0254-6124/2011/31(3)-366–06 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Liu Wenxiang, Yong Shaowei, Wang Feixue. Effect of navigation constellation incompleteness on dilution of precision of autonomous orbit determination using inter-satellite link. *Chin. J. Space Sci.*, 2011, **31**(3): 366-371

导航星座不完整对星间自主定轨几何精度因子的影响

刘文祥 雍少为 王飞雪

(国防科学技术大学电子科学与工程学院卫星导航研发中心 长沙 410073)

摘 要 星间自主定轨是星座自主导航的关键技术. 在系统建设初期未完成全星座组网、卫星出现故障或受损等情况下, 部分卫星缺失将导致导航星座不完整, 其对星间自主定轨性能的影响值得研究. 本文在提出逐卫星加权最小二乘自主定轨估计方法的基础上, 引入几何精度因子作为衡量星座不完整影响卫星自主定轨性能的指标, 最后以 Galileo 星座为例进行了仿真与分析. 结果表明, Galileo 星座中卫星进行自主定轨时其可视卫星的冗余度较高, 少数卫星缺失不会对星间自主定轨的几何精度因子产生明显影响. 只有当星座缺失卫星数达 2/3 时, 会使得部分卫星的几何精度因子超差, 卫星自主定轨性能明显下降.

关键词 导航卫星, 星座自主导航, 星间链路, 自主定轨, 几何精度因子, 星座不完整

中图法分类号 V 556, TN 967.1

Effect of Navigation Constellation Incompleteness on Dilution of Precision of Autonomous Orbit Determination Using Inter-satellite Link

LIU Wenxiang YONG Shaowei WANG Feixue

(*Satellite Navigation Research and Development Center, School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha* 410073)

Abstract Navigation satellites Autonomous Orbit Determination (AOD) using inter-satellite link is the key technology of the constellation autonomous navigation. In conditions such as uncompleted constellation establishment on the early construction, malfunction and destruction of satellites, several satellites of the constellation may be unavailable, therefore the research of constellation incompleteness' effect on satellites AOD is valuable. Based on presenting the AOD method of weighted least squares solution one by one, this paper introduced the AOD Dilution of Precision (DOP) values as merit index and analyzed the effect of the Galileo constellation by simulations. The results show that the visual satellites are quite redundant in satellite's AOD process of the Galileo constellation, and there is no prominent effect of constellation incompleteness on the AOD dilution of precision. Only when the number of satellites is reduced by 2/3, there will be several satellites whose DOP

2010-05-10 收到原稿, 2011-03-11 收到修定稿

E-mail: liuwenxiang8888@163.com

values of AOD exceed the threshold. The method is also adoptable in analysis of other navigation constellation.

Key words Navigation satellite, Constellation autonomous navigation, Inter-satellite link, Autonomous orbit determination, Dilution of precision, Constellation incompleteness

1 引言

卫星导航系统是国家重要的基础设施. 降低卫星导航系统对地面运行控制分系统的依赖性, 提高系统自主生存能力, 是卫星导航系统发展的重要趋势. 基于星间链路进行星座自主导航是提高系统服务稳健性的有效途径 [1−8]. 星座自主导航是指系统在没有地面系统支持的情况下, 通过星间双向测距、数据交换及状态估计, 进行卫星自主定轨, 并在星上生成导航电文和维持星座基本构形, 以满足在无地面系统支持下用户导航定位的应用需求. 国外学者对星座自主导航技术研究较早, 文献 [1–3] 探讨了 GPS 系统基于星间链路进行自主导航的实现方法、工作原理, 文献 [4] 给出了 GPS IIR 卫星自主导航的在轨验证性能. 近年来, 中国卫星导航系统发展较快, 对卫星自主定轨技术开展研究, 文献 [5–8] 分析了星座自主导航方法和自主星历生成算法, 文献 [9] 讨论了如何构建星座自主导航的仿真系统.

导航星座卫星的空间分布是决定星间自主定轨性能的重要因素. 在系统建设初期, 由于卫星发射周期问题, 不能在短时间内迅速完成全星座组网, 部分卫星会在较长一段时间内未入轨运行. 在完成星座组网后, 卫星也可能会因各种原因出现故障而失效. 这些情况将使得部分卫星缺失导致导航星座不完整, 其对卫星自主定轨性能的影响值得研究. 目前对该问题的研究, 较少见诸文献 [5].

