0254-6124/2011/31(6)-771–07 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Wang Yong, Lin Zhaoxiang, Yu Tao. An OI-based assimilation method of vertical ionospheric electron density profile over Xiamen. *Chin. J. Space Sci.*, 2011, **31**(6): 771-777

厦门电离层垂测仪电子浓度剖面最优插值同化的初步建立*

王 勇[1,2] 林兆祥[1] 余 涛[2]

1(中南民族大学电信学院 武汉 430074)

2(国家空间天气监测预警中心 北京 100081)

摘 要 最优插值 (Optimal Interpolation, OI) 同化是一种利用最小二乘法使分析误差方差极小化的方法. 提出并建立了一种电离层一维剖面最优插值的同化方法. 借鉴及参考气象的同化方法, 基于最优插值方法, 采用厦门电离层垂测仪 2009 年 6 至 8 月观测数据和一维电离层理论模式 (IGGCAS1D) 背景值来构建误差协方差, 并进行同化试验和分析预报. 结果表明方法可靠, 没有出现同化时背景数据与观测数据偏离较大的问题, 同化后所得结果与观测数据符合较好.

关键词 最优插值同化, 垂测仪, 同化试验, 分析预报

中图法分类号 P 352

An OI-based Assimilation Method of Vertical Ionospheric Electron Density Profile Over Xiamen

WANG Yong[1,2] LIN Zhaoxiang[1] YU Tao[2]

1(*College of Electronics and Information Engineering, South-Central University for Nationalities, Wuhan* 430074)

2(*National Center for Space Weather, Beijing* 100081)

Abstract By comparing the development of data assimilation in meteorology, Optimal Interpolation (OI) assimilation in one-dimension ionosphere is introduced. OI assimilation is a method that minimizes error variance of analysis by non-linear least-squares. Based on IGGCAS1D (Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences 1 Dimension) model and Xiamen digital ionosonde observations, OI assimilation has been validated by simulation experiments. The detailed information of observations is that, 11:00 UT 15 June, 11:00 UT 22 July, 11:15 UT 31 August, 2009, respectively. The results show that analysis conforms to observation even if the model background is far away from it and that OI assimilation is validated. After that, using one of the results from simulation experiments (11:15 UT, 31 August 2009), a residual prediction is introduced. The result

* 国家自然科学基金项目资助 (40974094)

2011-01-14 收到原稿, 2011-08-12 收到修定稿

E-mail: myci010@163.com

of residual prediction accords with observation very well. From the difference between prediction and observation, it can be concluded that the residual prediction is a worthy method to be verified in future.

Key words Optimal Interpolation (OI) assimilation, Ionosonde, Assimilation experiments, Residual prediction

1 引言

利用历史观测数据进行电离层经验预报是目前电离层预报的主要方法, 而电离层模式则是电离层物理研究的重要工具. 以上两种方法都有各自的缺陷. 基于数据的经验预报虽然简单可靠, 但其本质上只是一种利用观测数据进行简单外推的数学方法, 无法描述复杂多变的电离层状态. 立足于物理规律的模式由于对电离层物理过程理解的局限性, 存在计算方程简化及初值和边界条件难以确定等不足. 为了能够从有限的观测数据获得最佳的、科学的真实结果, 充分利用这两种信息, 引进了数据同化.

数据同化在气象及海洋等领域已经发展到将4 维变分和集合卡尔曼滤波业务化运行的阶段 [1−4], 其在电离层领域的研究及应用也已经有二十多年的历史. 美国犹他州立大学、南加州大学喷气动力实验室分别开发了基于卡尔曼滤波或者 4 维变分的全球同化电离层测量 (GAIM)[5−7] 以及全球电离层同化模型 (GAIM)[8]. Zhang 等 [9−10] 利用非线性最小二乘同化提取外驱动参量并分析了参量的相关性, Lei[11] 尝试通过最小二乘同化研究电离层暴时机制, Yue[12] 在最小二乘同化基础上初步建立了集合卡尔曼滤波同化.

