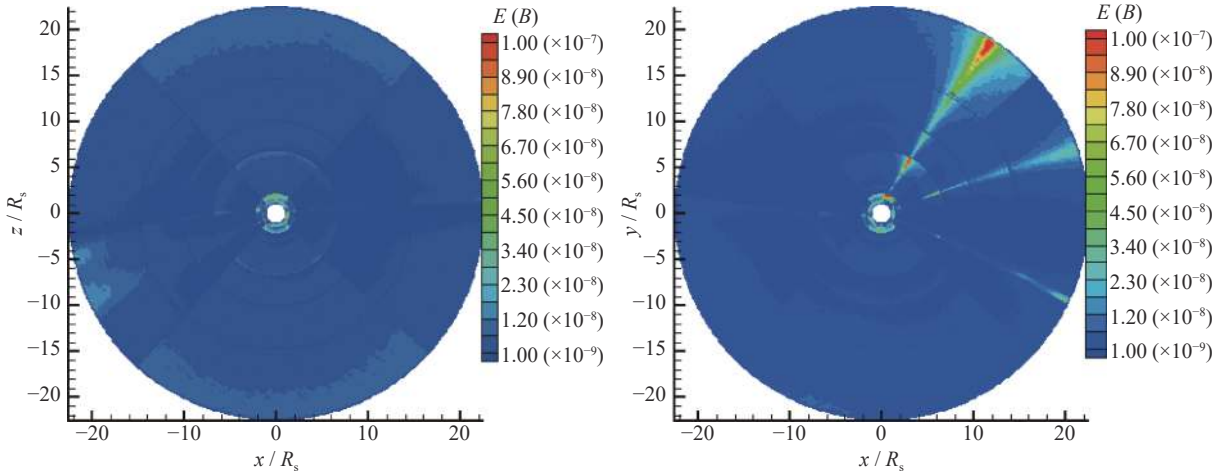


图 7　使用扩散八波法模拟得到的从 1 R_s 到 22.5 R_s 的磁场相对散度误差位于子午面 ϕ=180°—0° (a) 和ϕ=270°—90° (b) 上的分布

Fig. 7　Relative error of magnetic field divergence obtained by Diffusive and Powell method on the meridional plane of ϕ=180°—0°(a) and ϕ=270°—90°(b) from 1 R_s to 22.5 R_s

5 结论

将 COIN-TVD MHD 模型应用于日冕区，采用球坐标系六片网格系统对磁流体力学方程求解。添加体积加热源项可以模拟日冕太阳风的加速加热过程，添加能量加热项$Q_2 e^{(-r/L_{Q_2})}$和增大能量系数Q_0'可以使日冕太阳风的速度和温度增大，使日冕太阳风模拟更贴近日冕区太阳风的结构。采用不同的磁场散度误差处理方法，即扩散法、八波法、扩散八波法结合 TVD 格式进行计算，并对磁场散度误差进行比较。结果表明，扩散八波法的使用既能离散太阳表面附近的磁场又可以保证 MHD 方程组的守恒性。结合 COIN-TVD 模型计算时，扩散八波法在本文提到的三种磁场散度处理方法中计算效果最佳。

磁场散度处理是求解磁流体方程时必不可少的步骤，还有很多方法值得研究与讨论，例如 GLM 方法、泊松法、CT 法、投影法、LSP 方法、GSP 方法，而且还可以自由组合形成新的控制磁场散度的模式。除了本文应用的八波法与扩散法结合的形式，八波法或者 GLM 三种形式也可以和扩散法、泊松法、CT 法、投影法、LSP 方法、GSP 方法进行组合，这有待进一步研究。

致谢 太阳磁场概略图来自于 http://gong.nso.edu/。模型的数值使用了天河-1A 超级计算机。

参考文献

[1] WEI Fengsi. "Digital space" is a new strategic in space science and technology[J]. *Henan Science and Technology* 2016(19): 7 (魏奉思. “数字空间”是空间科技战略新高地[J]. 河南科技, 2016(19): 7)

