第3卷 第3期 空间科学学报 Vol. 3, No. 3
1983 年 7 月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE July, 1983

数据收集系统的电文碰撞和计算机模拟

孙 传 礼
（中国科学院空间物理研究所）

摘 要

数据收集系统是利用人造卫星中继地球环境资料的一种无线电遥测系统. 近地卫星（如美国的陆地卫星、泰罗斯-N 气象卫星）所属的数据收集系统一般都采取随机取数的方法. 在这类系统设计中，电文碰撞规律是涉及到系统容量的重要问题. 本文在古典概率的基础上，经适当修改，得到符合计算机模拟结果的理论公式. 并提供针对不同系统方案的电文碰撞概率的计算方法。

一、引 言

数据收集系统是以人造卫星为中继站，收集地球环境资料的一种无线电遥测系统. 它是伴随着地球观测卫星发展起来的.

现存的近地卫星数据收集系统，由于种种原因均采用随机提取数据的方案. 如美国的陆地卫星数据收集系统、泰罗斯-N 的 ARGOS 系统便是*. 所谓随机取数，是指平台发送资料的时间是由平台自身的时钟控制，而卫星上遥测接收机获得平台数据的时间是随机分布的.

数据收集系统的电文碰撞与系统的容量有直接的关系，它是系统设计中最重要的问题之一，也是系统管理中经常遇到的重要问题.

在美国设计地球资源技术卫星期间，曾对电文碰撞现象作过初步研究[1]. 我们发现用文献[1]中的公式计算结果和模拟结果有很大差别. 事实上，在电文传送时间有限的情况下，古典概率的统计方法将遇到困难，这一点将在本文中讨论. 此外，法国也研究过 ARGOS 系统的电文碰撞概率[2]，但他们似乎是迴避了寻找计算电文碰撞概率 P_c 的理论公式，直接利用了模拟计算结果.

本文是利用古典概率的理论，针对电文是有限长度的实际情况，获得了符合计算机模拟结果的算式，这些公式特别适合计算电文不发生碰撞的概率. 其次，本文针对不同系统方案提供了计算电文碰撞的具体方法.

从接收端来看，各地区平台发出的电文，不仅在时间域上按一定统计规律分布，而且在频率域上也按一定统计规律分布. 各平台发送时间的不一致，是由于各平台时钟的时

本文于 1982 年 10 月 6 日收到.

* 国外数据收集系统介绍. 中国科学院空间中心，DCS 论证组，1979 年.

间差异造成的．平台信号的频率差别是由控制平台发射机的晶体振荡器频率的差别，以及各平台多普勒频率的差别造成的．一个平台数据成功传输的条件之一是平台的电文不与其他平台的电文互相碰撞（或称互相重迭）．由于可以在时间域里分集接收，也可以在频率域里分集接收，故满足以下两种情况都可成功传输平台电文：

1. 电文在时间域上不发生碰撞，不论在频率域上是否发生碰撞．

2. 电文在时间域上发生碰撞，但在频率域上不发生碰撞．

如果，时间域上和频率域上都发生碰撞，则不能成功传输数据，或只能部分成功传输电文的内容．但当一个电文的信号场强明显超过另一些电文的信号场强，则成功传输强信号电文也是可能的．但这个问题比较具体，因为它涉及到卫星和平台的相对位置、卫星姿态、平台天线和卫星天线的方向图等一系列具体因素，所以这里暂不考虑，好在这一情况的发生只会增加平台电文传输的成功率．

下文首先介绍用古典概率理论计算电文碰撞的方法及其困难．其次阐述计算电文碰撞的古典概率理论所对应的计算机模拟方法．在此基础上推导出在时间域里电文碰撞概率的理论公式，并和计算机模拟结果比较．最后介绍在频率域里电文碰撞概率的计算方法．

