

重力卫星高精度测距系统观测量的 降速率滤波算法*

刘 玄¹ 杨珊珊¹ 臧荣春²

1(中国空间技术研究院西安分院 西安 710100)

2(航天东方红卫星公司 北京 100094)

摘 要 在卫星时频传递、矢量测量技术领域,有效观测数据的高精度滤波处理十分重要,其基本要求是在保留有效观测信息的同时能够降低噪声干扰,实现原始信息的高效、高精度传递。以中国地球重力场测量卫星高精度测距系统的工程研制为背景,为实现高频噪声抑制、保留低频重力场信息,基于对 FIR 滤波器结构的优化和窗函数的改进,提出了一种对 10 Hz 采样率的原始测距数据降速率、降噪滤波的算法。相比其他类似算法,所提方法同时具备降速率滤波和差分运算两种功能,噪声抑制抑制制度优于 44%,且频率截止特性陡峭,第一旁瓣抑制制度达到 -94 dB。该算法在提高测距精度、充分保留重力场信息的同时,实现了地面数据后处理流程的简化,为微波测量系统、激光测量系统的数据处理提供了一种优选方案。

关键词 重力场卫星, 卫星测距, 降速率滤波, 差分运算, 速度和加速度

中图分类号 V556

Research on the Down-rate Filtering Method for Observations of Precision Ranging System of Gravity Satellite

LIU Xuan¹ YANG Shanshan¹ ZANG Rongchun²

1(Xi'an Branch of China Academy of Space Technology, Xi'an 710100)

2(Aerospace Dongfanghong Satellite Company, Beijing 100094)

Abstract In the field of satellite time-frequency transfer and vector measurement technology, high-precision filtering of observations is very important. The basic requirement is to reduce noise interference while retaining effective observation information, and to achieve efficient and high-precision trans-

* 航天创新基金项目资助 (21GFH-HT01-36)

2022-03-18 收到原稿, 2022-11-13 收到修定稿

E-mail: liuxuan0229@qq.com

mission of original information. In the development of high-precision ranging system for China's earth gravity satellite, based on optimization of the FIR filter structure and improvement of the window function, a rate-down filtering algorithm for 10Hz raw ranging data is proposed in order to achieve high-frequency noise suppression and retain low-frequency gravity field information. CEDF for short, this algorithm has the operation efficiency of convolution, extraction and difference. Compared with other similar algorithms, the proposed method has the functions of both deceleration filtering and difference calculation, the noise suppression suppression degree is better than 44%, and the frequency cutoff characteristic is steep, and the suppression degree of the first side lobe reaches -94 dB. The algorithm not only improves the ranging accuracy and fully retains the information of gravity field, but also simplifies the post-processing process of ground data, and provides an optimal scheme for the data processing of microwave measurement system and laser measurement system. CEDF algorithm plays an important role in the engineering development of Earth gravity detection satellites in China and provides an effective means for the efficiency evaluation of loads.

Key words Gravity satellite, Satellite ranging, Fall rate filtering, Difference operations, Velocity and acceleration

0 引言

基于低轨卫星跟踪低轨卫星技术的(简称低低跟踪)地球重力场测量卫星系统的主要使命是,快速获取全球中长波重力场数据,反演高精度地球重力场模型,测定全球时变重力场。K波段测距仪(K Band Ranging, KBR)是重力场卫星的核心载荷,主要功能是以微米量级的精度测量两颗卫星 KBR 天线相位中心之间的距离变化,提供了反演地球重力场的主要观测数据^[1]。地球重力场信息分布在 0.1~0.0001 Hz,属于极低频的信息,而 KBR 系统输出测量数据速率为 10 Hz。为了降低 KBR 测量高频噪声、满足重力场测量频带需求,需要对 10 Hz 测距数据进行降速率滤波,同时实现一次和二次距离变率的提取,利于重力场解算的应用。

典型的降速抽取滤波算法,例如 CIC 抽取滤波器,广泛应用在实时信号处理领域。Tian 等^[2]和 Luo 等^[3]论述了选择合适的抽取滤波器可以使得效率和资源达到最佳的平衡,并给出一种 CIC 滤波器应用实例。Chen 等^[4]提出了一种数字滤波器前置插值器和后置重排器的级联结构,在时域和频域两方面分析了该级联结构下滤波器的效能。Zhang 等^[5]总结了 FIR 滤波器的特点,通过实例验证了滤波器的效能,并提出 FIR 滤波器的扩展结构。Yuan 等^[6]系统性描述了分数导数与数字微分器设计的方法,为离散