[2] HAKAMADA K, AKASOFU S I. Simulation of three-dimensional solar wind disturbances and resulting geomagnetic storms[J]. *Space Science Reviews*, 1982, **31**(1): 3-70

[3] TOTH G, SOKOLOV I V, GOMBOSI T I, *et al*. Space weather modeling framework: a new tool for the space science community[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2005, **110**: A12226

[4] SMITH Z K, DETMAN T R, SUN W, *et al*. Modeling the arrival at earth of the interplanetary shock following the 12 may 1997 solar event using HAFV2 and 3-d MHD HHMS models[J]. *Space Weather*, 2007, **6**: S05006

[5] LINKER J A, RILEY P, MIKIC Z, *et al*. CORHEL MHD Modeling in Support of Solar Dynamics Observatory[M]. Miami: American Astronomical Society, 2010

[6] FENG X S, YANG L P, XIANG C Q, *et al*. Three-dimensional solar wind modeling from the sun to earth by a SIP-CESE MHD model with a six-component grid[J]. *Astrophysical Journal*, 2010, **723**(1): 300

[7] FENG Xueshang, WU S T, FAN Quanlin, *et al*. A class of TVD type combined numerical scheme for MHD equations and its application to MHD numerical simulation[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2002, **22**(4): 300-308 (冯学尚, WU S T, 范全林, 等. 一类TVD型组合差分方法及其在磁流体数值计算中的应用[J]. 空间科学学报, 2002, **22**(4): 300-308)

[8] FENG X S, WU S T, WEI F S, *et al*. A class of TVD type combined numerical scheme for MHD equations with a survey about numerical methods in solar wind simulations[J]. *Space Science Reviews*, 2003, **107**(1/2): 43-53

[9] FENG Xueshang, XIANG Changqing, ZHONG Dingkun. The state-of-art of three-dimensional numerical study for corona-interplanetary process of solar storms[J]. *Scientia Sinica Terrae*, 2011, **41**(001): 1-28 (冯学尚, 向长青, 钟鼎坤. 太阳风暴的日冕行星际过程三维数值研究进展[J]. 中国科学:地球科学, 2011, **41**(001): 1-28)

[10] SHEN F, FENG X S, WU S T, *et al*. Three-dimensional MHD simulation of CMEs in three-dimensional background solar wind with the self-consistent structure on the source surface as input: Numerical simulation of the January 1997 Sun-Earth connection event[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2007, **112**: A06109

[11] SHEN Fang, FENG XueShang, SONG WenBin. An asynchronous and parallel time-marching method: Application to three-dimensional MHD simulation of solar wind[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2009, **52**(10): 2895-2902

[12] SHEN F, FENG X S, WANG Y, *et al*. Three-dimensional MHD simulation of two coronal mass ejections' propagation and interaction using a successive magnetized plasma blobs model[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2011, **116**: A09103

[13] SHEN F, FENG X S, WU S T, *et al*. Three-dimensional MHD simulation of the evolution of the April 2000 CME event and its induced shocks using a magnetized plasma blob model[J]. *Journal of Geophysical Research* (*Space Physics*), 2011, **116**: A04102

[14] SHEN F, WU S T, FENG X, *et al*. Acceleration and deceleration of coronal mass ejections during propagation and interaction[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2012, **117**: A11101

[15] SHEN Fang, SHEN Chenlong, WANG Yuming, *et al*. Could the collision of CMEs in the heliosphere be super elastic. Validation through three dimensional simulations[J]. *Geophysical Research Letters*, 2013, **40**: 1457-1461

[16] SHEN Fang, SHEN Chenlong, ZHANG Jie, *et al*. Evolution of the 12 July 2012 CME from the Sun to the Earth: data-constrained three-dimensional MHD simulations[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2014,