二、用古典概率理论计算电文碰撞概率的方法及其困难

设各平台电文的重复周期均为 T，电文传送持续时间为 d，则每个平台电文的占空比 $t_d = d/T$．显然任意两个电文碰撞的条件是电文出现的时间差小于 d．为了方便起见，我们将时间 T 归一化，则传送时间 d 在数值上等于 t_d．容易证明 K 个电文碰撞的概率[3]为

$$P_K = C_K^N t_d^K (1 - t_d)^{N-K}, \tag{1}$$

其中 N 是平台数．这正是文献 [2] 用来计算电文碰撞概率的公式．用它计算 K 个电文碰撞概率和计算机模拟结果有明显的差别．经仔细考察之后，其原因如下：

图 1 表示 A、B、C 三个电文发生碰撞的现象．按古典概率的概念，若 A 和 B 发生碰撞，则意味着电文全部重迭，且 B 和 C 不会发生碰撞．故忽视了 B 和 C 可以发生碰撞．也就是说，电文 B 不是与 A 发生碰撞，便是和 C 发生碰撞，而且一旦发生碰撞便是电文完全重迭，忽略了实际上会发生电文两两碰撞、电文部分重迭的可能性．更确切地说，(1)式只有在电文的长度为无限短时才是正确的，对有限长度的电文只是近似公式，t_d 愈大其精确性愈差．

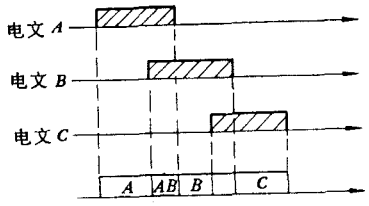


图 1　电文 A、C 和 B 两两碰撞的情况

Fig. 1　Message B collides with A and C

由于每个电文的持续时间为 t_d，以及对于 K 个电文碰撞则应有 K 个电文参加，故参与 K 个电文碰撞概率（按电文计数）

$$P_{(K)} = \frac{K}{N} C_K^N t_d^{K-1} (1 - t_d)^{N-K}. \tag{2}$$

在一般情况下，由于 $N \gg K$，$t_d \ll 1$，则 $N(N-1)\cdots\cdots(N-K-1) \approx N^K$，

$$(1-t_d)^{N-K} \approx 1 - Nt_d,$$

故

$$P_{(K)} \approx \frac{1}{(K-1)!}(Nt_d)^{K-1}(1-Nt_d).$$

所以 $P_{(K)}$ 几乎只与 N 和 t_d 乘积有关，Nt_d 称为系统的利用系数，它代表系统的能力．这一点对定性了解电文碰撞现象是很重要的．

三、计算电文碰撞的古典理论所对应的计算机模拟方法

对于随机提取数据的方案，可以假定电文在周期 T 时间内是均匀分布的（对归一化 T，则为自 0 到 1 之间均匀分布），所以最适合应用蒙特卡洛试验．蒙特卡洛试验是用数学方法产生一组 N 个自 0 到 1 之间统计均匀分布的随机数．针对我们的实际情况，将随机数自小而大顺序排列，各随机数的数值可认为是各个电文的开始时间，这就是 N 个平台的系统在一个时间周期 T 内电文分布的一次实现．

我们发现应用下述的统计方法可以得到完全和(2)相符合的模拟结果：

参看图 1，图上有五个电文 A、B、C、D 和 E 发生碰撞．下面一行表示五个电文的碰撞情况．A、B 和 C 三个电文包含一个 A、B、C 的三个电文重迭区，A、B 和 B、C 的两个电文重迭区；C 和 D 两个电文有 C、D 两个电文重迭区；D 和 E 两个电文有 D、E 两个电文的重迭区．实际的统计过程是以一个电文的起始时间为基础，依次检验以后的电文起始时间和该电文的起始时间是否小于 t_d，若小于 t_d，则认为和该电文发生了碰撞．按图 2 的情况，A 电文发生一次三电文碰撞；B 电文发生一次两电文碰撞；C、D 电文均为两电文碰撞；E 电文则未发生碰撞．对于 N 个电文，照此处理，最后得到电文数对电文重迭次数的分布函数．