系统降噪和差分滤波器设计提供了参考。

本文算法框架基于经典 FIR 滤波器及对地球重力场信息和 KBR 数据特点的分析,通过优化设计滤波阶数、截止频带以及窗函数,综合差分运算器结构,提出了一种结合抽取降速率、差分运算的卷积滤波器,即 CEDF 滤波器(Convolution Extract Differential Filter)。进而根据 CEDF 滤波器的理论基础和设计过程,仿真分析了滤波器的有效性,基于 KBR 载荷地面实测数据,对几种滤波器的降噪性能进行对比,对 CEDF 算法的差分运算功能和性能进行实测验证,表明了算法的有效性。

1 算法理论

1.1 FIR 滤波器

FIR 滤波器又称有限长单位冲激响应滤波器。带有常系数的 FIR 滤波器是一种 LTI(线性时不变)数字滤波器。长度为 N 的 FIR 输出对应输入时间序列 $x(n)$ 的关系由一种有限卷积和的形式给出。

一个 $N-1$ 阶的 FIR 滤波器,有 N 个抽头(系数),由 N 个乘法器和 $N-1$ 个累加器组成,其表达式为

$$y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a(n)x(k-n), \quad k=0,1,\dots \quad (1)$$

FIR 数字滤波器的冲激响应只能延续一定时间,

其卷积和是一个有限和, 仅涉及乘与加的基本操作。由于 FIR 具有良好的扩展性, 可通过精确设计, 使其在整个频率范围内均能够提供精确的线性相位^[7]。因此, 在很多应用情况下, FIR 滤波器成为新型滤波器设计的首选基础结构, FIR 滤波器的基本结构如图 1 所示。

1.2 CEDF 滤波器

对于重力卫星 KBR 测距值而言, 其标称数据速率为 10 Hz。地面数据后处理系统需要一种处理方法, 能够降速降噪提取出距离、速度以及加速度数据, 并按需保留地球重力场信息。因此, 需要严格设计滤波器在频率域的性能表现, 尤其是抗混叠效能。根据地球重力场球谐系数的估计理论, 球谐系数的估计方法实质上是从相关直接观测量(例如星间距离观测量)提取各个单音频率幅度值的总和, 这些频率数值代表特定的地球重力场谐波信息^[8]。因此, 所得谐波系数的估计误差将由对应单音频率的噪声决定。据此可知, 球谐系数的估计过程有深度的频率关联特性, 数字滤波算法的性能应在频率域上着重分析, 需考虑所有的噪声混叠进入重力场的信号频带内。根据重力场反演相关理论, 对于 100×100 阶的地球重力场模型系数, KBR 观测数据的有效带宽约 $0.1 \sim 18$ mHz; 对于 200×200 阶模型系数, 带宽约 $0.1 \sim 36$ mHz^[9-10]。由于重力场模型球谐系数是幅度量, 对于 KBR 观测量, 滤波算法的一个重要需求是在有效信号带宽内尽可能减小幅频失真。

在频域内, 滤波器旁瓣需要能够抑制带外噪声, 使噪声不能进入重力场信号带内, 因此滤波器频率响应必须有足够小的旁瓣。对于重力场模型, 最大的谐波分量为 J2 项(重力信号的谐波分量, 频率近似为 0.37 mHz), 其旁瓣抑制度需 ≤ -70 dB^[11]。

1.2.1 结构设计

基于式(1), CEDF 数字低通滤波器时域可以表达为如下形式:

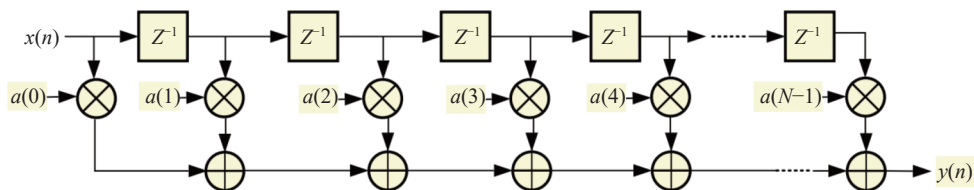


图 1 FIR 滤波器的基本结构

Fig. 1 Basic structure of FIR filter

$$R_i^{\text{out}} = \sum_{n=-N_h}^{N_h} F_n R_{i-n}^{\text{raw}}, \quad (2)$$

$$\dot{R}_i^{\text{out}} = \sum_{n=-N_h}^{N_h} \dot{F}_n R_{i-n}^{\text{raw}}, \quad (3)$$

$$\ddot{R}_i^{\text{out}} = \sum_{n=-N_h}^{N_h} \ddot{F}_n R_{i-n}^{\text{raw}}. \quad (4)$$

