

LI Shaofeng, WANG Youliang, YU Xizheng, LI Mingtao. Optimization and Analysis of NRHO Two-impulsive Phasing Trajectory in Cislunar Space (in Chinese). *Chinese Journal of Space Science*, 2026, 46(1): 175–188. CSTR:32142.14.cjss.2025-0013. DOI:10.11728/cjss2026.01.2025-0013

地月空间 NRHO 两脉冲调相轨道优化与分析*

李少峰 王有亮 于锡峥 李明涛

(中国科学院国家空间科学中心 北京 100190)

(中国科学院大学 北京 100049)

摘要 Artemis 任务建造与运行月球轨道门户空间站期间, 将在近直线晕轨道 (Near-Rectilinear Halo Orbit, NRHO) 实施大量货运、载人飞行交会对接任务. 针对 NRHO 调相轨道优化问题, 基于圆型限制性三体问题模型, 通过信赖域算法对转移时间进行遍历, 采用非线性优化算法局部优化来修正位置误差, 进而迭代求解非线性方程组降低速度增量, 实现了低燃料消耗的 NRHO 调相优化; 针对调相代价问题, 对 NRHO 上不同转移时间和不同相位关系的调相进行了分析. 结果表明, 该算法计算效率较高, 相比遗传算法减少了 53.2% 的计算时间; 转移时间越长 (转移轨道圈数越多), 消耗的速度增量越小; 目标航天器相位滞后时, 选择绕 NRHO 外圈的调相方式更省燃料, 反之, 相位超前则选择绕内圈更省燃料; 追踪航天器从近月点出发时燃料消耗更低.

关键词 地月空间, 圆型限制性三体问题, 近直线晕轨道, 调相轨道, 信赖域算法

中图分类号 V412.4+1

Optimization and Analysis of NRHO Two-impulsive Phasing Trajectory in Cislunar Space

LI Shaofeng WANG Youliang YU Xizheng LI Mingtao

(National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract During the construction and operation of the lunar gateway station under the U.S. Artemis program, numerous cargo and crew rendezvous and docking missions will be executed in the Near-Rectilinear Halo Orbit (NRHO). To address the phasing trajectory optimization problem in NRHO, a method based on the Circular Restricted Three-Body Problem (CRTBP) model is adopted. Initially, the transfer time is traversed using a trust-region algorithm. This step is critical to determining the transfer time that minimizes fuel consumption. Following the exploration of transfer times, a nonlinear optimization algorithm is applied to locally correct position errors along the trajectory. This local optimization fine-tunes the spacecraft's path, ensuring precise alignment during the rendezvous. Finally, the nonlinear equations are solved iteratively to reduce the velocity increment required for the maneuver. This reduc-

* 中国科学院青年创新促进会项目资助 (2022146)

2025-01-13 收到原稿, 2025-04-01 收到修定稿

tion in velocity increment is key to achieving low-fuel consumption during the NRHO phasing process. In addressing the phasing cost issue, this method is further utilized to analyze various scenarios on the NRHO, taking into account different transfer times and phase relationships. The analysis demonstrates that the algorithm boasts high computational efficiency, reducing computation time by 53.2% compared to a genetic algorithm. It is also observed that the longer the transfer time, indicating an increase in the number of transfer orbit revolutions, the smaller the velocity increment consumed during the maneuver becomes. Additionally, when the target spacecraft exhibits a phase lag, opting for a phasing maneuver along the outer loop of the NRHO results in fuel savings, whereas if the target spacecraft's phase is advanced, choosing the inner loop proves to be more fuel-efficient. Finally, the study notes that when the tracking spacecraft departs from the perilune, the consumed velocity increment is comparatively lower. This approach, therefore, provides an effective and efficient solution for optimizing NRHO phasing, ensuring reliable rendezvous operations with reduced fuel consumption and enhanced computational performance.

Key words Cislunar space, Circular restricted three-body problem, Near-Rectilinear Halo Orbit, Phasing trajectory, Trust-region algorithm

0 引言

地月空间拥有丰富的物质资源、高位置资源,以及高真空、微重力等共同形成的独特环境资源,具有重要科学探索与开发价值.在地月空间存在 Halo 和 DRO 等各类周期轨道,这些轨道绝大多数分布在月球和平动点附近,有较好的位置优势和动力学特征,具有相对较低的轨道维持和轨道转移成本.2017 年 NASA 提出了阿尔忒弥斯 (Artemis) 计划,旨在月球建立一个永久基地,第一阶段计划在近直线晕轨道 (NRHO) 建立一个中转空间站 Gateway^[1,2].2022 年 6 月 28 日作为 Gateway 前置任务的 CAPSTONE 成功发射,并于 2022 年 11 月 14 日入轨,成为第一个在 NRHO 月球轨道上运行的航天器^[3],为 NRHO 轨道的使用提供了实践基础,推动了 NRHO 的相关研究.

NRHO 是 Halo 轨道族的一个子集,在圆型限制性三体问题模型下具有良好的稳定性,相比其他 Halo 轨道,该轨道近月点更低,便于登月和货物运输,同时远月点距离达七万多公里,可作为向火星转移的跳板,是地月空间和深空探测的重要门户^[4].

作为地月空间的重要门户,为实现物资与人员的转移、中转运输,追踪航天器需要在测控系统支持下,进行数次变轨,修正入轨时的轨道偏差,从而实现与月球轨道空间站的对接.对于近地轨道、地球同步轨道、近月轨道等二体模型下的轨道调相问题,可以采用解析的 CW 相对运动方程进行研究.但在地月空

间,航天器受到地球和月球的三体引力作用,航天器的轨道运动不再能解析求解,所以在三体模型下求解 NRHO 轨道的调相问题具有一定的难度.调相问题相当于同轨航天器的交会问题,关于 NRHO 轨道交会的研究,Blazquez 等^[5]在高精度模型下研究了 NRHO 自然漂移交会,通过轨道漂移的性质寻找 NRHO 轨道交会的窗口,节省了交会需要的燃料;Bucchioni 和 Innocenti^[6]提出了一个 6 自由度耦合的 Cislunar 交会对接的导航、制导和控制 (GNC) 框架,实现了月表到 NRHO 轨道站的交会;Fossà 等^[7]分析了两脉冲和三脉冲下 L2 点 Halo (轨道周期约 8~9 d) 与 NRHO 的交会,得出两脉冲适合大相位差交会,三脉冲适合小相位差交会的结论;Bucchioni 等^[8]研究了相同雅可比能量的 L2 点 Halo 与 NRHO 的三种交会方式,即蝴蝶轨道转移、直接转移、绕月转移,并分析了三种交会方式的优缺点;Xie 等^[9]采用月球借力的方式,实现了近地轨道到 NRHO 轨道间的转移.

除针对 NRHO 轨道交会研究,在 Halo 轨道与 DRO 轨道交会方面也有相关研究,这些研究为 NRHO 轨道交会的算法设计提供了一定的参考依据.例如 Halo 轨道交会问题中, Sun 等^[10]利用遗传算法,结合 Halo 轨道三阶近似解析求解初始参考轨道,并通过同伦牛顿-拉夫逊迭代求解目标转移轨道,得到了较小转移代价的解; Zhou^[11]则将 Halo 轨道解析解扩展到了 CRTBP 共线平动点附近解析解,通过非线性

性优化算法和微分修正, 设计了基于绝对信息的平动点轨道转移方法. 对于 DRO 轨道的交会问题, Fu 和 Zhang 等^[12]通过计算不同转移位置的可达域, 得出远月点交会具有较好的燃料经济性的结论, 缩小了优化范围, 并使用遗传算法解决优化问题; Dong 等^[13,14]在四体模型下, 通过遗传算法和非线性优化算法实现了 DRO 轨道的任意位置的调相转移.

本文基于圆型限制性三体问题模型, 研究了 NRHO 调相问题. 首先通过信赖域算法对不同转移时间进行遍历, 得到最优解的近似分布, 再采用非线性优化算法进行位置修正, 最后通过迭代求解非线性方程组进一步降低速度增量, 实现了 NRHO 调相轨道的优化. 同时, 利用该算法对不同转移时间和不同相位关系的调相进行了分析. 发现其主要转移模式可以按照圈数和绕 NRHO 内外圈的调相方式两大特征进行划分. 此外, 在相同最大转移时间下, 追踪航天器从 NRHO 轨道的近月点出发具有较小的转移代价.