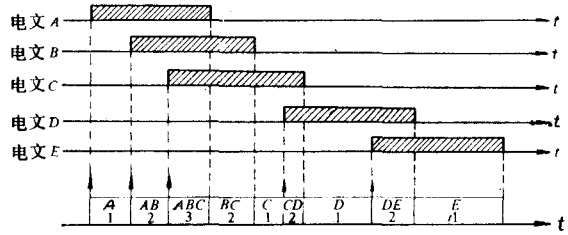


图 2 电文 A、B、C、D 和 E 的复杂碰撞现象

Fig. 2 Example for complex collision situation including message A, B, C, D and E

这一统计方法似乎没有明显的物理意义，但是当我们假设两个电文重迭的时间平均占一个电文时间长度的 1/2，或两个电文重迭的时间为 $1/2t_d$，意味着发生一次二电文碰撞．三个电文重迭的时间占一个电文重迭时间的 1/3，即三个电文重迭 $1/3\ t_d$ 时间，意味着发生一次三电文碰撞．余此类推，就可以将电文重迭次数变为电文重迭时间（即电文数）的分布函数．对于更高次碰撞的情况也按这个原则处理．

基于上述统计方法可知，一个三电文重迭包含一个两电文重迭，一个二电文重迭包含

一次不碰撞的电文．更普遍地讲，一个较高次的电文重迭包含一个较低次的电文重迭．

表 1 列出的是当 $t_d = 0.001$ 时，由(2)式计算的结果和模拟结果，可见二者完全相符．

表 1　用(2)式计算的结果和模拟结果的比较

K \ N	100		200		300	
	计算值	模拟值	计算值	模拟值	计算值	模拟值
1	90.60	90.04	163.90	162.66	303.53	304.94
2	8.98	9.37	32.64	33.55	151.59	152.28
3	0.43	0.57	3.23	3.49	37.78	36.28

四、时间域里的电文碰撞理论公式及计算机模拟结果

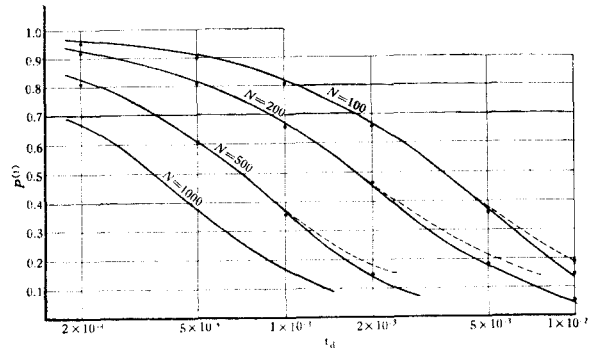
按前节的分析，$P_{(1)}$ 是等效无碰撞电文出现的概率，决不是实际无碰撞电文的概率，因为 $P_{(1)}$ 包含了两电文碰撞和多个碰撞现象中的无碰撞成分．所以必须扣除 $P_{(2)}$ 中无碰撞成分．但是 $P_{(2)}$ 中又包含三电文碰撞的成分，故必须自 $P_{(2)}$ 中扣除，以此类推，则得电文不发生碰撞的概率(按电文数目计)为

$$P^{(1)} = \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^{K+1} P_{(K)}. \tag{3}$$

在一般情况下，系统的利用系数不会超过 0.5 (即 $Nt_d \leqslant 0.5$)，故(3)式可近似为

$$P^{(1)} = P_{(1)} - P_{(2)} + P_{(3)}. \tag{4}$$

图 3 给出上式的计算结果和模拟统计结果．图上的虚线是用公式 (4) 计算的理论结果．当 $Nt_d < 0.5$ 时理论计算和模拟结果的偏差均不超过 2%，但在 $Ntd > 0.5$ 的区域里(4)的误差迅速增加．这时有必要利用(3)式．实线表示用(3)式的计算结果，(计算在



——(3)式计算的结果，　----(4)式计算的结果，　·模拟结果

图 3　$P^{(1)}$ 的理论计算和模拟结果比较

Fig. 3　Comparison between theoretical and simulation resuls for successful transmission probability

$K=10$ 处截断)，它和模拟结果完全符合.