尽管已经进行了很多相关研究, 电离层同化研究仍有很多待探索的问题. 本文借鉴气象领域同化研究经验, 尝试建立电离层最优插值同化方法, 并验证其有效性.

2 最优插值同化方法的建立

有研究认为, 对大气状态最好的估计 (分析) 是由先验的大气信息 (背景场) 结合观测值而获得的 [13]. 下面给出一个经典示例, 用已知相互独立的观测值和背景值 $y_{\rm o}$ 和 $X_{\rm b}$ 来确定标量真值 (例如, 电子浓度真值 $X_{\rm t}$) 的最佳估计, 即

$$X_{\rm a} = a_1 X_{\rm b} + a_2 y_{\rm o}. \tag{1}$$

其中, $X_{\rm a}$ 为分析值, $X_{\rm b}$ 为背景值, $y_{\rm o}$ 为观测值, a_1 和 a_2 为组合系数.

同化是根据估计准则找到最佳系数 a, 进而得到分析值的. 在最优同化法中, 分析场是背景场与最优权重加权的修正量之和, 最优权重由统计插值确定, 即

$$X_{\rm a} = X_{\rm b} + \boldsymbol{W}[y_{\rm o} - \boldsymbol{H}(X_{\rm b})]. \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{H}$ 为观测算子, $\boldsymbol{W}$ 则为权重矩阵 [13−14].

2.1 权重矩阵

在同化方法中, 权重系数是最重要的. 下面给出权重矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的具体表达形式:

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{H}^{\rm T}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{B}\boldsymbol{H}^{\rm T} + \boldsymbol{R})^{-1}. \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{B}$ 为背景误差协方差, $\boldsymbol{R}$ 为观测误差协方差, $\boldsymbol{H}$ 为观测算子, $\boldsymbol{H}^{\rm T}$ 为观测算子转置.

假设 $\boldsymbol{X}_{\rm a}$ 和 $\boldsymbol{X}_{\rm b}$ 是长度为 n 的矢量, $\boldsymbol{y}_{\rm o}$ 是长度为 m 的矢量, 则 $\boldsymbol{W}$ 就是维数为 $n \times m$ 的矩阵. $\boldsymbol{W}$ 的求解困难在于背景误差协方差 $\boldsymbol{B}$ 的构建以及矩阵求逆.

2.2 观测误差协方差矩阵

在气象领域的同化方法研究中一般假设不同位置上的测量误差是不相关的, 这里也采用这个假设. 因此, 利用厦门电离层垂测仪 2009 年部分观测数据构造出的 $\boldsymbol{R}$ 为对角矩阵, 其对角线上各元素为对应的观测误差, 非对角元素为零, 具体形式可表达为

$$R_{ij} = \begin{cases} \eta \times y_{\rm o}^i \times y_{\rm o}^j, & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \tag{4}$$

其中, R_{ij} 为观测误差协方差矩阵的各个元素, i 和 j 为观测点, $y_{\rm o}^i$ 为观测值, η 为拟合系数.

2.3 背景误差协方差矩阵

背景误差协方差矩阵 $\boldsymbol{B}$ 决定了对背景修正的尺

度和结构, 但 $\boldsymbol{B}$ 通常又恰恰是一个最难构建的误差协方差. 在气象学中, 背景误差协方差估计方法主要有: 观测资料较多时的观测余差方法 [15], 利用经验公式计算背景误差协方差的经验公式估计方法 [16], NMC (National Meteorological Center) 方法 [17], 集合预报方法, 误差协方差演变的诊断方程等. 在空间物理领域, 背景误差协方差估计方法主要有近似估计方法、集合预报方法等.

这里采用的是近似估计方法来构建背景误差协方差矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的. 首先, 统计分析观测误差及背景误差, 进而将背景误差与高斯相关的乘积近似为背景误差协方差.