其中, R_i^{raw} 为采样率 10 Hz 的原始距离测量值输入数据; $F_n, \dot{F}_n, \ddot{F}_n$ 分别为用于产生距离、速度和加速度测量值的滤波器系数, 即窗函数; $N_h = (N_f - 1)/2$ 为积分点数, $N_f = f_s \times T_f$; $T_f = 70.7$ s 为滤波器时域宽度; $f_s = 10$ Hz 为原始数据采样率; $R_i^{\text{out}}, \dot{R}_i^{\text{out}}, \ddot{R}_i^{\text{out}}$ 为采样率 0.2 Hz(频域表征 0.1 Hz)的输出数据, 分别表示距离、速度和加速度。

1.2.2 窗函数设计

一般情况下, 幅频响应为矩形的滤波器是最理想的。理论上, 只要 Sa 函数($\sin x/x$)无限长, 可以通过在时域内将一个信号与 Sa 函数做卷积运算实现所需滤波处理。而实际情况往往是 Sa 函数被限定在一个可实现易于处理的时域长度内, 这种截断一般通过加窗函数来实现^[12,13]。

F_n 可以形象地看成是从矩形窗口看到的一段 $F_d(n)$ 序列, 有限长序列代替无限长序列会产生通带和阻带内的波动。为了缓和这种矛盾, CEDF 算法采用在时域内矩形窗函数逐个相乘的方案。从时域分析, 该方法的优点就是滤波器的主瓣宽度和旁瓣幅度计算简单。从频域分析, 利用傅里叶变换的微分性质, 在时域内对函数求一阶导数(产生速度测量值)和二阶导数(产生加速度测量值), 在频域内就是分别乘以 $-2\pi f$ 和 $-(2\pi f)^2$ 。CEDF 滤波器可以按需选择矩形窗函数自身卷积的次数, 定义为 N_c 。由于矩形窗函数在频域内有 $\sin x/x$ 的傅里叶变换形式, 则由卷积定理可知

$$f_1(t) * f_2(t) * \dots * f_N(t) \leftrightarrow F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) \cdot \dots \cdot F_N(\omega). \quad (5)$$

据此, 一个时域内自身卷积 N 次的矩形窗函数的频域响应是 $(\sin x/x)^N$ 的形式。随着自身卷积次数 N_c 的增加, 窗函数傅里叶变换的旁瓣幅度迅速降低, 当 $N_c = 7$ 时, 第一旁瓣和第二旁瓣幅度衰减量相对于主瓣分别为 $(2/3\pi)^{N_c}$ (约 -94 dB) 和 $(2/5\pi)^{N_c}$ (约 -125 dB), 即可以满足保留重力场有效信息的需求。

1.2.3 算法表达

基于以上结构和窗函数的设计分析, 可以给出 CEDF 算法的具体表达式。滤波器系数

$$F_n = \frac{1}{F^{\text{norm}}} \sum_{k=-N_h}^{N_h} H_K \cos\left(\frac{2\pi kn}{N_f}\right), \quad |n| \leq N_h. \quad (6)$$

归一化因子

$$F^{\text{norm}} = \sum_{i=-N_h}^{N_h} \left[\cos\left(\frac{2\pi f_0 i}{f_s}\right) \sum_{k=-N_h}^{N_h} H_K \cos\left(\frac{2\pi kn}{N_f}\right) \right]. \quad (7)$$

其中, $f_0 = 0.37$ mHz 为地球重力场 J2 信号频率。非归一化频率响应

$$H_K = \sum_{m=-N_B}^{N_B} \left\{ \frac{\sin[\pi(k-m)/N_c]}{\sin[\pi(k-m)/N_f]} \right\}^{N_c}. \quad (8)$$