本文在提出逐卫星的加权最小二乘自主定轨估计方法的基础上, 引入自主定轨的几何精度因子, 作为评估星座卫星数目及分布情况对卫星自主定轨影响的衡量指标. 以 Galileo 星座为例分析了导航星座不完整对星间自主定轨几何精度因子的影响.

2 卫星自主定轨方法

基于星间链路的卫星自主定轨估计方法有 Kalman 序贯处理[3,6]、整星座最小二乘加权平差 [5,7] 等多种方法. 为分析导航星座不完整对各卫星自主定轨性能的影响, 提出逐卫星加权最小二乘自主定轨估计方法, 并由其引入卫星自主定轨的几何精度因子作为衡量指标, 来反映卫星间的几何分布特性对卫星自主定轨的影响. 如图 1 所示, 以卫星 i 在历元 k 的自主定轨为例进行描述, 在卫星 i 的加权最小二乘自主定轨解算中, 近似认为其他卫星的状态已知 (通过上一历元的状态进行轨道积分获得), 其他卫星可作为卫星 i 自主定轨的参考卫星.

假定卫星 i 与卫星 j 可视, 则两者可相互观测得到两个伪距. 文献 [2, 6] 将这两个伪距进行修正并归算到相同历元 k 上, 消除卫星钟差, 得到卫星 i 自主定轨的第 j 个观测方程, 即

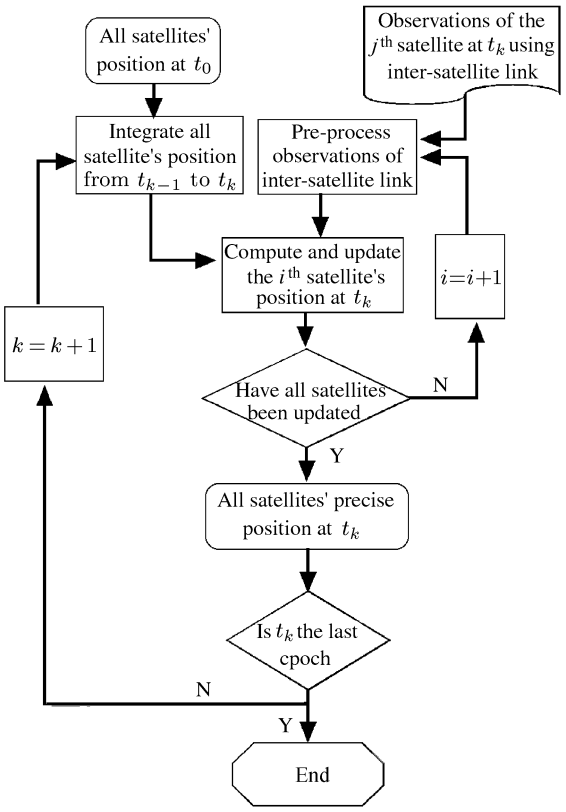


图 1 逐卫星加权最小二乘自主定轨方法处理流程

Fig. 1 Process Flow for the weighted least squares AOD method one by one

$$\rho_j = D_j + n_j. \tag{1}$$

式中, ρ_j 为经修正和归算后的伪距观测量, n_j 为伪距的测量噪声.

卫星 i 和 j 由历元 $k-1$ 的精确位置根据动力学模型积分到历元 k, 分别作为卫星 i 在历元 k 的位置初值 $\boldsymbol{X}_i^0 = (\, x_i^0 \quad y_i^0 \quad z_i^0 \,)^{\mathrm{T}}$ 和卫星 j 的已知位置 $\boldsymbol{X}_j^0 = (\, x_j^0 \quad y_j^0 \quad z_j^0 \,)^{\mathrm{T}}$, 观测方程可以线性化为

$$\rho_j = D_j^0 + \boldsymbol{H}_j \delta \boldsymbol{X}_i + w_j + n_j. \tag{2}$$

其中, D_j^0 为卫星 i 和 j 在历元 k 的概略距离, 有

$$D_j^0 = \sqrt{(x_i^0 - x_j^0)^2 + (y_i^0 - y_j^0)^2 + (z_i^0 - z_j^0)^2};$$

$\boldsymbol{H}_j$ 为卫星 i 到卫星 j 的方向矢量, 有

$$\boldsymbol{H}_j = \left[\frac{x_i^0 - x_j^0}{D_j^0} \quad \frac{y_i^0 - y_j^0}{D_j^0} \quad \frac{z_i^0 - z_j^0}{D_j^0} \right];$$