1 动力学模型及调相场景

1.1 圆型限制性三体问题模型

限制性三体问题研究航天器 (或小天体) 在两个大的天体引力下的运动规律, 其中圆型限制性三体问题模型 (CRTBP) 是研究地月空间常用的一种简单模型, 在该模型下, 忽略航天器的质量影响, 假定只存在地球与月球两个主天体的引力作用, 且两天体绕共同质心做圆周运动.

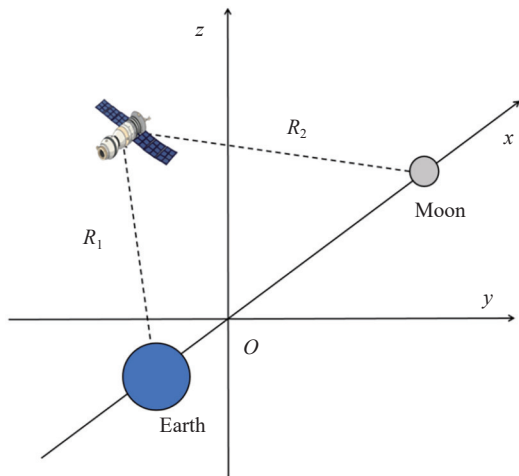


图 1 质心旋转坐标系

Fig. 1 Centroid rotating coordinate system

在该模型下, 坐标系一般选取质心旋转坐标系, 如图 1 所示, 原点位于地月质心, 以地球指向月球的方向为 x 轴, 以系统角动量方向为 z 轴, y 轴、 x 轴与 z 轴形成右手坐标系. 地球与航天器之间的距离为 R_1 , 月球与航天器之间的距离为 R_2 .

为了简化动力学方程的表达形式, 同时也为了使微分数值解法具有更好的数值特性, 还要对质量 M' 、长度 L' 、时间 T' 进行归一化处理, 其表达式为

$$\begin{cases} M' = m_e + m_m, \\ L' = l, \\ T' = \sqrt{\frac{l^3}{G(m_e + m_m)}}. \end{cases} \quad (1)$$

其中, m_e 和 m_m 分别表示地球和月球质量, l 表示地月之间的距离, G 为万有引力常数.

通过归一化单位得到的简化圆型限制性三体问题模型的动力学方程, 即

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial Q}{\partial x}, \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \\ \ddot{z} = \frac{\partial Q}{\partial z}. \end{cases} \quad (2)$$

其中,

$$\Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{R_1} + \frac{\mu}{R_2}. \quad (3)$$

这里 μ 为质量参数, 等于月球质量与地月质量和之比.

1.2 近直线晕轨道 (NRHO)

近直线晕轨道属于 Halo 轨道族, 为 L1 和 L2 晕轨道族的一个子集. 根据不同平动点和南北方向可以分为 4 个类别, 如图 2 所示. 该轨道是一种类高偏心率椭圆轨道, 具有接近稳定的特性, 被形容为平衡在引力势阱边缘的轨道^[15]. 这里选取了 L2 北族的 NRHO 轨道进行研究, 其轨道周期为 6.87 d.

1.3 调相场景

在调相过程中, 为了便于研究, 对相位角做如下定义. 如图 3 所示, 对于轨道上的航天器, 位于近月点时相位为 0° , 位于远月点时相位角为 180° (-180°), 以月球位置为原点 O , 追踪航天器、原点 O 、目标航天器三者连线所成的角度表示两航天器的相位差; 沿着轨道运行的方向, 当目标航天器位于追踪航天器前方时, 相位差为正, 反之相位差为负.

在圆型限制性三体模型中, 根据动力学方程可以

得到航天器的位置速度与初始位置速度之间的关系, 其表达式为

$$[\mathbf{r}_t, \mathbf{v}_t] = \varphi(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, t_0, t). \quad (4)$$

NRHO 调相问题可以用图 4 所示的场景进行描述. 式 (4) 表述图中航天器的运动状态, 调相场景可以概括为三个阶段. 第一阶段: 在周期轨道上追踪航天器与目标航天器稳定运行, 追踪航天器位置、速度分别为 $\mathbf{r}_c, \mathbf{v}_c$; 目标航天器位置、速度分别为 $\mathbf{r}_e, \mathbf{v}_e$. 第

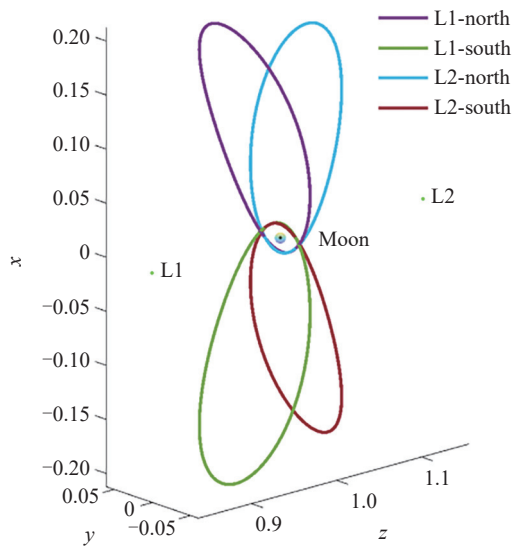


图 2 NRHO 不同轨道族

Fig. 2 Different orbital family of NRHO

二阶段: 到达指定相位时调相开始, 追踪航天器进行第一次机动 $\Delta \mathbf{V}_1$, 追逐目标航天器, 此时目标航天器仍在周期轨道上稳定运行. 第三阶段: 经过时间 T , 追踪航天器与目标航天器到达同一位置, 同时, 追踪航

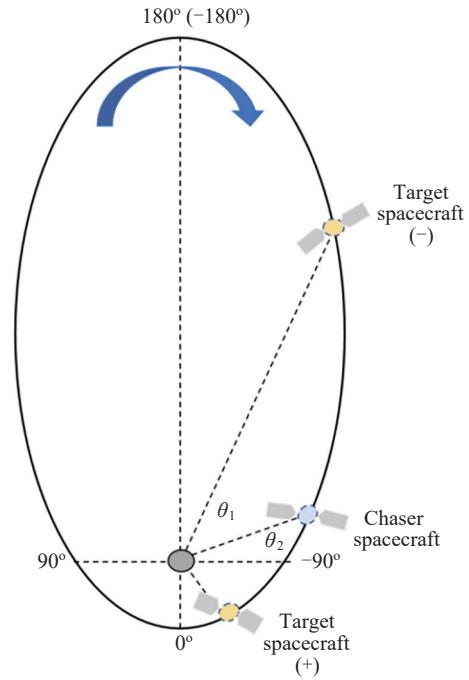


图 3 两航天器间相位关系

Fig. 3 Phase relationship between two spacecraft

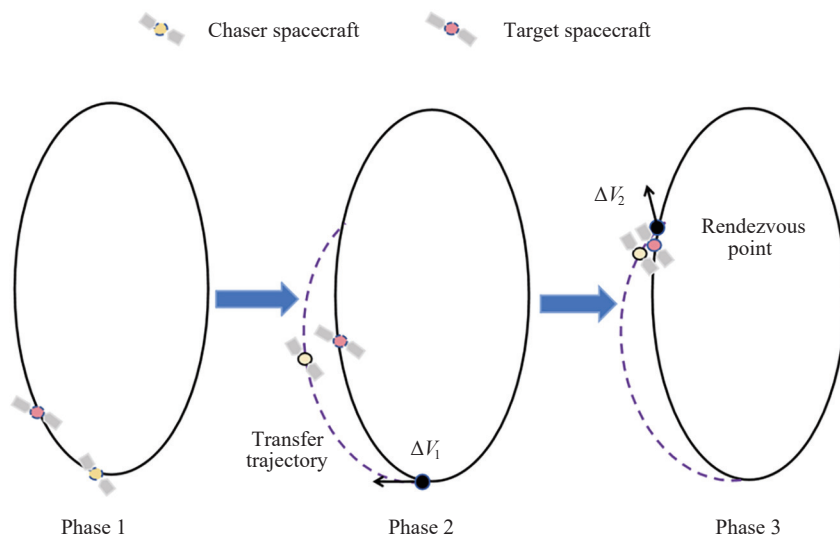


图 4 NRHO 转移轨道机动场景

Fig. 4 Maneuver scenario of NRHO transfer trajectory

天器进行第二次机动 $\Delta \mathbf{V}_2$, 实现与目标航天器相同的速度状态. 上述整个过程表述为

$$\begin{aligned} [\mathbf{r}'_c, \mathbf{v}'_c] &= \varphi(\mathbf{r}_c, \mathbf{v}_c + \Delta \mathbf{V}_1, 0, T), \\ [\mathbf{r}'_e, \mathbf{v}'_e] &= \varphi(\mathbf{r}_e, \mathbf{v}_e, 0, T), \\ \mathbf{r}'_c &= \mathbf{r}'_e, \\ \mathbf{v}'_c &= \mathbf{v}'_e + \Delta \mathbf{V}_2. \end{aligned} \quad (5)$$

