第 14 卷 第 4 期　　空 间 科 学 学 报　　Vol. 14, No. 4
1994 年 10 月　　CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE　　Oct., 1994

日冕背景下的等离子体尾场效应*

汪学毅　　黄永年
（中国科学院空间科学与应用研究中心，北京　100080）

摘　　要

计算了高能脉冲电子束在冷背景和热背景等离子体条件下产生的等离子体尾场（PWF）大小，讨论了高能电子束的速度、密度、长度对等离子体尾场分布的影响．在这基础上，研究了太阳耀斑脉冲相产生的向外逃逸高能脉冲电子束在日冕背景等离子体条件下激发的等离子体尾场分布以及对其捕获电子的加速．

关键词　等离子体尾场，加速，日冕

一、引　　言

关于等离子体尾场加速带电粒子的原理最早是由 Fainberg[1] 于 1956 年提出来的，最近十多年来，人们利用这一原理已成功地制成了等离子体尾场加速器，使被加速的带电粒子能量比传统加速器提高 3—4 个量级，实现了超高能量粒子的加速[2]．继这一原理在粒子加速器获得成功之后，国际上曾有人提出过这一原理在宇宙线领域的可能应用．1992 年曾海生、黄永年首次将这一原理用于太阳小耀斑的电子能谱研究，提出继脉冲加速后在磁力线管中高能电子束产生的等离子体尾场对较低能量的电子的加速及电子能谱的形成机制[3]．Resenzweig 曾讨论了等离子体尾场的线性、非线性方程解[4]，Katsouleas 研究了尾场在加速器条件下的二维数值模拟[5]．但他们对等离子体尾场的计算都只局限于冷等离子体背景下的某些极端条件．我们针对日冕等离子体条件（温度 $T \neq 0$），计算了不同能量电子束产生尾场的非线性解，探讨了太阳大耀斑高能电子在日冕等离子体背景下产生的尾场以及与各参数之间的关系，最后讨论了尾场下的带电粒子的加速问题，进而揭示了太阳宇宙线的部分属性．

二、基 本 方 程

近年来人们发现的宇宙线领域内命名的两类大耀斑分别发生在日冕上空的一万和四万公里左右的空间[6]．在耀斑爆发的同时，产生大量的高能电子流．此电子流经逃逸，沿磁场方向在日冕空间传播，与日冕背景等离子体之间产生强烈的相互作用，激发等离子体振荡，产生等离子体尾场．由于日冕高温等离子体电导率很大，温度梯度小，故下面考虑

* 国家自然科学基金资助项目．
本文于 1993 年 9 月 17 日收到．

计算模型时，取日冕背景等离子体温度为定值：$T_0 = 2 \times 10^6$K.

为简化起见，现考虑一束束长为 L_0、初速度为 $\boldsymbol{V}_b = c\boldsymbol{\beta}_b$、密度为 n_b 的电子束通过均匀、温度为 T_0 的背景等离子体中产生感应电场的自洽方程.

假定受扰动的背景等离子体中离子由于惯性而基本不动，原处于平衡密度为 n_0 的电子受扰动后速度为 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\beta}c$、密度为 n，设电场为 $\boldsymbol{E}$，磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$，等离子体过程为绝热过程. 则有方程组:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot(\nabla \boldsymbol{P}) = -e(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{\beta}\times \boldsymbol{B}_0) - \nabla p, \\ \nabla\cdot\boldsymbol{E} = 4\pi e(n_0 - n - n_b'), \\ \nabla\times\boldsymbol{E} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \\ \nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0, \\ \nabla\times\boldsymbol{B} = -4\pi e(n\boldsymbol{\beta} + n_b'\boldsymbol{\beta}_b) + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \\ \dfrac{\mathrm{d}(p\rho^{-r})}{\mathrm{d}t} = 0, \\ p = kT_0\rho. \end{cases} \tag{1}$$

这里 $n_b' = \begin{cases} n_b & (\text{束内}), \\ 0 & (\text{束外}); \end{cases}$ $\boldsymbol{P} = \dfrac{m_e c\boldsymbol{\beta}}{(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}}$ 为电子相对论动量，r 为绝热系数(一般取1.10).