(1) 观测误差

通常在数据同化时需要假设电子浓度的观测误差 (背景误差) 与观测值 (背景) 的平方成正比 [18], 图 1 表明了采用此假设的合理性. 利用厦门电离层垂测仪 2009 年部分观测数据进行观测误差与观测平方的线性拟合, 并给出拟合系数 η, 拟合结果见图 2. 这样即可通过观测数据近似得到观测误差. 因为这里采用的样本量有限, 所以这个拟合系数值得商榷.

(2) 背景误差

为简化计算, 提出背景误差大于观测误差的假定 (大多数情况下如此). 文中将背景误差与观测误差的比值 δ 取为 5 或 10 (此处 δ 的取值具有一定的主观性, 取两组值进行对照), 近似得到背景误差.

(3) 误差协方差

假定背景误差为高斯型分布, 相关系数

$$\rho_{ij} = \exp\Big(-\frac{r_{ij}^2}{2L^2}\Big),$$

其中, r_{ij} 为格点 i 和 j 的距离, L 为电离层电子浓度垂直相关距离, 将垂直相关距离 L 作为常数 [12]. 文献 [19] 电离层相关距离取值范围是 E 层到 F 层的 20~25 km 直到等离子体层的 500 km. 文献 [20] 利用非相干散射雷达的观测统计结果表明, 垂直相关距离从 200 km 高度的 75 km 增加到 600 km 高度的 240 km. 这里最优插值同化时取垂直相关距离 L 为 40 km.

(4) 背景误差协方差

假设背景误差各向同性, 背景误差协方差即可简单分解为背景误差与误差协方差的乘积.

基于上述假设, 利用最优插值方法构建的背景误差协方差矩阵各个元素可以表示为

$$B_{ij} = \delta\eta X_{\rm b}^i X_{\rm b}^j \exp\Big(-\frac{L_{ij}^2}{2L^2}\Big). \tag{5}$$

其中, 下标 i 和 j 为格点, δ 为背景误差相对观测误差的比值, η 为拟合系数, $X_{\rm b}^i$ 为背景值, L_{ij} 为 i 与 j 两点的距离, L 为垂直相关距离.

2.4　同化流程

最优插值同化过程可以简单分为以下三个部分.

(1) 观测数据选取和处理

选取和整理 2009 年 6 至 8月的厦门电离层垂测

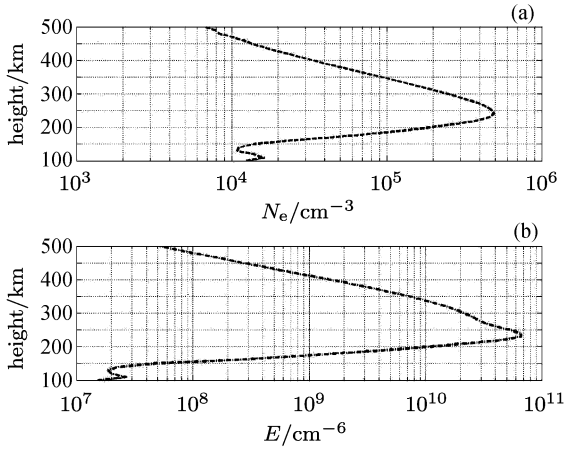


图 1　2009 年 7 月 1 至 31 日 11:00 UT 厦门电离层垂测仪观测电子浓度 ($N_{\rm e}$) 及误差 (E) 均值随高度的变化

Fig. 1　Altitude variations of statistical mean electron densities and errors of electron densities obtained by Xiamen ionosonde are plotted in the top and lower panels at about 11:00 UT in July 2009, respectively