119: 7128-7141

[17] POWELLK G. A solution-adaptive upwind scheme for ideal magnetohydrodynamics[J]. *Journal of Computational Physics*, 1999, **154**(2): 284-309

[18] JANHUNEN P. A positive conservative method for magnetohydrodynamics based on HLL and Roe methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, **160**: 649-661

[19] YEE H C, SJOEGREEN B. Efficient low dissipative high order schemes for multiscale MHD flows, II: minimization of $\nabla\cdot \boldsymbol{B}$ numerical error[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2006, **29**: 115-164

[20] DEDNER A, KEMM F, Kröner D, *et al*. Hyperbolic divergence cleaning for the MHD equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, **175**: 645-673

[21] TÓTH G. The $\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$ Constraint in shock-capturing magnetohydrodynamics codes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 161: 605-652

[22] EVANS C R, HAWLEY J F. Simulation of magnetohydrodynamic flows: a constrained transport method[J]. *Astrophysical Journal*, 2007, **332**(2): 659-677

[23] DAI W, WOODWARD P R. A simple finite difference scheme for multidimensional magnetohydrodynamical equation[J]. *Journal of Computational Physics*, 1998, **142**: 331-369

[24] HOPKINS P F. A constrained-gradient method to control divergence errors in numerical MHD[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, 462: 576-587

[25] SERNA S. A characteristic-based nonconvex entropy-fix upwind scheme for the ideal magnetohydrodynamic equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, **228**(11): 4232-4247

[26] FENG X S, LIU X J, XIANG C Q, *et al*. A new MHD model with a rotated-hybrid scheme and solenoidality-preserving approach[J]. *The Astrophysical Journal*, 2019, **871**(2): 226

[27] LIU Yuanxin, JI Zhen, FENG Xueshang, *et al*. CESE method for resistive magnetohynamics[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2010, **30**(003): 211-220 (刘元昕, 纪珍, 冯学尚, 等. 电阻磁流体力学模拟的CESE方法[J]. 空间科学学报, 2010, **30**(003): 211-220)

[28] ZHANG M, FENG X S. A comparative study of divergence cleaning methods of magnetic field in the solar coronal numerical simulation[J]. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 2016, 3

[29] YANG Z C, SHEN F, YANG Y, *et al*. Three-dimensional MHD simulation of interplanetary solar wind[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2018, **20**: 2127

[30] NAKAMIZO A, TANAKA T, KUBO Y, *et al*. Development of the 3-D MHD model of the solar corona-solar wind combining system[J]. *Journal of Geophysical Research Space Physics*, 2009, **114**(A7): 109

[31] FENG X S, ZHANG S H, XIANG C Q, *et al*. A hybrid solar wind model of the CESE+HLL method with a Yin-Yang overset grid and an AMR grid[J]. *Astrophysical Journal*, 2011, **734**(1): 50

[32] ZHOU Y F, FENG X S, WU S T, *et al*. Using a 3-D spherical plasmoid to interpret the Sun-to-Earth propagation of the 4 November 1997 coronal mass ejection event[J]. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 2012, **117**(A1): 102

[33] YANG Zicai, SHEN Fang, YANG Yi, *et al*. Analysis of present research on the WSA solar wind model[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2018, **38**(03): 285-285 (杨子才, 沈芳, 杨易, 冯学尚. WSA太阳风经验模型及其应用[J]. 空间科学学报, 2018, **38**(03): 285-285)

[34] YANG Zicai. Numerical Simulation of Three-Dimensional Magnetorheological Simulation of Solar Wind in Interplanetary Background[D]. Beijing: The University of Chinese Academy of Sciences, 2018 (杨子才. 行星际背景太阳风的三维磁流体力学数值模拟[D]. 北京: 中国科学院研究生院. 2018)

[35] YANG Liping. Background Study on 3D Numerical Simulation of Solar Wind[D]. Beijing: The University of Chinese Academy of Sciences, 2011 (杨利平. 背景太阳风的三维数值模拟研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2011)

(责任编辑: 孙伟英)