现在应用图 3 的曲线分析一个例子，设数据传输率为 2.4 千比特，电文长度为 240 比特，每隔 200 秒发送一次电文. 在卫星接收天线的视场内有 1000 个平台，则 $t_d=5\times10^{-4}$，由图上曲线查得 $P^{(1)}\approx0.37$. 设卫星每次过顶的时间为 480 秒. 在 12 小时内卫星平均经过三次，总计可接收时间为 1440 秒，故 12 小时内平台成功传输的概率为 $P=0.964$. 这个例子中隐含了凡是参与碰撞的电文都不能成功传输. 如果考虑到电文发生碰撞，但由于自动增益控制的原因，可以接收信号较强的那个电文，则 $P=0.9988$.

要严格计算两个电文相互碰撞或多电文碰撞的概率还应深入研究. 但在 $Nt_d<0.5$ 的情况下，可以认为碰撞的发生是独立的*. 这时发生 K 个电文碰撞的概率为

$$P^{(K)}=K(P_{(K)}-P_{(K+1)}+P_{(K+2)}+\cdots). \tag{5}$$

但碰撞不可能都是独立的，所以实际发生的 K 个电文碰撞的概率比 $P^{(K)}$ 要稍小一些.

五、在频率域里电文碰撞概率的计算方法

本节是研究电文不仅在时间域里而且在频率域里发生碰撞的情况下，电文成功传输概率的计算方法.

前面已经指出，即使电文在时间域里发生碰撞，在频率域里也可能不发生碰撞. 这样就可以利用多通道接收机将不同平台的信号分别接收.

如果有 K 个电文在时间域里发生碰撞. 在频率域里，这些信号的载波频率将统计均匀地分布在频宽 Δf 的范围内，这里 $\Delta f=2(\Delta f_c+\Delta f_d)$（$\Delta f_c$ 是卫星和平台主控晶体振荡器因老化而产生的最大频率变化，Δf_d 是最大多普勒频率). 假设电文的载波频率之差小于 Δf_R，是电文在频率域里发生碰撞的条件. 可以设想以下两种方案来提取各平台的数据:

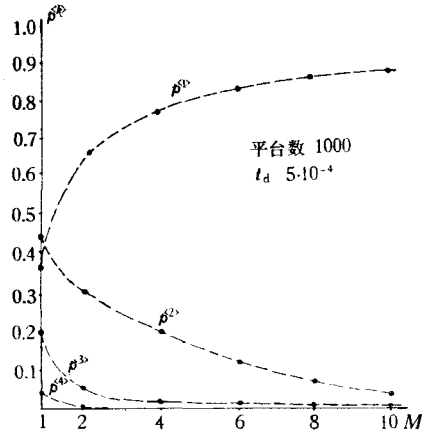


图 4 $P^{(K)}$ 随 M 的变化

Fig. 4 Collision propability joined by K message VS. channel number M

1. 用固定通带的并列滤波器. 设置 M 个滤波器，每个滤波器覆盖带宽为 $\Delta f/M$，这样，系统的频率分辨率为 $\Delta f_R=\Delta f/M$. 也就是说，在时间域里碰撞的电文如果落到一个滤波器的通带内则这些电文仍然是不能成功传输的.

如果有 N 个平台，M 个相同带宽的滤波器并列，设每个通道只负担传输 N/M 个平台电文（这一假定虽过于简单，但对说明计算过程还是有益的，在实际中，可针对情况分别选定每个通道的带宽和负担的平台电文量). 所以每个通道的电文碰撞情况会发生变化. 现举一例说明电文碰撞概率的计算方法.

设平台数为 1000，$t_d=5\times10^{-4}$，$M=4$，则

* 这里所谓"独立的"是指任何一个电文只有一端与其他电文发生碰撞.