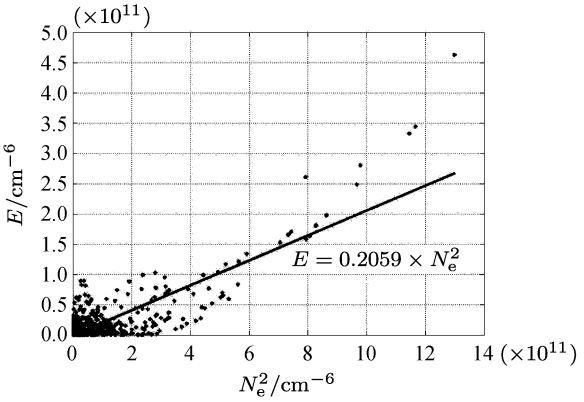


图 2　2009 年 7 月 1 至 31 日 11:00 UT 厦门电离层垂测仪观测误差 (E) 随对应电子浓度平方 ($N_{\rm e}^2$) 的变化及拟合曲线

Fig. 2　Errors are plotted against the square of the corresponding mean electron densities for all the altitudes obtained by Xiamen ionosonde at about 11:00 UT in July 2009

仪电子浓度剖面观测数据, 利用线性相关假设分别计算出 6 至 8 月的拟合系数 η. 因为只是同化试验, 所以这里只在三个月中分别选取了一天的某一时刻的观测数据.

(2) 背景值生成

将观测数据的时刻、位置等参数作为输入, 根据中低纬电离层理论模式, 得到相应的模式数据作为背景值. 模式使用的其他输入参数来自国家空间天气监测预警中心.

(3) 最优插值同化

将观测数据和背景数据分别按照上述方法构建观测误差协方差矩阵 $\boldsymbol{R}$ 和背景误差协方差矩阵 $\boldsymbol{B}$. 将其与观测数据、模式背景数据代入最优插值程序进行计算, 给出分析值.

3 同化试验

结合实际观测和理论模式进行最优插值同化试验. 利用理论模式给出背景数据, 将观测数据加入同化系统, 利用最优插值同化法, 直接调整背景数据, 使同化结果分析值向观测靠近. 这里采用厦门电离层垂测仪 2009 年观测到的电子浓度剖面作为观测值, 理论模式采用的是中国科学院地质与地球物理研究所开发的一维时变中低纬电离层耦合模式 (IGGCAS1D)[21−22].

图 3 给出了以厦门地区 2009 年 8 月 30 日至 9 月 2 日 10:30 UT 的观测数据为例, 观测与模式模拟电离层临界频率 (f_0F_2)、峰值高度 (h_mF_2) 逐日变化的比较. 从图 3 可以看出, 在 IGGCAS1D 模式运行 48 h, 时间步长 900 s 的情况下, 给出的 f_0F_2 和 h_mF_2 均与厦门电离层垂测仪的观测结果有不小的偏离. 为更好地利用理论模式, 需要利用观测数据来调整模式背景格点值, 这里采用的约束方法是数据同化, 即最优插值同化.

试验过程中特别挑选了观测高度大于 500 km[23] 的三天的数据, 具体时间分别为 2009 年 6 月 15 日 11:00 UT、7 月 22 日 11:00 UT、8 月 31 日 11:15 UT. 同化时进入计算的观测数据最大高度为 500 km, 而 500 km 以上未进入计算的观测数据则用来检验同化效果. 通过样本统计线性拟合, 给出拟合系数 η. 文中选用的倍数 δ 分别为 5 或 10, 这是因为观测数据更可信. 电离层垂直相关距离取为 40 km, 同时为了避免虚假相关, 高斯相关截断距离取为 70 km. 同化试验结果如图 4 所示.