为适应 KBR 数据处理, 对各参数值进行如下定义。

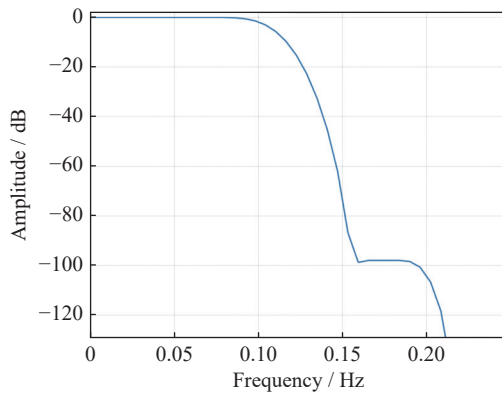
n : 输入滤波器的待滤波采样点序号。

N_h : $(N_f - 1)/2$ 。

N_c : 卷积次数, 优选 7, 面向 0.1 Hz 截止带宽。

N_f : 滤波器时域点数 (奇整数), 优选 707, 面向 0.1 Hz 截止带宽。

T_R : 单个窗的时域长度 10.1 s。 $T_R = T_f/N_c$,



$T_f = 70.7$ s。

N_R : 单个窗内的数据点个数 100, 录入数据时长 10 s, $N_R = N_f/N_c$ 。

N_B : BT_f , $B=0.1$ Hz (重力场信号截止带宽)。

f_s : 原始数据采样率, 为 10 Hz。

据此, 产生速度和加速度数据的滤波器系数如下:

$$\dot{F}_n = \frac{1}{F^{\text{norm}}} \sum_{k=-N_h}^{N_h} -(2\pi k/T_f) H_K \sin\left(\frac{2\pi kn}{N_f}\right), \quad (9)$$

$$\ddot{F}_n = \frac{1}{F^{\text{norm}}} \sum_{k=-N_h}^{N_h} -(2\pi k/T_f)^2 H_K \cos\left(\frac{2\pi kn}{N_f}\right). \quad (10)$$

1.2.4 仿真分析

理论分析得出的卷积次数 7 是适应 KBR 数据处理及后续重力场反演的, 仿真分析 CEDF-7 滤波器的时域和频域特性, 如图 2~3 所示。

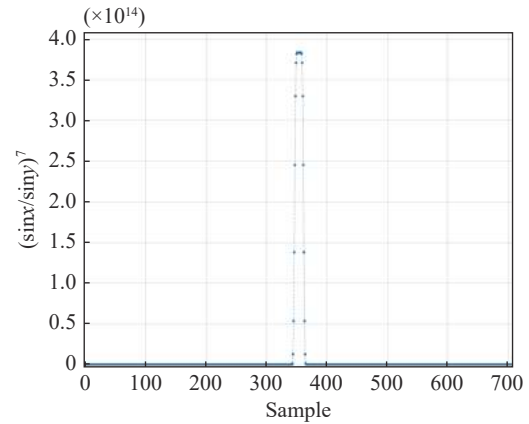


图 2 CEDF-7 传递函数频率响应的时域曲线

Fig. 2 CEDF-7 transfer function time domain curve

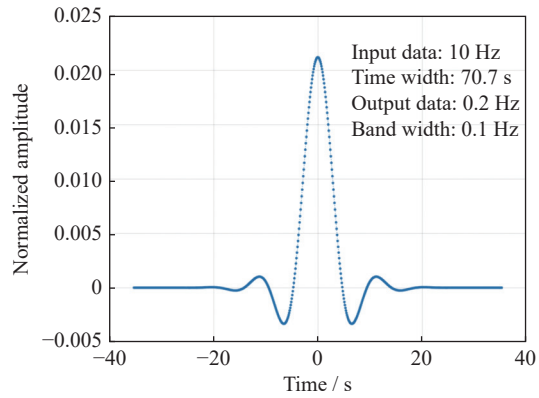


图 3 卷积 7 次的 CEDF 测距滤波器频域响应 (a) 及时域特性 (b)

Fig. 3 Frequency domain response (a) and time domain characteristics (b) of the CEDF ranging filter with 7 convolutions

2 降速滤波验证对比

2.1 静态数据分析

对 CEDF 算法的滤波降噪性能进行实试验证, 搭建了 KBR 测试系统^[14, 15], 选择 KBR 地面测试的某组静态数据进行分析。测试参数列于表 1, 原始 10 Hz 测距曲线如图 4 所示。本组测试中, 双星之间距离未发生变化, 均放置在稳定的隔振平台上, 因而