等离子体尾场实质上就是由于背景等离子体中电子受扰动激起的一种静电振荡，频率在 $\omega_e = \left(\dfrac{4\pi n_e e^2}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}}$ 量级. 因此尾场以空间尺度 $\lambda = \dfrac{v}{\omega_e}$ (米的量级)作周期振荡，所以下面我们在计算尾场时作局域处理，近似看成一维情况. 设电子束前进方向为 x 轴(沿磁力线) 正向，则 $\boldsymbol{B}_0 /\!/ \boldsymbol{v}_b$，假定 β_b 不随时间变化，故所有等离子体振荡量仅是 $\tau = \omega_p\left(t - \dfrac{x}{v_b}\right)$ 的函数，这里 $\omega_p = \sqrt{\dfrac{4\pi n_0 e^2}{m_e}}$，从方程组(1)不难推出:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\beta-\beta_b}{(1-\beta)^{\frac{3}{2}}} + \dfrac{\alpha}{\beta_b-\beta}\right)\dfrac{\mathrm{d}^2\beta}{\mathrm{d}\tau^2} + \left(\dfrac{2\beta^2 - 3\beta_b\beta + 1}{(1-\beta^2)^{5/2}} + \dfrac{2\alpha}{(\beta_b-\beta)^2}\right)\left(\dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\tau}\right)^2 \\ \qquad = \beta_b^2\left(\dfrac{\beta}{\beta_b-\beta} + \dfrac{n_b'}{n_0}\right), \\ E(\tau) = \dfrac{E_0\left(1-\dfrac{\beta}{\beta_b}\right)}{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\tau}. \end{cases} \tag{2}$$

这里 $\alpha = \dfrac{rT_0}{m_e c^2}$，$E_0 = -m_e c\omega_p/e$.

三、计 算 结 果

选定电子束的前端为 τ 的零点，显然在 $\tau \leqslant 0$ 时，即电子束的前方，等离子体未受扰动，保持均匀和电中性，因此有如下初始条件：

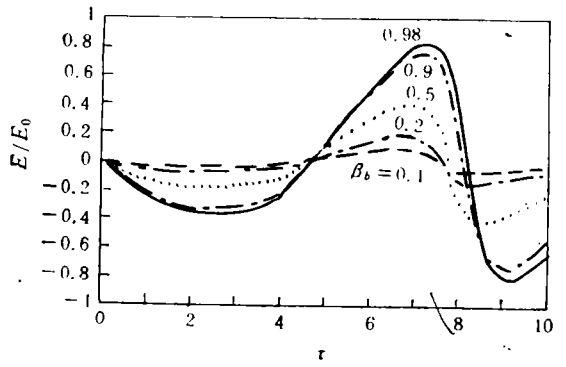
$$\begin{cases}\beta(\tau) = 0, & \tau \leqslant 0; \\ E(\tau) = 0, & \tau \leqslant 0.\end{cases} \tag{3}$$

假定电子束在束长 L_0 内密度均匀，则描述束流的条件有：

$$n_b' = \begin{cases} n_b, & (0 < \tau < \tau_0); \\ 0, & (\tau > \tau_0, \tau \leqslant 0). \end{cases} \tag{4}$$

这里

$$\tau_0 = \frac{(1-\beta_b^2)^{\frac{1}{2}} L_0 \omega_p}{v_b}.$$



$\tau_0 = 4$, $\frac{n_b}{n_0} = 0.3$

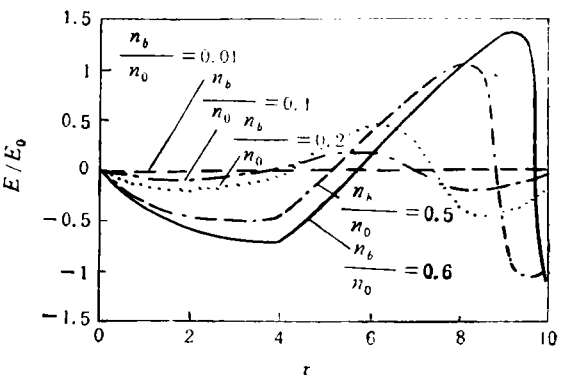
图 1 等离子体尾场与束速度关系图

Fig.1 The τ dependence of PWFs for different electron beam speeds

在上述条件(3)、(4)下，对方程组(2)作数值计算，分别对电子束密度、电子束速度、电子束脉冲长度与尾场之间的关系作了分析，同时对冷热背景等离子体的尾场大小的影响作了探讨。