从图 4 给出的结果分析, 在 100~500 km 高度范围内, 最优插值法很好地使分析向观测靠近. 在 100~150 km 之间, 观测与模拟值差别较大, 同化试验结果与观测结果出现一定程度的偏离, 有些甚至偏离

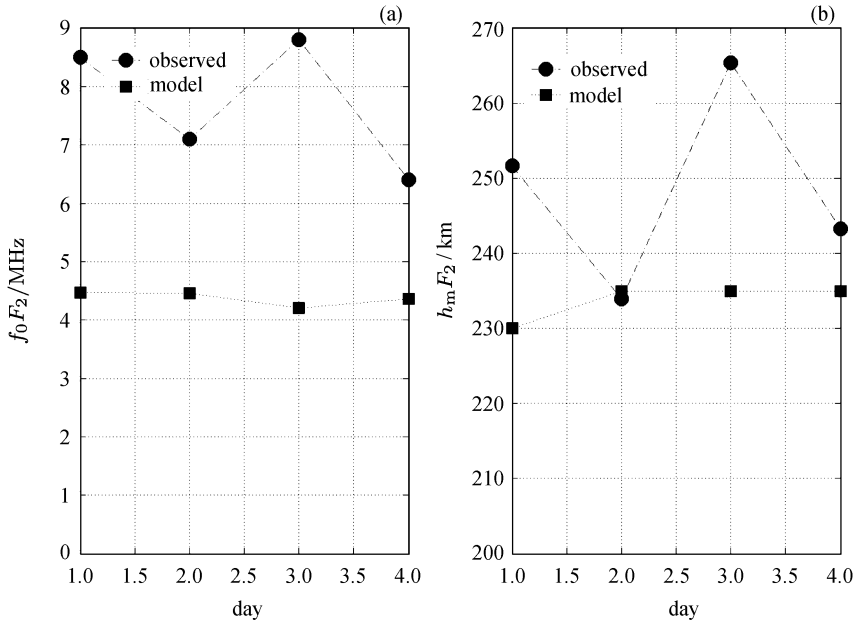


图 3 垂测仪观测与 IGGCAS1D 模式 f_0F_2 及 h_mF_2 逐日变化

Fig. 3 Comparison of f_0F_2 and h_mF_2 between ionosonde observations and IGGCAS1D simulations over Xiamen