表 1 载荷数据生成参数

Table 1 Parameter configuration of payload test

卫星号	星间距离/ km	载噪比/ (dB·Hz)	测试时长/ h	原数据速率/ Hz
KBR-A	220	80	7	10
KBR-B	220	80	7	10

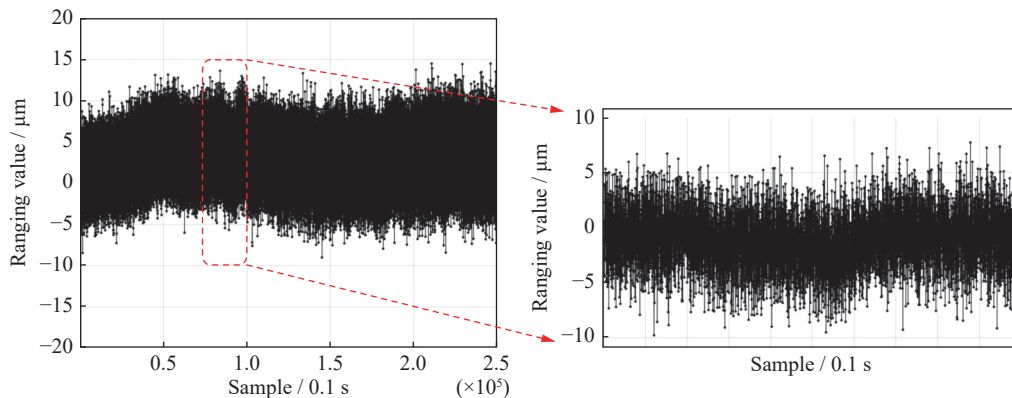


图 4 KBR 系统静态测试距离曲线 (局部曲线呈现白噪声、闪烁噪声和随机游走噪声三种特征)

Fig. 4 Static range curve of KBR system (local curve presents three characteristics: white noise, flicker noise and random walk noise)

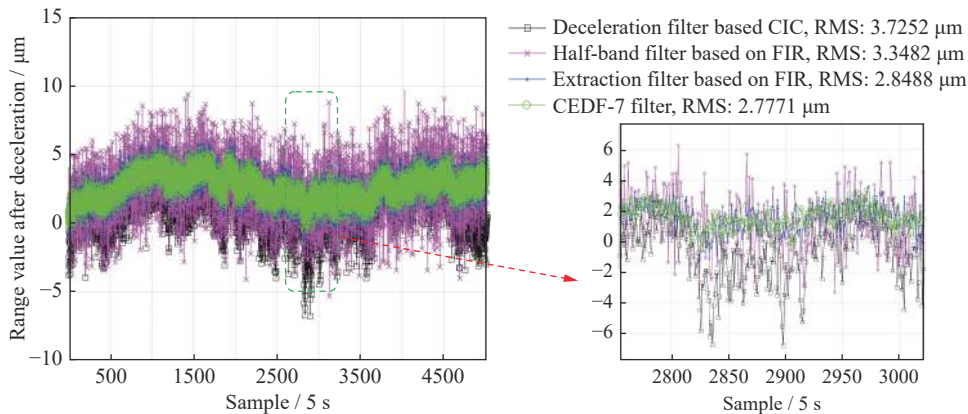


图 5 滤波器降噪性能时域对比 (静态数据)

Fig. 5 Time-domain comparison of filter noise reduction performance (using static data)

图 5 中呈现出的绝大部分数据特征代表了 KBR 测距系统的底噪。噪声成分主要包括白噪声(随机特性)、振荡器相位噪声(随机游走和闪烁噪声), 少部分为时标误差和环境噪声, 这组结果代表了 KBR 的典型噪声特性, 适合用于考核滤波器的综合性能。

为了显示 CEDF 算法对 KBR 测距数据降速滤波的性能, 选取 CIC 抽取滤波、基于 FIR 的半带滤波^[16]、基于 FIR 的降速滤波^[17]三种方法对该组测距数据进行处理, 滤波器参数见表 2。

图 5 给出 4 种滤波器对测距数据降噪降速滤波的性能对比。从曲线上看, CEDF 滤波器和基于 FIR 的降速滤波器性能最好, 保留原始曲线中长期特性的同时降低了高频噪声, 噪声 RMS 统计值比较小。CIC 滤波器和半带滤波器的噪声比较大, 其中半带滤波器输出曲线整体特性与原曲线相似, 而 CIC 的输出

有畸变。图 6 是 4 组滤波数据的频域功率谱对比。可以明显看出, CEDF 输出的整体噪声幅度是最低的, 半带滤波器输出噪声幅度最高。在低频区域, 除 CIC 滤波器之外, 其余三种的特性表现比较一致, 对低频信息保留得比较充足, CIC 滤波器对低频信息有明显抑制。