(1) 电子束速度对等离子体尾场的影响

从图 1 可以看出，尾场随束一起向前(沿 x 轴正向)传播，在束尾($\tau > \tau_0$)尾场是以振荡场形式分布的。因 $E_0 = -\frac{m_e c \omega_p}{e}$ 为负值，故在束尾的前半周期(对应图中 $\frac{E}{E_0} \geqslant 0$ 部分)，$E < 0$，尾场沿负 x 轴方向，于是加速与束同向的运动电子。在束中(对应图中 $\tau < 4$)，尾场方向将沿 x 轴正向，对电子束起减速作用。在(四)中，我们将可以得知，该尾场分布对注入其中的检验电子的总效果是起加速作用，检验电子获得能量。图 1 还表明，随着电子束速度 β 的增大，尾场的幅值也随着增大，振荡周期也跟着变长，但其变化较小。



$\tau_0 = 4$; $\beta_b = 0.9$

图 2 等离子体尾场与 $\frac{n_b}{n_0}$ 关系图

Fig 2 The τ dependence of WPFs for different $\frac{n_b}{n_0}$

(2) 背景等离子体密度 (n_0) 及束密度 (n_b) 对等离子体尾场的影响

束密度 (n_b) 对等离子体尾场分布的影响主要是由它与背景等离子体密度 (n_0) 的

比值而决定的．从图 2 可以看出，当 $\frac{n_b}{n_0}$ 值很小时，尾场很弱，其分布形状接近于正弦波，随着 $\frac{n_b}{n_0}$ 的增大，尾场分布形状越接近于锯齿波，它的振幅也跟着越来越大，周期也越来越长．这里值得一提的是，当 $\frac{n_b}{n_0}=0.5$ 时的情形，束内场强趋于定值 $E=0.5E_0$，场振荡仅在束尾部表现．

背景等离子体密度 n_0 对等离子体尾场的影响，除了上述情况外，还表现在场的振幅上．由于尾场的振幅正比于 $E_0=-\frac{m_e c\omega_p}{e}$，而 ω_p 又正比于 $\sqrt{n_0}$，故 n_0 越大，尾场振幅也越强．

(3) 电子束长对等离子体尾场的影响

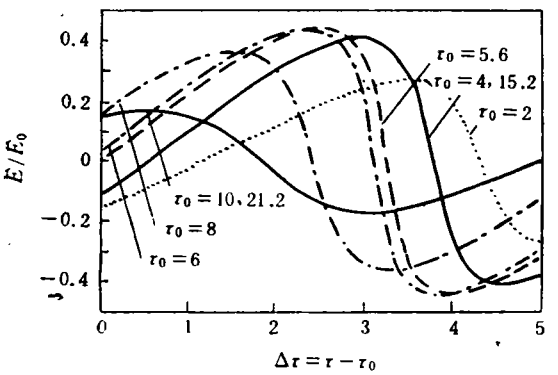
由于太阳耀斑过程中爆发是多次重复的，因此由耀斑活动产生的宇宙线电子在日冕空间的传播也是呈一束一束的脉冲状态，不同的束长就会给尾场带来不同的分布．计算结果表明尾场分布随束长 τ_0 呈周期性的变化(见图 3 (a)，周期为 11.2)．其变化周期 l 与束速度 v_b 以及与 $\frac{n_b}{n_0}$ 有关(见表 1 和表 2)．

表 1　束速不变时，l 与 n_b/n_0 的关系　　$(\beta_b=0.5)$

$\frac{n_b}{n_0}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6
l	7.3	8.8	11.2	15.1	18.3	23.3	32.4	54.4