即经过转移时间 T 后, 目标航天器位置 $\mathbf{r}'_c$ 与追踪航天器位置 $\mathbf{r}'_e$ 重合, 追踪航天器速度 $\mathbf{v}_c$ 与目标航天器速度 $\mathbf{v}_e$ 相差 $\Delta \mathbf{V}_2$.

2 NRHO 轨道同轨转移方法

NRHO 调相问题本质上是具有约束的求全局最优解的问题. 在整个调相过程中, 影响调相效果的变量是转移时间和第一次机动速度增量, 第二次机动的速度增量大小取决于前两者的选择. 通过给定转移时间的最大范围, 可以将问题转化为优化问题, 其表达式为

$$\begin{aligned} \min \{ \Delta V = (\|\Delta \mathbf{V}_1\| + \|\Delta \mathbf{V}_2\|) \}, \\ \text{s.t.} \begin{cases} 0 \leq T_{\text{span}} \leq T_{\text{max}}, \\ \Delta r = \|\mathbf{r}'_c - \mathbf{r}'_e\| = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, Δr 表示最终两航天器的位置差; T_{span} 表示实际的转移时间; 优化变量为转移时间 T_{span} 与第一次机动速度增量 $\Delta \mathbf{V}_1$.

要求解全局最优解, 一般先用全局优化算法如遗传算法、粒子群算法等求解出一个初值, 再用局部优化算法进一步优化. 但是该过程中优化求解的空间较大且有约束条件, 需要较长的计算时间. 为了提高计算效率, 将转移时间进行遍历, 变成多次优化求最小值的问题. 由于转移模式受到转移时间的影响, 单次的优化问题变成同一转移模式下的优化, 简化了优化问题, 从而快速得到最优解的近似分布区间, 然后, 通过局部优化修正位置使其满足调相的约束要求, 最后, 通过解非线性方程组, 实现转移燃料代价的进一步优化.

2.1 最优解分布区间搜索

为了提高计算效率, 通过罚函数将有约束的优化问题转化为无约束的优化问题, 其表达式为

$$\begin{aligned} J &= (1 + k_1 \Delta r) (1 + k_2 \Delta V), \\ 0 \leq T_1 \leq T_2 \leq \dots \leq T_{i-1} \leq T_i \leq T_{\text{max}} (i > 0), \\ \min \left\{ \min_{T_1}(J), \min_{T_2}(J), \dots, \min_{T_i}(J) \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中, J 表示问题指标函数; k_1, k_2 表示比例系数. 若改变转移时间区间后, 搜索结果的位置误差较大, 可以适当增加 k_1 , 以保证后续计算的收敛性. 取转移时间中 i 个等间隔的点, i 等于最大转移时间除以间隔时间, 并向下取整, 间隔时间一般设置为 $1 \sim 2$ d, 即 $T_1, T_2, \dots, T_i$, 之后搜索这些时间点附近指标函数的最小值. 因为最终的目标是速度增量 ΔV 最小, 出发速度增量 $\Delta \mathbf{V}_1$ 的初值选取 $[0, 0, 0]$, 最后, 从该系列解中挑选出满足转移时间且速度增量最小的解作为问题的初值估计.

优化过程采取信赖域算法^[16], 该算法结合了牛顿法和梯度下降法的优点, 通过在信赖域内找到合适的步长来改进迭代, 采用该方法可以快速计算无约束优化问题. 将上述单个问题描述为

$$\begin{aligned} \min \{ J(\mathbf{w}) \}, \\ \mathbf{w} = [\Delta \mathbf{V}_1 \quad T]. \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\Delta \mathbf{V}_1$ 表示第一次机动的速度增量, T 表示转移时间.

对于式 (8) 所示的无约束最小化问题, 构造函数 q 来逼近 J , 其表达式为

$$\min \{ q(\mathbf{s}), \mathbf{s} \in N \}. \quad (9)$$

函数 q 须能充分反映函数 J 在点 $\mathbf{w}$ 的邻域 N 中的行为, 邻域 N 为信赖域. 通过最小化 (或近似最小化) q 在 N 中的值来计算试探步 $\mathbf{s}$. 如果 $J(\mathbf{w} + \mathbf{s}) < J(\mathbf{w})$, 则将当前点更新为 $(\mathbf{w} + \mathbf{s})$; 否则, 当前点保持不变, 收缩 N (信赖域), 并再次计算试探步.

在整个过程中, 关键问题是如何选择 q 、如何选择和修改信赖域 N , 以及如何准确求解信赖域子问题. 函数 q 一般由 J 在 $\mathbf{w}$ 处泰勒展开的前两项定义. 邻域 N 通常是球形或椭圆形. 信赖域子问题通常写作

$$\begin{aligned} \min \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \mathbf{g} \right\}, \\ \text{s.t.} \|\mathbf{D} \mathbf{s}\| \leq \Delta. \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{g}$ 为 J 在当前点 $\mathbf{w}$ 处的梯度, $\mathbf{H}$ 为 Hessian 矩阵, $\mathbf{D}$ 为对角缩放矩阵, Δ 为正标量, $\|\cdot\|$ 表示二范数.

文献 [17] 提出了基于式 (10) 的逼近和启发式策略, 将信赖域子问题限制在二维子空间 $\mathbf{S}$ 内. 在计算出子空间 $\mathbf{S}$ 后, 能够快速求解式 (9), 因为在子空间中, 问题只是二维的. 对于子空间的确定则借助预条件共轭梯度法, 将 $\mathbf{S}$ 定义为由 $\mathbf{s}_1$ 和 $\mathbf{s}_2$ 确定的线性空

间, 这里 $\mathbf{s}_1$ 为梯度 $\mathbf{g}$ 的方向, $\mathbf{s}_2$ 为拟牛顿方向. Hessian 矩阵 $\mathbf{H}$ 与 $\mathbf{s}_2$ 和 $\mathbf{g}$ 直接的关系为

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{s}_2 = -\mathbf{g}. \quad (11)$$

以此种方式定义 $\mathbf{S}$, 通过最陡下降方向强制快速收敛, 最终可以得到速度增量最优解的时间估计 T_{guess} 和机动速度的初值 $\mathbf{V}_{\text{guess}}$, 但此时终端位置一般还有几千公里的误差.

2.2 终端位置误差修正

为了满足终端位置的要求, 还需要对前一步得到的优化结果进行局部优化. 采用非线性优化算法的内点法^[18], 转移时间的范围为 $[T_{\text{guess}} - \Delta T, T_{\text{guess}} + \Delta T]$, 其中 ΔT 等于最大转移时长 T_{max} 与间隔数 i 之比, 第一次机动的速度范围为 $[\mathbf{V}_{\text{guess}} - \Delta \mathbf{v}, \mathbf{V}_{\text{guess}} + \Delta \mathbf{v}]$, 其中 $\Delta \mathbf{v}$ 表示允许调整速度增量的大小, 一般 x, y, z 三个方向都设置为 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 内点法优化得到的位置误差若无法满足位置误差, 需要增大速度增量再次计算, 通过求解局部优化问题以得到可行的解, 其表达式为

$$\begin{aligned} & \min \{\Delta r\}, \\ \text{s.t. } & \begin{cases} T_{\text{guess}} - \Delta T \leq T_{\text{span}} \leq T_{\text{guess}} + \Delta T, \\ \mathbf{V}_{\text{guess}} - \Delta \mathbf{v} \leq \Delta \mathbf{V}_1 \leq \mathbf{V}_{\text{guess}} + \Delta \mathbf{v}. \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

前一步解得到的距离已经很接近, 因此对于位置的修正只需通过几次迭代即可实现, 最终得到满足要求的转移时间 T_{span} 和第一次机动三个方向的速度增量 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$.