2.2 动态数据分析

Liu 等^[14, 15]搭建了 KBR 地面动态测试系统, 获取 2 组动态测距数据, 参数列于表 3。时域降速滤波结果对比如图 7 所示。4 种滤波器均能够完成降噪降速滤波处理, 整体的动态性能相当。从局部分析, CEDF 滤波器的噪声幅度依然是最小的。

3 速度与加速度导出

根据前述理论, 利用傅里叶变换的微分性质, 在时域内对函数求一阶导数(产生速度测量值)和二阶导数(产生加速度测量值), 在频域内就是分别乘以 $-2\pi f$ 和 $-(2\pi f)^2$ 。对比现有降速抽取滤波器, CEDF 滤波器基于其结构优势, 能够在降噪、降速处理的同时, 一次运算即可获取速度、加速度导出量, 并且导出数据同时经过了降速和降噪处理, 这是其显著的特点, 其时域特性如图 8 所示。图 9 对往复动态测距数据进行处理, 结果显示速度和加速度结果正确, 精度较高。

表 2 参与对比的滤波器参数
Table 2 Filter parameters involved in the comparison

滤波器名称	阶数/抽取因子	截止带宽/Hz	第一旁瓣幅度衰减量/dB	噪声抑制度/(%)
CIC滤波器	50(抽取因子)	0.1	-80	25.4
基于FIR半带滤波器	32阶	0.1	-85	33.0
基于FIR降速抽取滤波器	50(抽取因子)	0.1	-91	43.0
CEDF滤波器	7阶	0.1	-94	44.4

注 参考图3和4, 噪声抑制度为 $[1 - (\text{RMS})_{0.2 \text{ Hz}} / (\text{RMS})_{10 \text{ Hz}}] \times 100\%$ 。

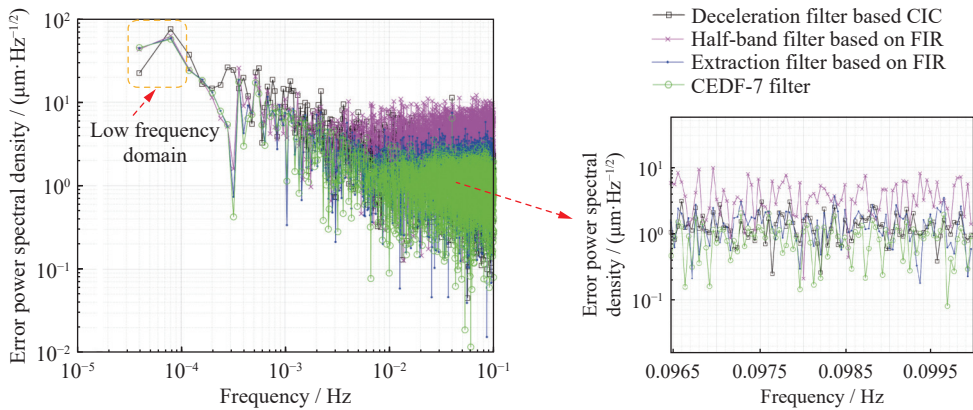


图 6 滤波器降噪性能频域对比
Fig. 6 Frequency domain comparison of filter noise reduction performance

表 3 星间运动参数
Table 3 Inter-satellite motion parameters

运动工况	步进/mm	幅度/mm	速度/(mm·s ⁻¹)	加速度/(mm·s ⁻²)
单向阶梯运动	0.1	0.9	0.01	0.001
双向往返运动	5	5	0.1	0.01

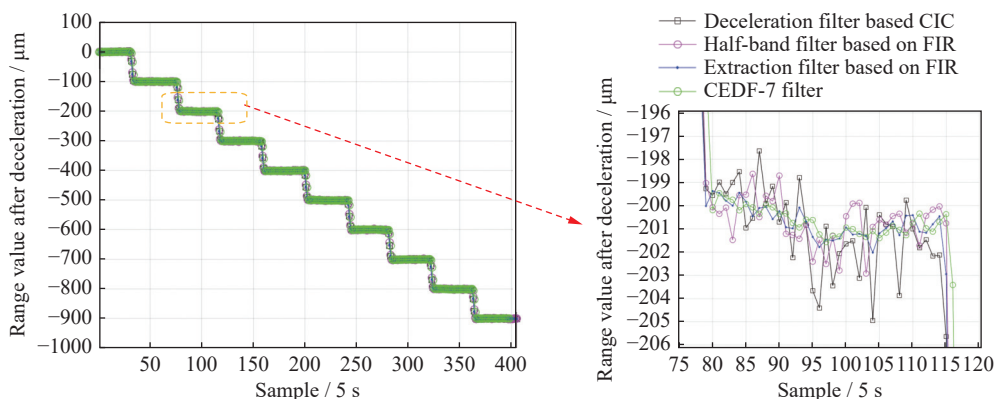


图7 滤波器降噪性能时域比对(动态数据)