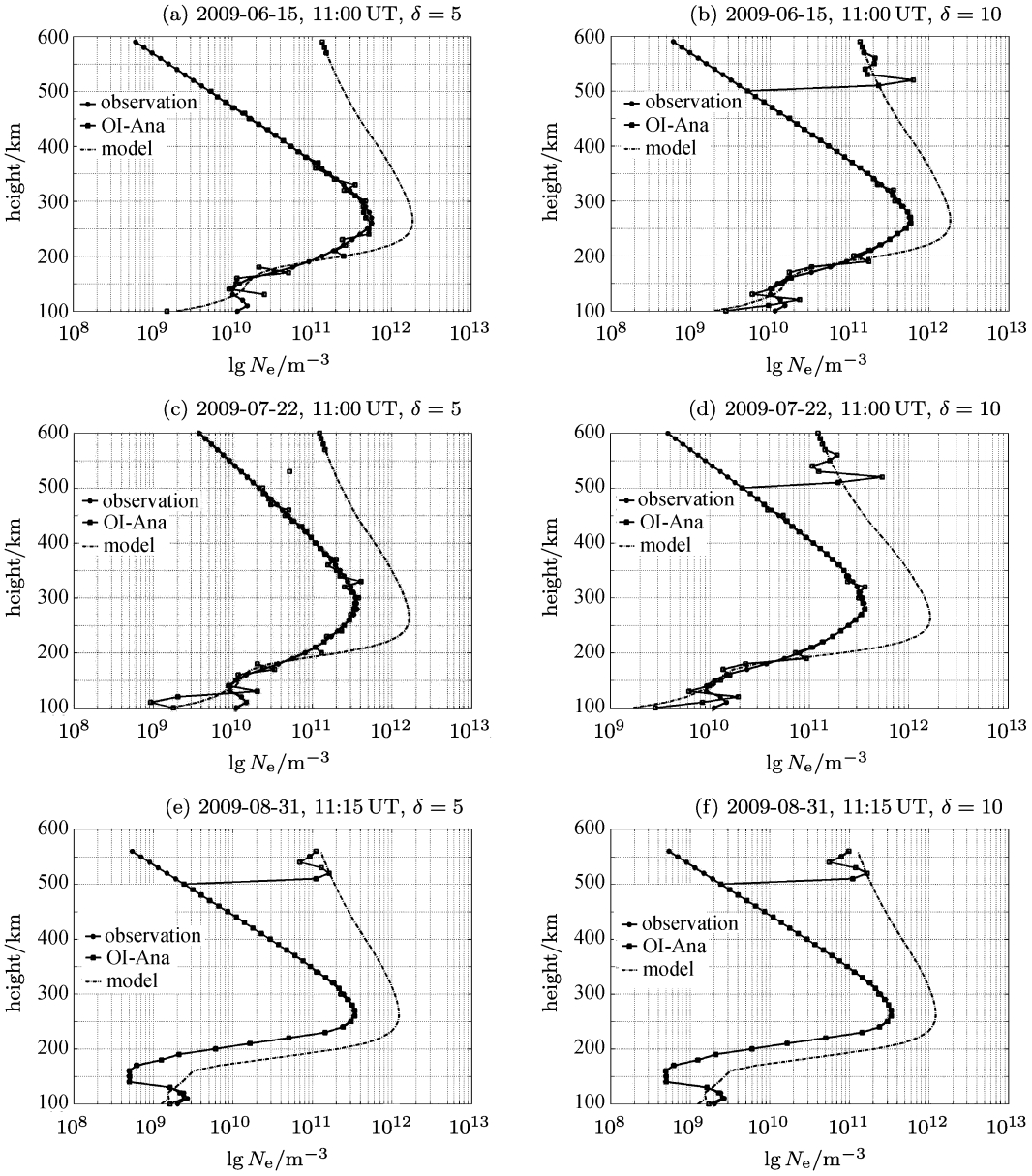


图 4　厦门电离层电子浓度剖面最优插值试验结果与观测及模拟结果的比较

Fig. 4　Observed, modeled, simulation assimilated electron density profile over Xiamen

较大, 但总体上看结果得到改善; 在 150~200 km 时, 同化效果明显改善, 分析较好地向观测靠近, 图 4(b) (d) 均有小幅震荡, 图 4(a) (c) 均出现了较大幅度的震荡; 在 200~500 km 范围内, 同化效果显著改善, 分析值与观测结果符合得很好, 图 4(a) 和图 4(c) 仍存在小幅度的震荡, 图 4(d) 也出现微小偏离.

4　分析预报

图 5 给出了基于同化试验和残差分析的电离层电子浓度剖面 15 min 的预报结果. 从图 5 可以看出, 尽管模式预报与观测结果具有相当大的偏离 (尤其是在 170 km 以上), 基于残差分析的分析预报与观

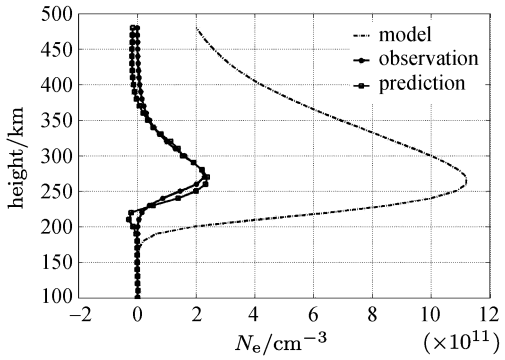


图 5 利用同化试验残差得到电离层电子浓度剖面 15 min 的分析预报值、模式预报值及观测值

Fig. 5 Observed, model, residual predict (15 min prediction by using residual from OI assimilation, square) electron density profile at about 11:30 UT on 31 August 2009 over Xiamen

测符合很好, 显著改善了模式预报. 残差分析的具体方法是, 计算并保留某时刻最优插值同化分析值与背景值的残差, 运行模式给出同一位置下一时刻 (如 15 min) 的模式预报值, 进而将残差与模式预报值相加作为分析预报值.