$\boldsymbol{\delta X}_i$ 为卫星 i 在历元 k 的真实位置相对于初值的改正量, 即

$$\boldsymbol{\delta X}_i = (\, x_i - x_i^0 \quad y_i - y_i^0 \quad z_i - z_i^0 \,)^{\mathrm{T}}.$$

w_j 为由卫星 j 在历元 k 的近似已知位置 $\boldsymbol{X}_j^0$ 的误差引起的径向距离误差, 其方差可由卫星 j 在历元 k 位置的协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_j$ 计算得到, 有 $\sigma_{w_j}^2 = \boldsymbol{H}_j \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}$. 近似认为 w_j 与 n_j 独立. 式 (2) 可进一步写为

$$f_j = \boldsymbol{H}_j \boldsymbol{\delta X}_i + \varepsilon_j. \tag{3}$$

式中, $f_j = \rho_j - D_j^0$ 为线性化后等效观测量, ε_j 为线性化后等效观测噪声, 包括径向距离误差 w_j 和随机测量误差 n_j 两部分, $\varepsilon_j = w_j + n_j$, 其方差为 $\sigma_{\varepsilon_j}^2 = \sigma_{w_j}^2 + \sigma_{n_j}^2$.

将历元 k 卫星 i 的所有 M 个星间观测量, 写为如式 (3) 的线性化观测方程, 则可得到

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{H} \boldsymbol{\delta X}_i + \varepsilon. \tag{4}$$

显然, 只有卫星 i 至少同时对 3 颗其他卫星可视, 才能进行卫星 i 的最小二乘自主定轨解算. 当可视卫星数大于 3 颗时, 可利用加权最小二乘法估计卫星 i 的位置改正量, 有

$$\boldsymbol{\delta \hat{X}}_i = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{H})^{-1} \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{f}. \tag{5}$$

其中, 加权矩阵为

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_{\varepsilon_1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{\varepsilon_2}^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1/\sigma_{\varepsilon_M}^2 \end{bmatrix},$$

不难得到 $\delta \hat{\boldsymbol{X}}_i$ 的协方差矩阵 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{cov}}(\boldsymbol{\delta \hat{X}}_i)$ 为 [10−11]

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{cov}}(\delta \hat{\boldsymbol{X}}_i) = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{H})^{-1}. \tag{6}$$

因此, 卫星 i 自主定轨中三维位置估计值的标准差为

$$\sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2 + \sigma_{z_i}^2} = \sqrt{\mathrm{tr}\left[(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{H})^{-1}\right]}. \tag{7}$$

3 自主定轨几何精度因子

引入卫星 i 在历元 k 自主定轨的几何精度因子 WDOP (Weighted Dilution of Precision), 来衡量卫星 i 自主定轨精度与等效观测精度 σ_ε 的放大因子, 定义符号 $P_i(t_k)$ 表示 WDOP 值, 有

$$P_i(t_k) = \frac{\sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2 + \sigma_{z_i}^2}}{\sigma_\varepsilon}. \tag{8}$$

由式 (7) 可得

$$P_i(t_k) = \sqrt{\mathrm{tr}\left[(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}' \boldsymbol{H})^{-1}\right]}. \tag{9}$$

其中,

$$\boldsymbol{W}' = \begin{bmatrix} \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{\varepsilon_1}^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{\varepsilon_2}^2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{\varepsilon_M}^2} \end{bmatrix}$$

为衡量整个时间段内卫星 i 自主定轨的平均几何性能, 对卫星 i 的各历元 $P_i(t_k)$ 值进行时间平均, 得到如下卫星 i 时间平均几何精度因子:

$$\overline{P_i} = \frac{\sum_t P_i(t) \Delta t}{T}. \tag{10}$$

其中, Δt 为模拟时间步长, T 为整个评估时间.