2.3 优化速度增量

通过上述过程, 可以得到较优的转移方案, 但是修正位置过程并未同时对速度增量进行优化, 因此转移轨道还有进一步优化的空间. 将整个过程看为一个输入输出系统, 输入量为优化得到的三个方向的速度增量 $\Delta \mathbf{V}_1$ 和转移时间 T_{span} , 输出量为三个方向的位置误差 Δr 和总速度增量 ΔV , 即输入和输出的量均为 4 个, 将其表示为非线性方程组的形式, 即

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{r} = \|\varphi_r(\mathbf{r}_c, \mathbf{v}_c + \Delta \mathbf{V}_1, 0, T_{\text{span}}) - \varphi_r(\mathbf{r}_e, \mathbf{v}_e, 0, T_{\text{span}})\| = 0, \\ \Delta V = \|\varphi_v(\mathbf{r}_c, \mathbf{v}_c + \Delta \mathbf{V}_1, 0, T_{\text{span}}) - \varphi_v(\mathbf{r}_e, \mathbf{v}_e, 0, T_{\text{span}})\| + \|\Delta \mathbf{V}_1\|. \end{cases} \quad (13)$$

由于式 (13) 中的未知数个数与方程相等, 存在唯一解, 因此可以在已有较优的解的基础上, 通过减小 ΔV 的值, 求解非线性方程组, 实现速度增量的进

一步优化, 求解方程组采用信赖域算法实现, 具体可以表示为

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{r} = \|\varphi_r(\mathbf{r}_c, \mathbf{v}_c + \Delta \mathbf{V}_1, 0, T_{\text{span}}) - \varphi_r(\mathbf{r}_e, \mathbf{v}_e, 0, T_{\text{span}})\| = 0, \\ \Delta V_n = k \Delta V_{n-1} [k \in (0, 1)], \\ \Delta V_n - \|\varphi_v(\mathbf{r}_c, \mathbf{v}_c + \Delta \mathbf{V}_1, 0, T_{\text{span}}) - \varphi_v(\mathbf{r}_e, \mathbf{v}_e, 0, T_{\text{span}})\| - \|\Delta \mathbf{V}_1\| = 0. \end{cases} \quad (14)$$

将优化所得的 ΔV_{n-1} 乘以一个小于 1 的系数 k , 不断迭代求解. 整个计算流程如图 5 所示.

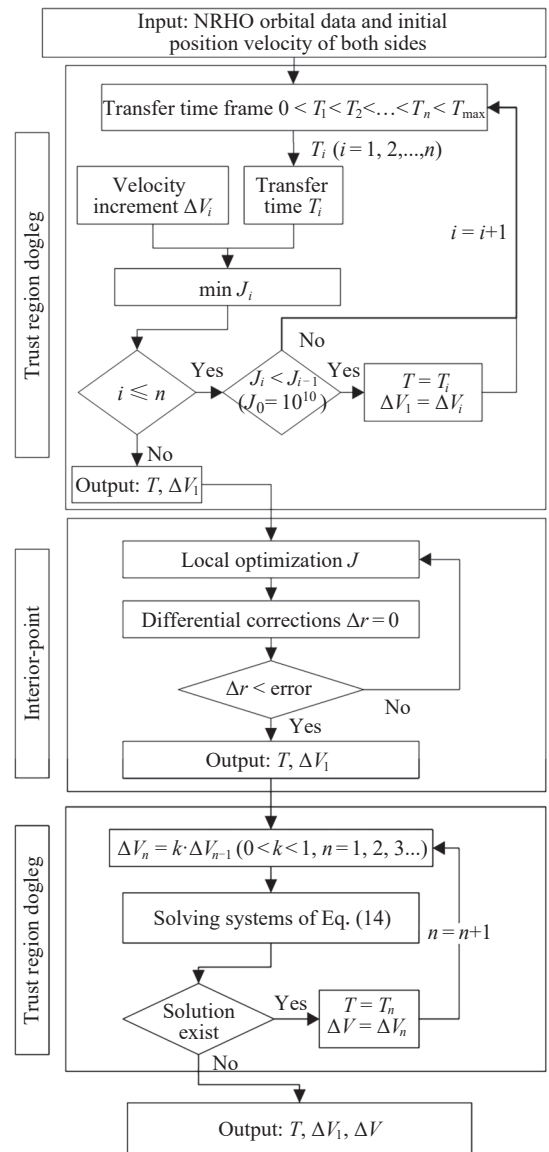


图 5 调相轨道优化算法流程

Fig. 5 Flow diagram of the phasing trajectory optimization algorithm

3 NRHO 轨道同轨调相仿真分析

3.1 调相轨道优化方法对比

该算法通过计算多次转移时间对应的结果,省去了同时对转移时间和速度增量的大规模搜索,单次计算速度更快.同时,由于只需要提供接近低燃料分布区间,遍历的步长无需取较小,计算效率较高.表 1 和表 2 对比了该方法和遗传算法 (GA) 全局优化的计算效果,追踪航天器的出发位置为近月点附近,分别交会位于 NRHO 轨道不同相位的航天器,调相时间限定在 8 d 内,表中列出了表示初始较小转移代价的计算结果 (优化初值) 和表示用解非线性方程进一步优化迭代的结果.本研究的计算过程均在同一台计算机上完成.实验设备的硬件配置为:处理器采用 Intel Core i5-12500 H,主频 2.50 GHz,具有 12 个核心和

16 个线程;内存为 16 GB DDR4;存储设备为 512 GB SSD.操作系统为 Windows 11,遗传算法采用 Matlab 并行运算,核数为 12,遍历未采用并行.从计算时间来看,信赖域算法遍历较遗传算法有明显提高,计算时间缩短了 53.2%,同时未考虑并行计算资源占用较少.从速度增量来看,信赖域算法找到的初值比遗传算法更优.表 2 中目标相位为 27.46° 和 84.60° 时,遗传算法给出的转移时间初值是 2.43 d 和 2.46 d,与遍历优化的结果有较大差异,位置错位导致最终速度增量不是最优.这是因为遗传算法作为一种随机优化算法,具有一定的随机性.如果初代群体中未包含最优转移模式,则很难收敛到全局最优解.提升种群数量可以增加收敛到全局最优解的可能性,但会导致计算效率降低.此外,解非线性方程迭代的方法对于两种方法求解的速度增量,均有明显的优化效果.