5 结果与讨论

同化试验结果验证了最优插值同化方法的有效性.

为了进一步验证同化系统, 在分析时没有采用 500 km 以上的观测数据. 这样处理是为了测试同化系统依靠电离层电子浓度垂直相关性传播观测的能力. 如图 4 所示, 在 500 km 以上, 分析值随高度增加逐步过渡到模式模拟值. 这充分说明了最优插值同化方法能将观测传播到缺乏的地方. 因为在 500 km 之上第 7 个格点进行了高斯相关截断处理, 所以分析值向背景数据的过渡阶段只有 7 个点. 这进一步说明了最优插值同化方法的有效性.

同化试验时, 背景误差与观测误差的比值 δ 取 5 和 10 两组进行比较. 结果显示, 分析值均向观测值靠近, 但 $\delta = 5$ 时分析值曲线出现一定程度甚至明显的不连续, $\delta = 10$ 时连续性相对较好, 图 4(a)~(d) 的对比可以说明此问题, 但图 4(e) (f) 的对比却得出不同结论. 据此可以认为, δ 的取值尚需深入讨论或采用更好的方法来构建背景误差协方差.

尽管研究结果验证了所构建的最优插值同化方法的有效性, 但在建立过程中采用的各种假设尚需进一步讨论. 在误差分布各向同性的情况下, 背景误差协方差才能简化为背景误差与协方差的乘积. 观测误差与观测的平方线性相关的假设是拟合系数存在的前提, 同时拟合系数的获取需要统计大量的样本, 这里仅统计了一个月的情况, 应该扩大样本量或采用更好的办法来进行同化试验.

本文提出的最优插值同化方法还不完善, 但其可以作为一个同化平台, 将观测电子浓度剖面数据加入同化系统, 并利用相关性调整一定经纬度范围内的电离层电子浓度剖面模式背景数据, 给出现报分析值. 另外, 还可以利用其残差进行分析预报. 进一步的研究方向是将最优插值同化方法不断改进、完善, 并应用于二维及集合卡尔曼滤波.

致谢 理论模式 IGGCAS1D 由中国科学院地质与地球物理研究所提供, 厦门电离层观测数据由国家空间天气监测预警中心提供.

参考文献

[1] Evensen G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics [J]. *J. Geophys. Res.*, 1994, **99**(C5):10 143-10 162

[2] Burgers G, Leeuwen van P J, Evensen G. Analysis scheme in the ensemble Kalman filter [J]. *Mon. Weather Rev.*, 1998, **126**:1719-1724

[3] Evensen G. The ensemble Kalman filter: theoretical formulation and practical implementation [J]. *Ocean Dyn.*, 2003, **53**:343-367

[4] Qin C J, Zhang L, Shao A M. An explicit four-dimensional variational data assimilation method [J]. *Sci. China Ser. D-Earth Sci.*, 2007, **50**(8):1232-1240

[5] Robert W S, Ludger S, Jan J S, *et al.* Global Assimilation of Ionospheric Measurement (GAIM) [J]. *Radio Sci.*, 2004, **39**(RS1S02):1-11

[6] Thompson D C, Scherliess L, Sojka J J, *et al.* The Utah State University Gauss-Markov Kalman filter of the ionosphere: The effect of slant TEC and electron density profile data on model fidelity [J]. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, 2006, **68**:947-958

[7] Scherliess L, Schunk R W, Sojka J J, *et al.* Utah State University Global Assimilation of ionospheric Measurements Gauss-Markov Kalman filter model of the ionospheric: Model description and validation [J]. *J. Geophys. Res.*, 2006, **111**(A11315):1-12

[8] Huang Cheng, Guo Peng, Hong Zhenjie, *et al.* Progress in

the study on GAIM assimilative ionospheric method [J]. *Prog. Astron.*, 2007, **22**(1):236-248. In Chinese (黄珹, 郭鹏, 洪振杰, 等. GAIM 电离层同化方法进展 [J]. 天文学进展, 2007, **22**(1):236-248)