每个通道将负担传输 250 个平台数据，即 $N=250$，由 (2) 式可算出 $P_{(1)}$、$P_{(2)}$、$P_{(3)}$、$P_{(4)}$、$P_{(5)}$，再由(3)式计算参与碰撞的电文的比例数：$P^{(1)}$、$P^{(2)}$、$P^{(3)}$ 和 $P^{(4)}$. 由于四个滤波器的带宽是相同的. 所以，在 1000 个平台中不发生碰撞的电文数约 779 个，参与二个电文碰撞的电文数约 200 个，参与三个电文碰撞的电文数 20 个，参与四个电文碰撞的电文约 1 个.

由图 3 的曲线可以查出不用并列滤波器时不发生碰撞的电文只有 375 个，所以并列四个滤波器时增加了 404 个. 但并非随着 M 的增加，效果都很显著. 图 4 给出了 $P^{(K)}$ 随 M 变化的曲线，可以看出，当 M 大于 4、5 以上，$P^{(1)}$ 的增加便不太明显了，所以 M 以取 4 和 5 为宜.

2. 用多个相锁跟踪滤波器组成并列滤波器. 这时，Δf_R 的大小将与平台信息的频谱宽度、滤波器的分辨能力有关，应视具体情况而定.

首先应该计算在时间域里碰撞的 K 个电文在频率域里不发生碰撞的概率 $P'_{(K)}$. 除了将 K 代替 N，将 $\Delta f_R/\Delta f$ 代替 t_d 外，计算方法和在时间域里计算 $P^{(1)}$ 的公式相似. 所以

$$P'_{(K)}=\sum_{L=1}^{K}(-1)^{L+1}P''_{(L)}, \tag{6}$$

其中

$$P''_{(L)}=\frac{L}{K}C_K^L\left(\frac{\Delta f_R}{\Delta f}\right)^{L-1}\left(1-\frac{\Delta f_R}{\Delta f}\right)^{K-L}. \tag{7}$$

这样便可得到用并列 M 个相锁跟踪滤波器时，N 个平台数据成功传输的概率

$$P=\sum_{I=1}^{M}P^{(I)}P'_{(I)}+M\sum_{I=M+1}^{\infty}P^{(I)}P'_{(I)}/I, \tag{8}$$

式中 $P^{(I)}$ 之值由(3)和(5)式算出.

例如，若用四个相锁跟踪滤波器并列，并设 $N=1000$，$t_d=5\times10^{-4}$，$\Delta f_R=6.5^{千周}$ 和 $\Delta f=40^{千周}$，则由(2)、(3)、(5)、(6)和(7)计算 $P_{(K)}$、$P^{(K)}$、$P''_{(L)}$ 和 $P'_{(K)}$. 最后由(8)式得 $P=0.7920$，即有 792 个平台数据能成功传输. 试将这个结果和四个并列滤波器的例子比较，可知用跟踪滤波器比固定滤波器得到的好处不多. 其原因显然是 $\Delta f_R/\Delta f$ 太大. 随着 $\Delta f_R/\Delta f$ 减小，用跟踪滤波器的长处便会充分显示出来. 例如，设在频率域里电文的碰撞概率不大，即 $\Delta f_R/\Delta f$ 甚小，当 $M=2$ 时，$P=0.9761$. 这表明用两个并列跟踪滤波器远远超过四个并列滤波器的效果.

最后，感谢郭兼善同志在写作本文过程中提出的宝贵意见.

参　考　文　献

[1] Earth Resources Technology Satellite 5 Data Collection System AD N70-34413. 1970.
[2] ARGOS Manual 1978.
[3] 概率论和数理统计. 复旦大学数学系编，1961 年.

MESSAGE COLLISION OF DATA COLLECTION SYSTEM AND IT'S COMPUTER SIMULATION

Sun Chuan-li

(*Institute of Space Physics, Academia Sinica*)

Abstract

Data collection system (DCS) is a telemetry instrument using satellite as a relay station for transmissing the earth environment data. DCS of near-earth satellites, such as that of landsat and Tiros-N, are all designed by means of the random access principle. For the design of the systems, the law of message collision which is concerned with the capacity of the systems is an important problem. In this paper, the theoretical representations which agree with the simulation results are given. Computation of probability of the message collision for various scheme are presented.