表 1 遍历时间的轨道调相优化结果
Table 1 Phasing optimization results for traversal time

目标 相位/ $(^{\circ})$	遍历时间优化初值			迭代优化结果			总计算时间/s
	转移时间/d	速度 增量/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	计算 时间/s	转移时间/d	速度 增量/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	计算 时间/s	
-153.09	6.60	238.44	33.62	7.51	189.88	18.35	51.97
-128.25	6.02	74.45	36.45	6.89	60.80	36.99	73.44
-93.52	6.00	21.17	26.73	6.71	18.14	45.14	71.87
-39.07	5.99	1.64	10.71	6.60	1.43	52.27	62.98
27.46	5.93	9.52	18.22	6.60	8.28	57.79	76.01
84.60	6.00	25.71	21.06	6.54	23.10	59.83	80.89
121.99	6.03	65.16	28.22	6.40	61.22	62.50	90.71
147.59	4.97	216.77	41.97	5.87	199.72	59.43	101.4

表 2 遗传算法的轨道调相优化结果
Table 2 Phasing optimization results of GA

目标 相位/ $(^{\circ})$	遗传算法优化初值			迭代优化结果			总计算时间/s
	转移时间/d	速度 增量/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	计算 时间/s	转移时间/d	速度 增量/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	计算 时间/s	
-153.09	6.87	221.15	173.07	7.51	189.88	31.26	204.33
128.25	6.20	71.44	143.13	6.89	60.80	21.74	164.87
-93.52	6.10	20.71	132.55	6.71	18.14	25.02	157.57
-39.07	6.27	1.54	125.64	6.60	1.43	29.31	154.94
27.46	2.43	21.38	121.75	3.37	15.40	4.54	126.29
84.60	2.46	56.64	120.94	3.45	40.84	3.43	124.37
121.99	5.45	72.29	123.05	6.40	61.19	21.69	144.74
147.59	5.32	209.35	145.13	5.87	199.78	79.87	225.00

在转移问题中,当转移时间较短时,在同一转移模式下,往往存在帕累托前沿,即转移时间越长,脉冲越小.仿真中设定的最大转移时间是8 d,但表中的最终优化的结果为5.87~7.51 d.为进一步研究该问题是否超出帕累托前沿,选取表1中的一组初始相位关系(目标相位 -128.25°),对其速度增量随转移时间的变化进行分析,如图6所示.从图6可以看出,初始时刻速度增量随转移时间的增加而减少,但在6.89 d附近后,超出帕累托前沿,速度增量不再随时间单调变化.同时,从图6可以看出,3.5 d左右,斜率出现由陡逐渐趋缓,遗传算法的最终优化结果可能选到该区域而不是最小值附近,相比时间遍历法得到的优化初值,该方法确定的优化初值受优化参数影响较大,不一定为最小速度增量解.

NRHO 轨道周期为7 d左右,当转移的时间到达7 d左右时,转移轨道的圈数往往会发生变化,影响转移模式.如图7所示,选取不同转移时间点对应的轨道图像,可以发现,在靠近近月点处转移轨道圈数发生了变化,造成速度增量的骤增.相比长周期轨道,

NRHO 轨道周期较短,轨道转移模式受转移时间的影响更加显著,较短的时间内存在多种转移模式.

3.2 不同转移时间的 NRHO 调相仿真

转移时间的长短对调相过程有不同的影响,不同的转移时间对应不同的转移模式.为探究时间长短对调相过程的影响,分别以追踪航天器从远月点和近月点出发为例进行仿真.

追踪航天器从近月点出发时,转移时间分别设定

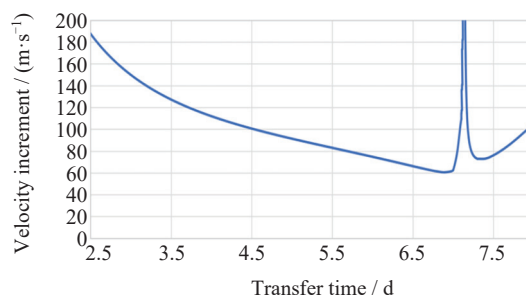


图6 速度增量随转移时间变化

Fig. 6 Variation of velocity increment with transfer time

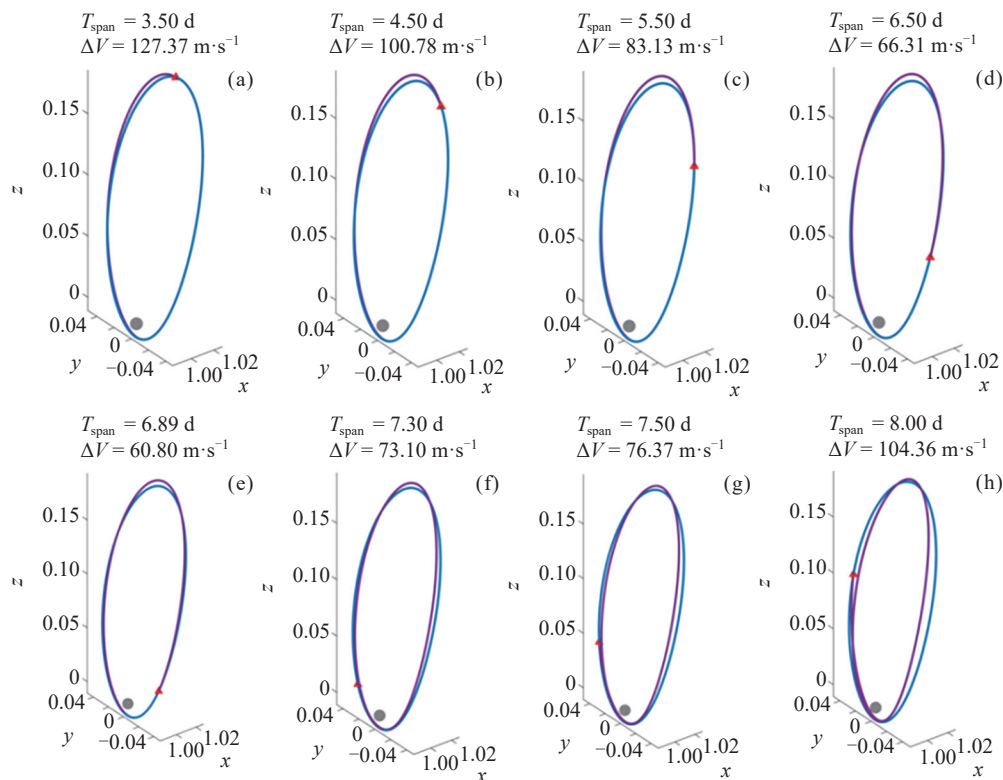


图7 不同转移时间对应的转移轨道(红色▲为转移轨道终点)

Fig. 7 Transfer orbits for different transfer time (Red triangle is the end of the transfer orbit)

在 0~10 d, 10~14 d 和 14~28 d, 目标航天器初始时刻距离追踪航天器的相位差在 $-180^\circ \sim 180^\circ$.

图 8 和图 9 为仿真结果, 从图中可以看到, 在同一转移时间范围内, 从近月点出发时, 随着目标航天器与追踪航天器相位差的增加, 转移消耗的速度增量逐渐增加; 而随着转移时间的增加, 同一相位差下的转移速度增量会减少, 且速度增量减小的趋势随着圈数的增加而变小.

图 9 中 10~14 d 的转移时间范围内, 转移时间出现了跳变, 造成这种现象的原因是圈数的不同. 相位差为正时, 优化的转移时间在两圈左右; 而相位差为负数时, 优化的转移时间在一圈半左右 (两圈的转移超出了最大转移时间界限). 除此之外, 还发现相位差为正时, 转移时间随相位差的增大而降低; 相位差为

负时, 转移时间随相位差绝对值的增大而增加. 分别选取了相位差为负和相位差为正的转移图像, 如图 10 所示, 发现相位差为正时, 绕转移轨道内侧; 相位差为负时, 转移轨道绕 NRHO 轨道外侧. 转移轨道绕 NRHO 内侧, 要实现大相位的转移时, 若圈数未发生变化, 转移轨道要更向内侧, 轨道的单圈时长减小, 转移的时间也会减小, 因此相位差为正时, 转移时间随相位差的增大而降低; 相转移轨道绕 NRHO 外侧, 要实现大相位转移时, 转移轨道要绕更外侧, 轨道的单圈时长增加, 需要更长的转移时间, 因此相位差为负时, 转移时间随相位差绝对值的增大而增加.

对于 0~10 d 的转移时间范围, 模式变化类似 (见图 11), 只是转移时间并未发生较大跳变. 同理, 转移时间范围为 14~28 d 时, 模式变化类似.