Fig. 7 Time-domain comparison of filter noise reduction performance (using dynamic data)

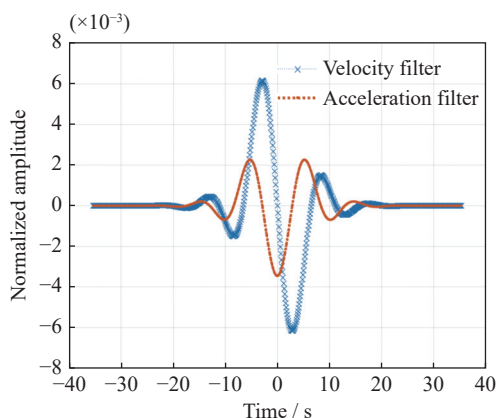


图8 卷积7次的CEDF速度滤波器和加速度滤波器时域特性

Fig. 8 Time-domain characteristics of CEDF velocity filter and acceleration filter with 7th convolution

4 结语

针对中国重力测量卫星的实际工程需求,对KBR高精度星间测距系统的原始距离观测量的降速、降噪算法以及速度、加速度导出方法进行了系统研究。在借鉴以往相关算法优点的基础上,通过对重力场信息分量的研究,基于FIR滤波器基本架构,提出了一种卷积运算与差分运算相结合的CEDF滤波算法。该滤波器结构形式简单,计算量小,可并行产生距离、速度和加速度三种观测量,同时完成降速率、降噪滤波运算。该滤波器具有陡峭的频域特性,在所需带宽内极大地降低噪声混叠,能够保留足够的低频重力场信息,满足高阶(目标为120阶)地球引力位系数的模拟需求。经与相关同类算法的对比

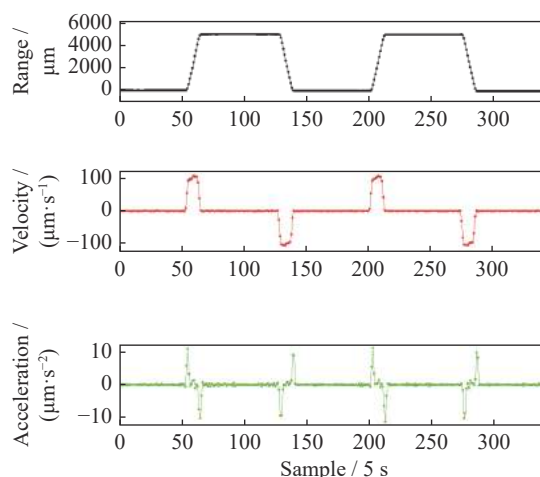


图9 CEDF滤波器提取距离、速度和加速度的观测量实例

Fig. 9 Example of CEDF filter to extract range, velocity and acceleration observations

分析,该算法从功能和性能上均具有一定优势,有较强的工程意义。CEDF算法是首次提出面向中国重力测量卫星应用的微米量级精度测量数据降噪滤波处理方案,可为重力场卫星在轨数据的后处理提供参考。

参考文献

- [1] XU Houze, ZHOU Xuhua, PENG Bibo. Satellite gravity measurement[J]. *Geospatial Information*, 2005, 3(1): 1-3 (许厚泽, 周旭华, 彭碧波. 卫星重力测量[J]. *地理空间信息*, 2005, 3(1): 1-3)
- [2] TIAN Yuanyuan, LIU Bingtai, LI Daquan, et al. Study and comparison on integrate and dump filters and cascaded integrator-comb filters applied in decimation[J].