[9] Zhang S R, William L O, Shoichiro F, *et al*. Extraction of solar and thermospheric information from the ionospheric electron density profile [J]. *J. Geophys. Res.*, 2001, **106**(A7):12 821-12 836

[10] Zhang S R, William L O, John M H, *et al*. Solar EUV flux, exospheric temperature and thermospheric wind inferred from incoherent scatter measurement of the electron density profile at Millstone Hill and Shigaraki [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 2002, **29**(9):721-724

[11] Lei Jiuhou. Modeling and Statistic Studies of Mid-Latitude Ionosphere [D]. Wuhan: Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, 2005. 80-99. In Chinese (雷久侯. 中纬电离层的统计分析与模式化研究 [D]. 武汉: 中国科学院武汉物理与数学研究所, 2005. 80-99)

[12] Yue Xinan. Modeling and Data Assimilation of Mid- and Low-Latitude Ionosphere [D]. Beijing: Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 2008. 184-209. In Chinese (乐新安. 中低纬电离层模拟与数据同化研究 [D]. 北京: 中国科学院地质与地球物理研究所, 2008. 184-209)

[13] Eugenia K. Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability [M]. Beijing: China Meteorological Press, 2005. 115-171. In Chinese (Eugenia K. 大气模式、资料同化和可预报性 [M]. 气象出版社, 2005. 115-171)

[14] Zou Xiaolei. Data Assimilation Theory and its Application(I) [M]. Beijing: China Meteorological Press, 2009. 14-20. In Chinese (邹晓蕾. 资料同化理论和应用 (上册) [M]. 气象出版社, 2009. 14-20)

[15] Zhuang Zhaorong. Study of the Statistical Structure of Background Errors and its Impact on 3D-Var [D]. Beijing: Chinese Academy of Meteorological Sciences, 2004. 23-29. In Chinese (庄照荣. 背景场误差的结构特征及其对三维变分同化影响的研究 [D]. 北京: 中国气象科学研究院, 2004. 23-29)

[16] Derber J, Rosati A. A global oceanic data assimilation system [J]. *J. Phys. Ocean.*, 1989, **19**:1333-1347

[17] Parrish D, Derber J. The national meteorological center spectral statistical interpolation analysis [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 1992, **120**:1747-1763

[18] Angling M J, Cannon S L. Assimilation of radio occultation measurements into background ionospheric model [J]. *Radio Sci.*, 2004, **39**(RS1S08):1-9

[19] Bust G S, Garner T W, Gaussiran T L. Ionospheric data assimilation Three-Dimensional(IDA3D): A global, multisensory, electron density specification algorithm [J]. *J. Geophys. Res.*, 2004, **109**(A11312):1-14

[20] Yue X A, Wan W X, Liu L B, *et al*. Statistical analysis on spatial correlation of ionospheric day-to-day variability by using GPS and Incoherent Scatter Radar observation [J]. *Ann. Geophys.*, 2007, **25**:1815-1825

[21] Zhang Shunrong. The Time-Dependent Theoretical Model for the Mid-Latitude Ionosphere and its Applications in the Study of the Ionospheric Morphology and Mechanism [D]. Wuhan: Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, 1995. 8-20. In Chinese (张顺荣. 中纬电离层结构的时变理论模式及其在电离层形态与机制研究上的运用 [D]. 武汉: 中国科学院武汉物理所, 1995. 8-20)

[22] Zhu Minghua. A Theoretical Model of the Middle-Latitude Ionosphere and its Application [D]. Qingdao: China Research Institute of Radio Wave Propagation, 1996. 6-27. In Chinese (朱明华. 中纬电离层理论模式及其运用 [D]. 青岛: 中国电波传播研究所, 1996. 6-27)

[23] Huang X Q, Bodo W R, Dieter B, *et al*. Electron density profiles of the topside ionosphere [J]. *Ann. Geophys.*, 2002, **45**(1):125-130