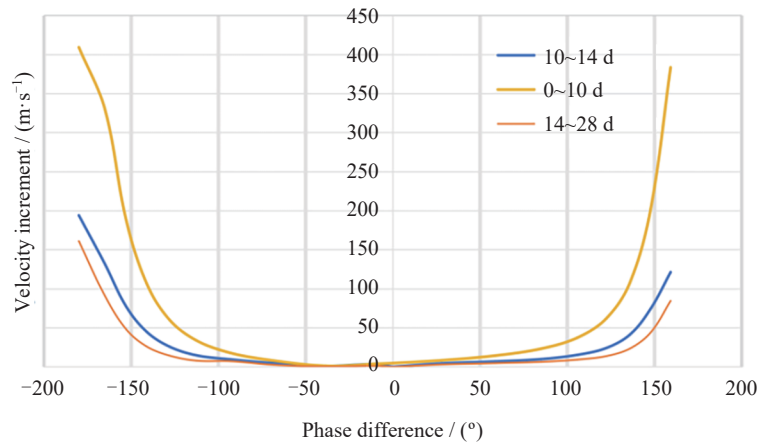


图 8 近月点出发不同相位下的速度增量变化

Fig. 8 Variation of velocity increment at different phases of the perilune departure

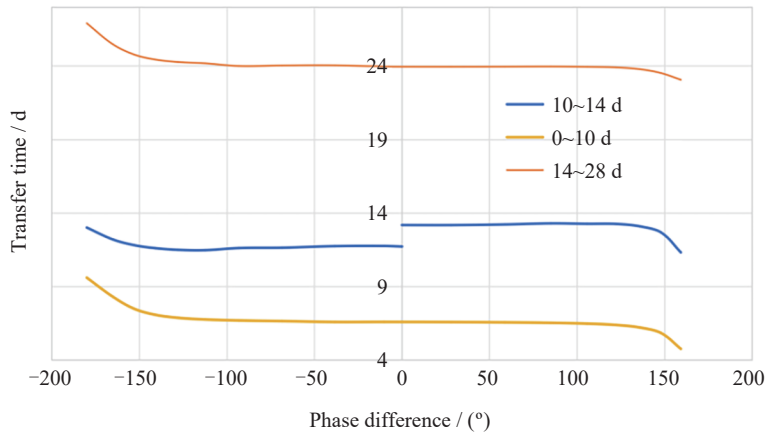


图 9 近月点出发不同相位下的转移时间变化

Fig. 9 Variation of the transfer time at different phases of the perilune departure

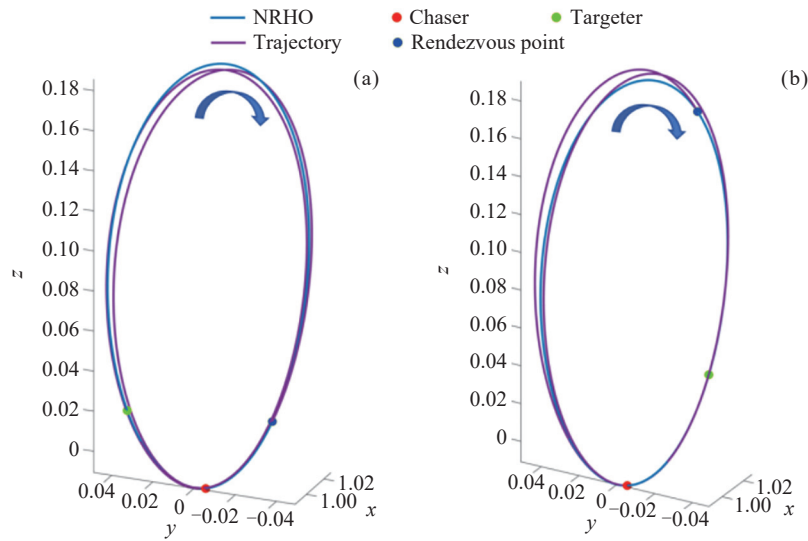


图 10 正相位差 (a) 和负相位差 (b) 的转移轨道 (10~14 d)

Fig. 10 Transfer orbits with positive and negative phase differences (10~14 d)

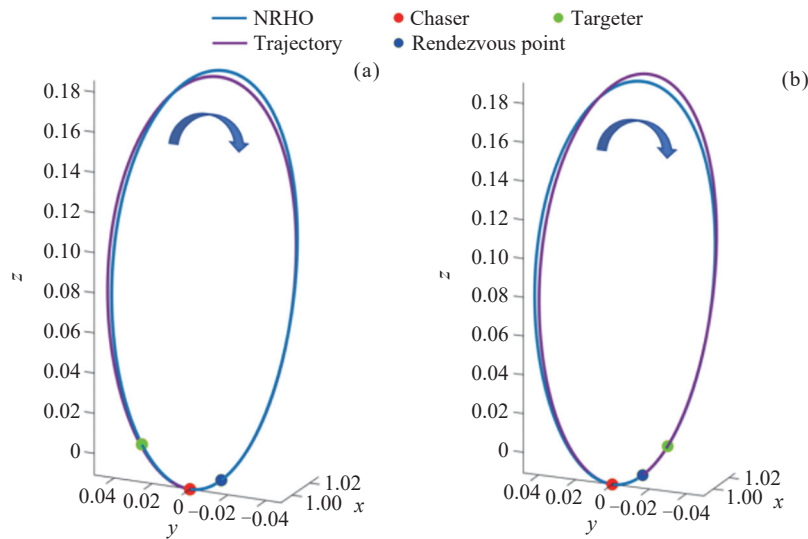


图 11 正相位差 (a) 和负相位差 (b) 的转移轨道 (0~10 d)

Fig. 11 Transfer orbits with positive and negative phase differences (0~10 d)

表 3 列出了不同相位关系下不同圈数对应的速度增量, 从表中可以看到, 随着圈数的增加, 相同相位关系的总速度增量呈现减小的趋势. 同时, 通过优化计算的最小速度增量对应的转移轨道在正相位差时, 为绕内圈的模式, 在负相位差时, 为绕外圈的模式. 这是因为位于内侧的轨道往往是追踪航天器追及目标航天器, 需要“抄近路”, 此时追踪航天器相位滞后具有优势; 位于外侧的轨道则是追踪航天器要等待目标航天器, 需要“绕远路”, 此时追踪航天器相位超前具有优势.

追踪航天器从远月点出发时, 设定转移时间在 1~10 d 时, 仿真发现转移速度增量较大, 当转移时间增加 1~2 d 时, 找到了速度增量相对较小的解, 因此将转移时间进行了适当延长, 分别设定在 0~14 d, 14~21 d 和 21~28 d, 目标航天器初始时刻距离追踪航天器的相位差在 $-180^\circ \sim 180^\circ$. 图 12 和图 13 为仿真结果, 随着相位差的增加, 转移消耗的速度增量也呈现大致增加的趋势, 但是在相位 25° 左右处出现了拐点, 对比转移时间曲线, 在该位置也出现了拐点, 说明在该位置处原有的模式发生了变化, 该位置处速

表 3 不同圈数下总速度增量 ΔV 的对比
Table 3 Comparison of total velocity increment ΔV with different revolutions

相位差/(°)	$\Delta V/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$			最小 ΔV 对应转移模式
	0~1圈	1~2圈	3~4圈	
-180	409.32	194.00	161.00	绕外圈
-153	187.75	77.20	48.06	绕外圈
-128	60.11	25.82	14.37	绕外圈
-93	17.90	9.53	7.24	绕外圈
-38	1.32	1.07	0.37	绕外圈
59	14.48	6.95	4.69	绕内圈
106	37.43	15.41	9.28	绕内圈
136	107.95	41.36	23.47	绕内圈
159	383.55	121.31	84.52	绕内圈

度增量不再随相位差的增大而增大.

为了找到变化的具体原因, 选取不同相位的转移轨道对比. 转移时间为 1~14 d 时, 如图 14 所示. 相位差为正时, 随着相位差的增大, 转移轨道的转移时间逐渐减小, 这是因为此时转移模式绕 NRHO 内侧, 在相位差 25° 左右时, 曲线发生了拐点, 这时转移轨道由绕 NRHO 内圈变为绕 NRHO 外圈的形式, 圈数减小, 转移时间呈现明显减少; 相位差为负时, 转移轨道绕 NRHO 外侧, 随着相位差的增大, 转移时长增加. 转移时间为 14~21 d 和 21~28 d 时, 如图 15 所示, 选取了相位差 -14.55° 的转移轨道, 相比 1~14 d, 转移轨道圈数增加, 速度增量明显减少, 但随着圈数的增加减小趋势递减. 需要说明的是, 在近月点、远月点处机动并绕内圈的模式存在撞月风险, 因此该模式仅适用于相位差较小的情况.