- Measurement & Control Technology*, 2015, **34**(2): 140-143 (田园园, 刘丙太, 李大全, 等. 积分清零与积分梳状滤波器在抽取滤波中的应用研究[J]. *测控技术*, 2015, **34**(2): 140-143)
- [3] LUO Qiang, LIU Jingyuan. Simulation and implementation of modified CIC filter in high-speed data transmission [J]. *Communications Technology*, 2020, **53**(8): 1869-1872 (罗强, 刘景元. 高速数传中改进的CIC滤波器的仿真与实现[J]. *通信技术*, 2020, **53**(8): 1869-1872)
- [4] CHEN Shaorong, ZHANG Zhenyu, ZHU Xingtao, *et al.* Digital filter for implementing cut-off frequency conversion [J]. *Communications Technology*, 2020, **53**(6): 1345-1351 (陈绍荣, 张振宇, 朱行涛, 等. 一种实现截止频率变换的数字滤波器[J]. *通信技术*, 2020, **53**(6): 1345-1351)
- [5] ZHANG Jianwei, ZHAN Xuemei. Design and implementation of FIR digital filter[J]. *Radio Engineering*, 2010, **40**(6): 54-56 (张建伟, 展雪梅. FIR数字滤波器的设计与实现[J]. *无线电工程*, 2010, **40**(6): 54-56)
- [6] YUAN Xiao, ZHANG Hongyu, YU Juebang. Fractional-order derivative and design of fractional Digital differentiators[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, **32**(10): 1658-1665 (袁晓, 张红雨, 虞厥邦. 分数导数与数字微分器设计[J]. *电子学报*, 2004, **32**(10): 1658-1665)
- [7] ZHONG Yanqing, YAN Yuepen, MENG Zhen, *et al.* Two-dimensional non-recursive design method of low-cost FIR filter[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, **53**(6): 171-176, 191 (钟燕清, 阎跃鹏, 孟真, 等. 二维非递归的低成本FIR滤波器设计方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2021, **53**(6): 171-176, 191)
- [8] WU Tingtao, ZHENG Wei, YIN Wenjie, *et al.* Review of earth's gravity field model and application from satellite [J]. *Science Technology and Engineering*, 2020, **20**(25): 10117-10132 (吴庭涛, 郑伟, 尹文杰, 等. 地球卫星重力场模型及其应用研究进展[J]. *科学技术与工程*, 2020, **20**(25): 10117-10132)
- [9] KIM J, TAPLEY B D. Simulation of dual one-way ranging measurements[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2003, **40**(3): 419-425
- [10] WANG Zhengtao. Theory and methodology of earth gravity field recovery by satellite-to-satellite tracking data[D]. Wuhan: Wuhan University, 2005 (王正涛. 卫星跟踪卫星测量确定地球重力场的理论与方法[D]. 武汉: 武汉大学, 2005)
- [11] KANG Kaixuan, LI Hui, WU Yunlong, *et al.* Demonstration on the design of filter indexes of inter-satellite high accuracy ranging system for gravity satellite[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2012, **55**(10): 3240-3247 (康开轩, 李辉, 吴云龙, 等. 重力卫星精密星间测距系统滤波器技术指标论证[J]. *地球物理学报*, 2012, **55**(10): 3240-3247)
- [12] YANG Yixin, SUN Chao. On adaptively obtaining optimum cost functions in designing FIR (finite impulse response) digital filters[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2002, **20**(4): 554-558 (杨益新, 孙超. 一种改进的FIR数字滤波器自适应设计方法[J]. *西北工业大学学报*, 2002, **20**(4): 554-558)
- [13] GUO Min, GAO Junhao. Research on FIR filter technology based on window function method[J]. *Digital Communication World*, 2020(9): 6-8, 35 (郭敏, 高俊浩. 基于窗函数法设计FIR滤波器技术研究[J]. *数字通信世界*, 2020(9): 6-8, 35)
- [14] LIU X, WANG D F, ZHONG X W, *et al.* Research on the inversion method of USO frequency stability joining GNSS and inter-satellite distance measurement[M]//SUN J D, LIU J N, FAN S W, *et al.* China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2016 Proceedings: Volume III. Singapore: Springer, 2016: 3-13
- [15] LIU X, ZHONG X W, XUE D L, *et al.* Research progress of inter-satellite precision measurement and time-frequency synchronization technology based on USO[M]//YANG C F, XIE J. China Satellite Navigation Conference (CSNC 2021) Proceedings. Singapore: Springer, 2021: 118-127
- [16] REN Yanniu, QING Xiaoqu. Simplified structure and simulation research of FIR half-band filter[J]. *Ordnance Industry Automation*, 2013, **32**(3): 53-56 (任堰牛, 青小渠. FIR半带滤波器的简化结构及其仿真研究[J]. *兵工自动化*, 2013, **32**(3): 53-56)
- [17] LI Jiahui, ZHOU Jinzhi. Implementing structure of decimation filter[J]. *Information and Electronic Engineering*, 2006, **4**(4): 296-300 (李家会, 周金治. 抽取滤波器的实现结构研究[J]. *信息与电子工程*, 2006, **4**(4): 296-300)