在星座部分卫星缺失时, 星座中卫星自主定轨可能出现两种情况, 一种情况是卫星自主定轨的可视卫星数在全时段内仍然超过其待估未知数的个数, 可正

常自主定轨, 只是其时间平均几何精度因子略有增大. 另一种情况是卫星自主定轨的可视卫星数在部分时段少于其待估未知数的个数, 无法正常自主定轨, 在这些时段该卫星的几何精度因子将趋于无穷大, 其时间平均几何精度因子将明显无法满足自主定轨要求. 为评定整个星座所有卫星自主定轨的平均几何性能, 设定单颗卫星的时间平均几何精度因子判定门限 T_{DOP}[12], 统计星座中时间平均几何精度因子超过门限的卫星个数 N_{f}, 并定义星座正常卫星的整体平均几何精度因子

$$\overline{\overline{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{r}}} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{r}}} \overline{P_j}}{N_{\mathrm{r}}}. \tag{11}$$

其中, N_{r} 为星座中时间平均几何精度因子未超过门限的卫星个数.

在计算星座正常卫星的整体平均几何精度因子时, 不将明显超差的卫星包括在内, 而是将其算入时间平均几何精度因子超差的卫星个数中. 这样可以使得整体平均几何精度因子能较好地反映所有正常卫星的平均几何性能, 而不会因被部分几何精度因子严重超差的卫星影响而失真. 最后用几何精度因子超差的卫星个数 N_{f} 和星座正常卫星的整体平均几何精度因子 $\overline{\overline{P_{\mathrm{r}}}}$ 来综合衡量整个星座自主定轨几何精度因子的水平.

4 Galileo 星座分析

三轨道面星座是下一代卫星导航系统星座设计的趋势, Galileo 星座是典型的三轨道面星座. 下面以 Galileo 的 walker27/3/1 星座 (27 颗卫星均匀分布在 3 个轨道面内, 轨道半长轴 29 600 km、轨道倾角 56°) 为对象, 分析部分卫星缺失对自主定轨几何精度因子的影响. 评估时间取 30 天, 模拟时间步长取 15 min, 预处理后的星间伪距噪声标准差取为 5 m, 卫星初始概略位置的标准差取为 2 m, 单颗卫星的时间平均几何精度因子判定门限 T_{DOP} 设为 10[12]. 若可视卫星个数小于 3 颗时, 无法进行最小二乘估计, WDOP 趋于无穷大, 为进行统一处理, 设定此时 WDOP 值为 15 000.

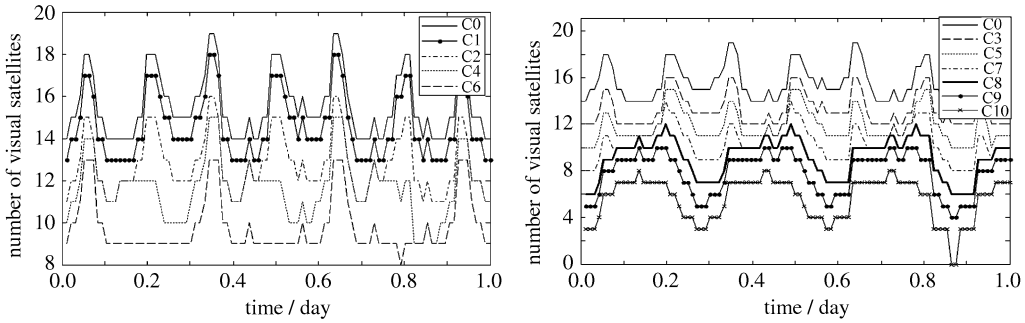
限于篇幅, 选取如表 1 的几种典型星座条件进行评估. 首先, 选取 C0 为正常运行无卫星缺失的星座, 作为其他星座性能对比的参照条件. 其次, 为了评估缺失卫星集中在一个轨道面内的情况, 选取 C1, C2, C4, C6 分别为第一轨道面缺失 1, 3, 6, 9 颗卫星的星座条件. 再次, 为了评估缺失卫星均匀分布在各轨道面的情况, 选取各轨道面内缺失卫星数递增的星座条件 C3, C5, C7, C8, C9, C10 分别为各轨道面缺失 1, 2, 3, 4, 5, 6 颗卫星.