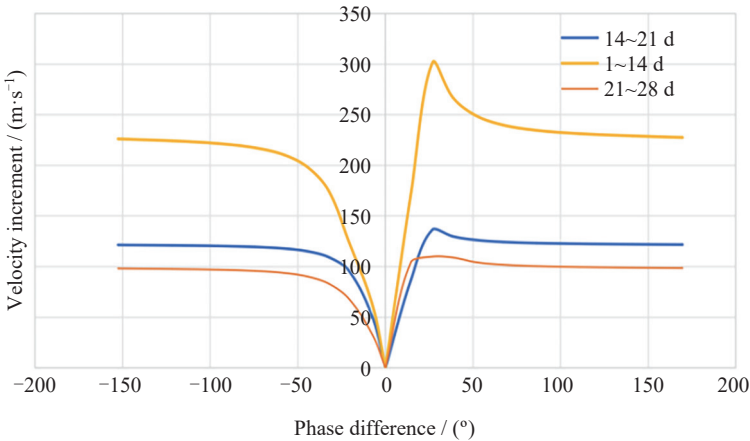


图 12 远月点出发不同相位下的速度增量变化

Fig. 12 Variation of velocity increment at different phases of the apolune departure

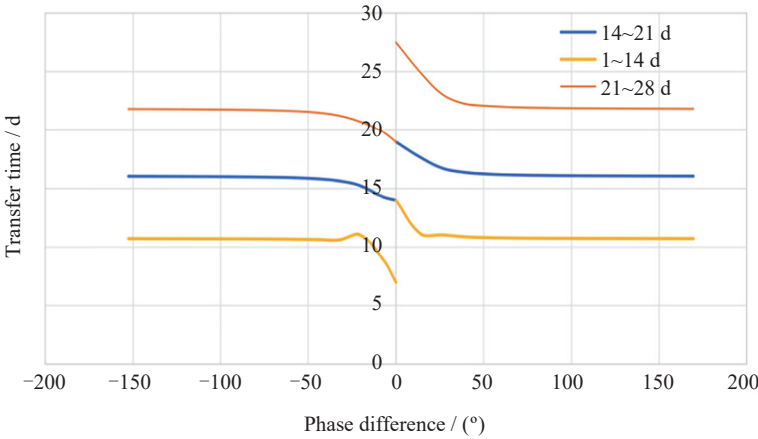


图 13 远月点出发不同相位下的转移时间变化

Fig. 13 Variation of transfer time at different phases of the apolune departure

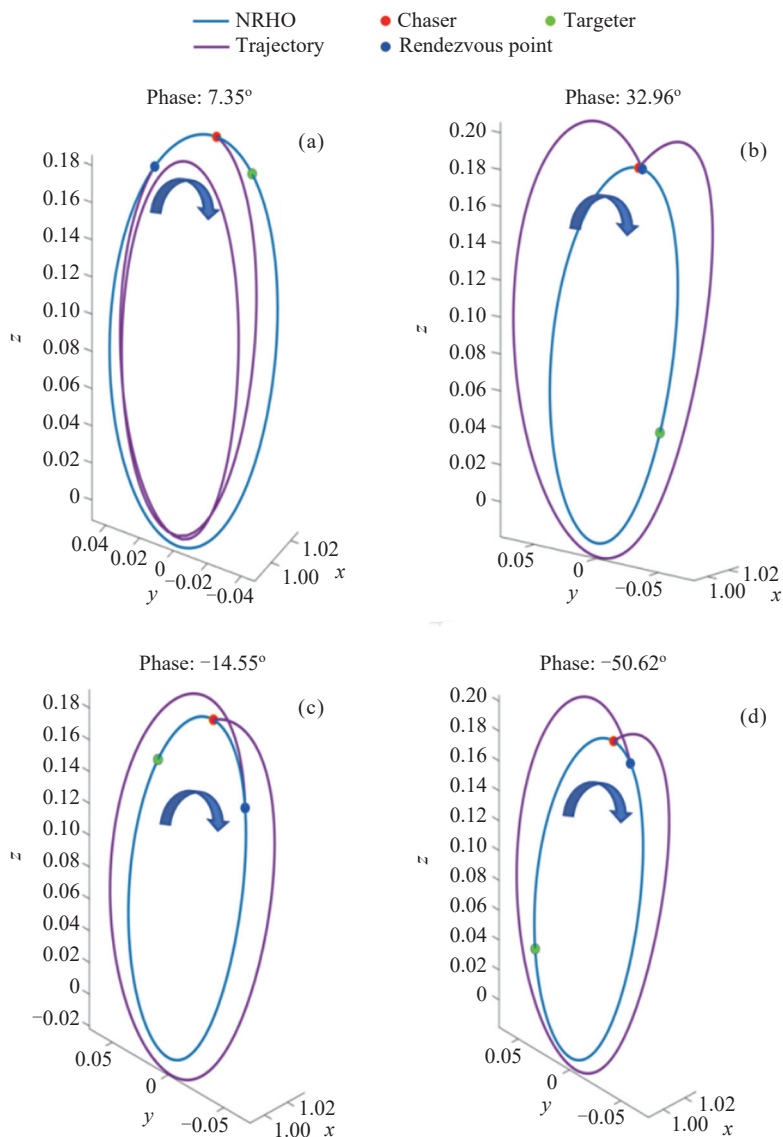


图 14 不同相位的转移轨道变化

Fig. 14 Variations of transfer orbits with different phases

对比不同转移时间的结果,发现无论是从近月点还是远月点出发,增加转移时间均可以实现更小的转移代价.这是因为随着转移时间的增加,转移轨道的圈数增加,追踪航天器有更长的时间调整位置速度,可以以较小速度增量的代价缓慢接近目标航天器,也有充分的时间寻找最优的调节相位.

在上述转移过程中,主要出现的转移模式可以按照两种主要特征进行划分:一种是按照转移轨道的圈数划分,随着转移时间的增加,轨道的圈数也增加,消耗的速度增量会减少;另一种则是按照转移轨道位于NRHO轨道内侧和外侧划分.两种模式在不同相位关系上各有优势,位于内侧的轨道,往往是追踪航天器

追及目标航天器,位于外侧的轨道,则是追踪航天器要等待目标航天器.

3.3 不同相位下NRHO调相仿真

在调相过程中,当追踪航天器位置一定,目标航天器位于不同相位时,转移消耗的速度增量受到相位差、转移时间和转移模式的影响.但是,实际情况下追踪航天器与目标航天器可能位于轨道的任何位置,因此有必要对二者之间任意的相位关系情况进行分析.

仿真过程中,将转移时间限制在7 d,在NRHO轨道上每隔 10° 选取一个位置作为追踪航天器的位置,目标航天器也每隔 10° 进行取样,固定每次追踪航

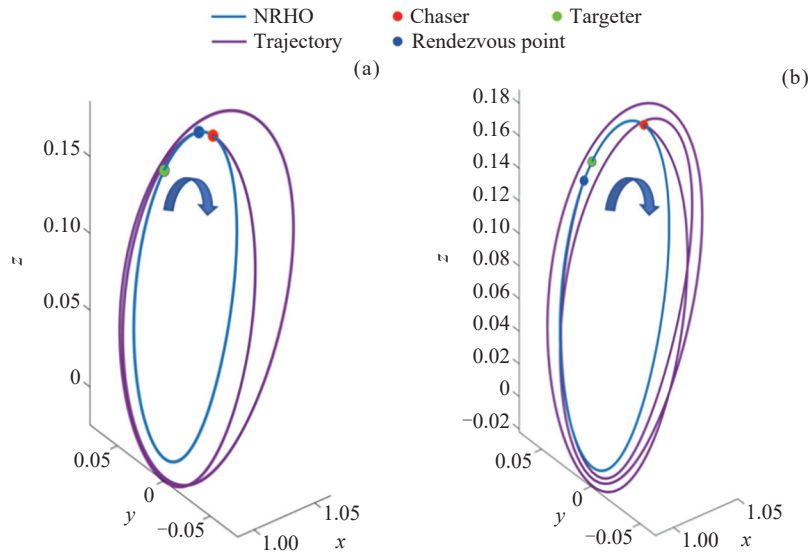


图 15 不同圈数下的调相轨道

Fig. 15 Phase orbits under different revolutions

天器的位置, 计算目标航天器不同位置转移的速度增量. 仿真结果如图 16 所示, 横坐标表示追踪航天器在 NRHO 轨道上的相位, 纵坐标表示目标航天器的相位, 颜色深度代表速度增量的大小.

4 结论

(1) 对于 NRHO 调相, 通过遍历转移时间, 用信赖域方法求解, 对调相的转移轨道进行优化, 最后通过构造方程组迭代, 进一步优化了计算结果, 该方法相较于遗传算法减少了 53.2% 的计算时间, 且占用较少的计算资源.

(2) 针对不同转移时间段的 NRHO 调相进行仿真, 发现转移时间较长时, 存在多圈转移模式, 消耗的速度增量相对单圈较小, 速度增量减小趋势随着圈数的增加而变小, 并且最优转移轨道对应的转移时间分布在轨道周期整数倍附近; 在轨道转移模式上, 存在绕 NRHO 内外圈的两两种转移模式, 绕 NRHO 内圈转移模式, 在追踪航天器相位滞后时较为节省燃料, 绕 NRHO 外圈转移模式, 在追踪航天器相位超前时较为节省燃料.

(3) 针对不同相位的 NRHO 调相进行仿真, 发现相同转移时间范围内, 同类转移模式下 (绕外圈或者绕内圈), 随着相位差增大, 调相所需的速度增量也会增大. 对于给定的转移时间和相位差, 调相代价较小的解对应的追踪航天器初始位置在近月点, 调相代价

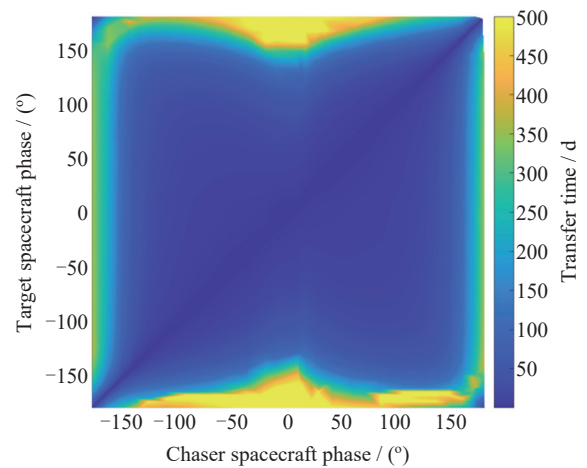


图 16 总速度增量与相位关系

Fig. 16 Total velocity increments at different phases

较大的解对应的目标航天器初始位置在远月点.

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突.

参考文献

- [1] LEE D E. Gateway Destination Orbit Model: A continuous 15 Year NRHO Reference Trajectory[R]. Houston, Texas: NASA Johnson Space Center White Paper, 2019
- [2] SMITH M, CRAIG D, HERRMANN N, *et al.* The Artemis program: an overview of NASA's activities to return humans to the moon[C]//2020 IEEE Aerospace Conference. Big Sky: IEEE, 2020: 1-10
- [3] GARDNER T, CHEETHAM B, PARKER J, *et al.* Cap-

- stone: a summary of a highly successful mission in the cislunar environment[C]//37th Annual Small Satellite Conference. Logan: Utah State University, 2023
- [4] QIN Limin, YANG Hongwei, LI Shuang. An efficient design method for long-term quasi-periodic near rectilinear halo orbits[J]. *Journal of Astronautics*, 2024, **45**(1): 43-51 (秦理民, 杨洪伟, 李爽. 长期拟周期近直线晕轨道高效设计方法 [J]. *宇航学报*, 2024, **45**(1): 43-51)
- [5] BLAZQUEZ E, BEAUREGARD L, LIZY-DESTREZ S, *et al*. Rendezvous design in a cislunar near rectilinear Halo orbit [J]. *The Aeronautical Journal*, 2020, **124**(1276): 821-837
- [6] BUCCHIONI G, INNOCENTI M. Rendezvous in cis-lunar space near rectilinear halo orbit: dynamics and control issues[J]. *Aerospace*, 2021, **8**(3): 68
- [7] FOSSÀ A, BUCCHIONI G, BLAZQUEZ E, *et al*. Two and three impulses phasing strategy with a spacecraft orbiting on an Earth-Moon NRHO[J]. *Acta Astronautica*, 2022, **198**: 669-679
- [8] BUCCHIONI G, LIZY-DESTREZ S, VAUJOUR T, *et al*. Phasing with near rectilinear Halo orbits: design and comparison[J]. *Advances in Space Research*, 2022, **71**(5): 2449-2466
- [9] XIE Y C, CHEN C Q, LI X Y, *et al*. A guidance strategy for rendezvous and docking to the space station in the Earth-Moon NRHO orbit[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2024, **44**(4): 29-39
- [10] SUN Yu, ZHANG Jin, LUO Yazhong. Rendezvous trajectory design of libration points based on three-body Lambert algorithm[J]. *Manned Spaceflight*, 2017, **23**(5): 608-613 (孙俞, 张进, 罗亚中. 基于三体 Lambert 算法的平动点交会轨道设计 [J]. *载人航天*, 2017, **23**(5): 608-613)
- [11] ZHOU J. Studies on Dynamics and Control of Orbit Transfer of Spacecraft Near the Libration Points[D]. Beijing: China Academy of Space Technology, 2021 (周敬. 平动点航天器轨道交会动力学与控制研究 [D]. 北京: 中国空间技术研究院, 2021)
- [12] FU H L, WANG M, ZHANG H. Phasing analysis on DRO with impulsive maneuver[J]. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 2023, **10**: 1177573
- [13] DONG Bowen, YU Xizheng, LI Mingtao, *et al*. Orbit design optimization method for an asteroid flyby mission from DRO[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2023, **43**(5): 864-874 (董博文, 于锡峥, 李明涛, 等. 基于 DRO 的小行星往返飞越探测轨道设计优化方法 [J]. *空间科学学报*, 2023, **43**(5): 864-874)
- [14] WANG K D, WANG Y L, DONG B W, *et al*. Trajectory optimization of near-Earth asteroids exploration by using reusable probes from cislunar space[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2025, **38**(3): 103234
- [15] ESTY C C, LEE D, MARTINEZ R, *et al*. Assessment of Cislunar Staging Orbits to Support the Artemis III Lunar Surface Mission[C]//45th Annual AAS Guidance, Navigation and Control (GN&C) Conference. Springfield: American Astronautical Soc., 2023
- [16] MORÉ J J, GARROW B S, HILLSTROM K E. User Guide for MINPACK-1[R]. Argonne: Argonne National Lab, 1980
- [17] BYRD R H, SCHNABEL R B, SHULTZ G A. Approximate solution of the trust region problem by minimization over two-dimensional subspaces[J]. *Mathematical Programming*, 1988, **40**(1): 247-263
- [18] WALTZ R A, MORALES J L, NOCEDAL J, *et al*. An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps[J]. *Mathematical Programming*, 2006, **107**(3): 391-408

作者简介



李少峰 男, 1999 年 10 月出生于山西省太原市, 现为中国科学院国家空间科学中心硕士研究生. 主要研究方向为航天器轨道动力学与控制.
E-mail: 15536050332@163.com



王有亮 (通信作者) 男, 1990 年 8 月出生于河南省济源市, 现为中国科学院国家空间科学中心副研究员, 硕士研究生导师, 主要研究方向为航天器轨道动力学与控制、分布式空间系统动力学与控制等.
E-mail: wangyouliang@nssc.ac.cn



于锡峥 男, 硕士, 副研究员, 硕士研究生导师. 主要研究方向为航天器轨道动力学与控制.
E-mail: yuxizheng@nssc.ac.cn



李明涛 男, 博士, 研究员, 博士研究生导师. 主要研究方向为航天器轨道动力学与控制、小行星防御与利用.
E-mail: limingtao@nssc.ac.cn