首先, 仿真分析 Galileo 21 (第二轨道面第 1 颗卫星) 在各种星座条件下可视卫星数目及自主定轨 WDOP 值随时间变化的关系, 结果分别如图 2 和图 3 所示. 由图 2 和图 3 可以看出, 对于 Galileo 星座, Galileo 21 自主定轨时可以同时对星座中多颗卫星可视, 可视卫星冗余度较高, 部分卫星缺失虽然会使可视卫星减少, WDOP 值变大, 但仍可保证可视卫星冗余, WDOP 值保持在较低的水平上. 每个轨道面

表 1 待评估的各种星座条件

Table 1 Several constellations to be evaluated

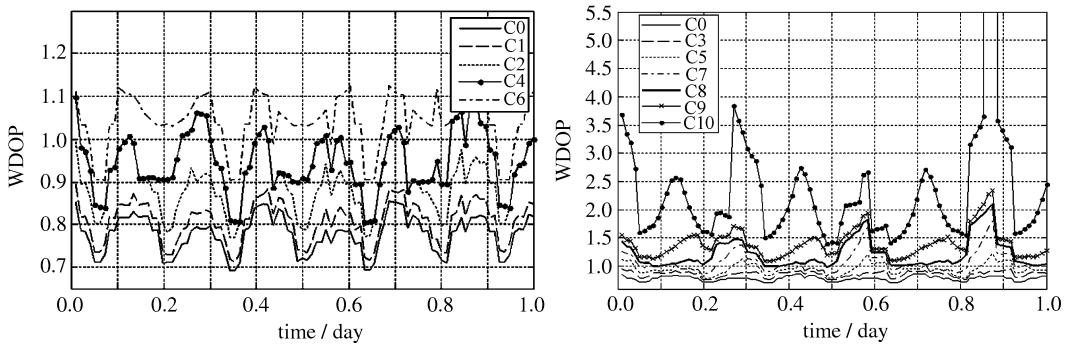
星座条件编号	缺失卫星总数	缺失卫星分布情况
C0	0	所有卫星都正常, 星座完整
C1	1	第一轨道面第 3 颗卫星缺失
C2	3	第一轨道面第 3, 4, 5 颗卫星缺失
C3	3	第一、二、三轨道面第 3 颗卫星缺失
C4	6	第一轨道面第 3, 4, 5, 6, 7, 8 颗卫星缺失
C5	6	第一、二、三轨道面第 3, 4 颗卫星缺失
C6	9	第一轨道面第 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 颗卫星缺失
C7	9	第一、二、三轨道面第 3, 4, 5 颗卫星缺失
C8	12	第一、二、三轨道面第 3, 4, 5, 6 颗卫星缺失
C9	15	第一、二、三轨道面第 3, 4, 5, 6, 7 颗卫星缺失
C10	18	第一、二、三轨道面第 3, 4, 5, 6, 7, 8 颗卫星缺失



(a) Unavailable satellites are in one orbit plane (b) Unavailable satellites are in 3 orbit planes

图 2 Galileo 21 可视卫星数目

Fig. 2 Number of visual satellites of Galileo 21



(a) Unavailable satellites are in one orbit plane (b) Unavailable satellites are in 3 orbit planes

图 3 Galileo 21 自主定轨 WDOP 值

Fig. 3 WDOP (Weighted Dilution of Precision) of AOD for Galileo 21

即使缺失 5 颗卫星 (C9 星座条件) 时, Galileo 21 的可视卫星数在 4 颗以上, 仍能进行自主定轨; 当每个轨道面缺失 6 颗卫星 (C10 星座条件) 时, 在有的时段 (0.86~0.90 天) 中 Galileo 21 与星座其他卫星都不可视, 无法进行自主定轨.

进一步仿真分析, 在表 1 的各种星座条件下 Galileo 11 (第一轨道面第 1 颗卫星)、Galileo 21 (第二轨道面第 1 颗卫星)、Galileo 31 (第三轨道面第 1 颗卫星) 三颗典型卫星自主定轨的时间平均几何精度因子, 以及星座中几何精度因子超过门限的卫星个数 N_{f} 和星座正常卫星的整体平均几何精度因子 $\overline{\overline{P_{\mathrm{r}}}}$, 结果示于表 2. 可以得出如下结论.

(1) 当每轨道面缺失 5 颗卫星以下时, 星座整体平均几何精度因子稍有变大, 但星座未出现自主定轨几何精度因子超过门限的卫星.

(2) 只有当每个轨道面缺失 6 颗卫星 (星座缺

表 2 各种星座条件下三颗卫星的自主定轨几何精度因子

Table 2 Three Satellites' WDOP of AOD for several constellations

	Galileo 11	Galileo 21	Galileo 31	N_{f}	$\overline{\overline{P_{\mathrm{r}}}}$
C0	0.795	0.777	0.781	0	0.783
C1	0.816	0.808	0.793	0	0.801
C2	0.852	0.893	0.816	0	0.849
C3	0.858	0.852	0.864	0	0.842
C4	0.910	0.947	0.918	0	0.934
C5	0.926	0.943	0.935	0	0.933
C6	缺失	1.123	1.122	0	1.122
C7	0.989	1.076	1.023	0	1.060
C8	1.068	1.232	1.147	0	1.303
C9	1.225	1.429	1.300	0	1.657
C10	2.142	565.212	1.870	2	2.263

失 2/3 的卫星数) 时, 星座中有两颗卫星自主定轨几何精度因子超差.

(3) 对比表中卫星缺失的总数相同、分布不同的 C2 与 C3, C4 与 C5, C6 与 C7 的结果可以发现, 缺失卫星个数相同时, 缺失卫星集中在同一轨道面上的自主定轨几何精度因子比缺失卫星分布在不同轨道面上的大, 自主定轨性能稍差.

5 结语

引入卫星自主定轨的几何精度因子, 以衡量星座几何分布特性对卫星自主定轨的影响. 以 Galileo 星座为例, 分析了部分卫星缺失引起的导航星座不完整对星间自主定轨几何精度因子的影响. 仿真结果表明, 星座中卫星进行自主定轨时, 其可视卫星的冗余度较高. 部分卫星缺失只是使其他卫星的自主定轨几何精度因子稍有变大, 但没有产生明显的影响. 每个轨道面缺失 5 颗卫星, 星座未出现自主定轨几何精度因子超过门限的卫星. 当星座缺失卫星数达 2/3 时, 会使得某些卫星自主定轨几何精度因子超过门限. 缺失卫星个数相同时, 缺失卫星集中在同一轨道面上的自主定轨几何精度因子比缺失卫星分布在不同轨道面上的稍大.

本文方法也可用于分析其他卫星导航系统中星座不完整对星间自主定轨几何精度因子的影响.

参考文献

[1] Ananda M P, *et al*. Autonomous navigation of the global positioning system satellite [C]//AAIA Guidance and Control Conference, Seattle, Washington, 1984

[2] Ananda M P, *et al*. Global positioning system autonomous navigation [C]//IEEE PLANS, Las Vegas, NV, 1990

[3] Rajan J A. Highlights of GPS II-R autonomous navigation [C]//ION 58th AM, Albuquerque, NM, 2002

[4] Rajan J A, Matthew O. On-orbit validation of GPS IIR autonomous navigation [C]//ION 59th AM, Albuquerque, NM, 2003

[5] Huang Xiaoyu. Study of some key technologies of navigation war [D]. Beijing: Dissertation of Academy of Equipment Command and Technology, 2008. 59-68. In Chinese (黄小钰. 导航战中几个关键技术的研究 [D]. 北京: 装备指挥技术学院, 2008. 59-68)

[6] Shuai Ping, Qu Guangji. An autonomously updated ephemeris technique for navigation constellation [J]. *J. Astron.*, 2006, **27**(2):187-191. In Chinese (帅平, 曲广吉. 导航星座自主星历更新技术 [J]. 宇航学报, 2006, **27**(2):187-191)

[7] Zhang Yan. Study of constellation autonomous navigation method based on inter-satellite measurement [D]. Changsha: Dissertation of National University of Defense Technology, 2005. In Chinese (张艳. 基于星间观测的星座自主导航方法研究 [D]. 国防科学技术大学, 2005)

[8] Liu Wanke, Gong Xiaoying, *et al*. Study on method of autonomous orbit determination of navigation satellites based on least-square collocation [C]//International Conference on Space Information Technology, Wuhan, 2009

[9] Chen Pei. GNSS Autonomous Navigation System's Simulation System [C]//First International Conference on PCSPA, Harbin, 2010

[10] Elliott D Kaplan. Understanding GPS, Principles and Applications [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002. 170-173. In Chinese (Elliott D Kaplan. GPS 原理与应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2002. 170-173)

[11] Chen Jinping. Research of GPS integrity augmentation [D]. Zhengzhou: Dissertation of Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 2001. 68-72. In Chinese (陈金平. GPS 完善性增强研究 [D]. 郑州: 解放军信息工程大学测绘学院, 2001. 98-100)

[12] Shuai Ping, Qu Guangji. Conditions of satellite navigation positioning equations [J]. *J. Spacec. TTC Tech.*, 2006, **25**(1):1-5. In Chinese (帅平, 曲广吉. 卫星导航定位方程的病态条件 [J]. 飞行器测控学报, 2006, **25**(1):1-5)