由表可见，$\frac{n_b}{n_0}$ 对周期 l 的影响较大，l 均随着 $\frac{n_b}{n_0}$、β 的增加而增加．

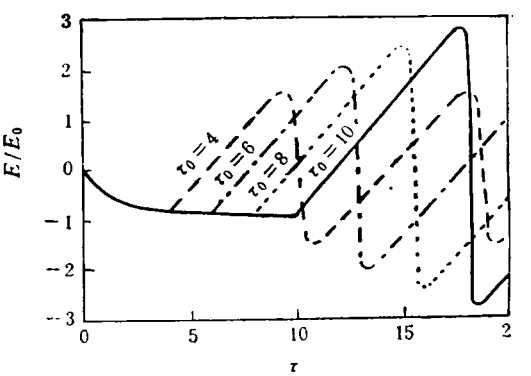
当束长在半周期 $\left(\frac{l}{2}\right)$ 内变化时，尾场振荡的幅值随 τ_0 呈单调增加的关系(参见图



$\beta_b=0.5$;　$n_b/n_0=0.3$

图 3(a)　不同束长时等离子体尾场在束尾的分布

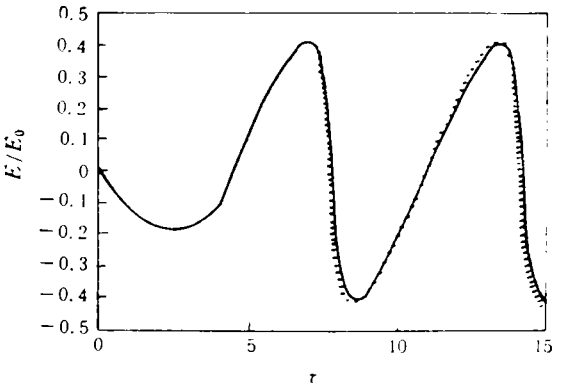
Fig. 3(a)　The PWF profiles of $\Delta\tau$ for different electron beam lengths



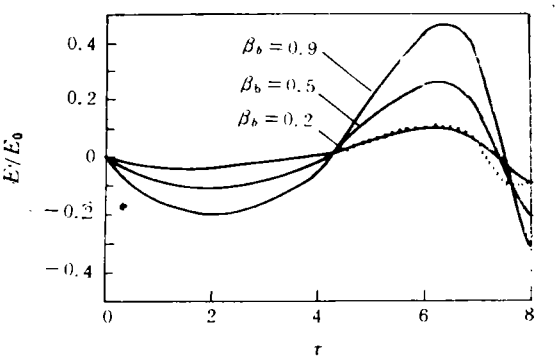
$\beta_b=0.98$,　$n_b/n_0=0.5$

图 3(b)　$n_b/n_0=0.5$ 时束长与尾场的关系

Fig. 3(b)　The PWF profiles of τ for different beam length when $n_b/n_0=0.5$



$\tau_0 = 4$; $\beta_b = 0.5$; $\frac{n_b}{n_0} = 0.3$



$\tau_0 = 4$; $\frac{n_b}{n_0} = 0.2$

dotted lines——$T = 2 \times 10^6$K. solid lines——$T = 0$

图 4(a) 冷热背景等离子体情形下的尾场分布

Fig. 4(a) The PWF profiles of τ in the cold and hot background plasma

图 4(b) 不同束速时尾场与温度的关系

Fig. 4 (b) The τ dependence of PWFs with temperatures for different beam speeds

表 2 n_b/n_0 不变时，I 与 β_b 的关系 ($n_b/n_0 = 0.2$)

β_b	0.2	0.5	0.8	0.9
I	8.8	8.9	9.1	9.2

3 (a)、图 3 (b))。当 $\tau_0 = \frac{I}{2}$ 时，尾场振幅最大，如图 3 (a) 中 $\tau_0 = 5.6$ 的情形。

(4) 背景等离子体温度对等离子体尾场的影响

考虑日冕温度 $T_0 = 2 \times 10^6$K，不难计算出温度效应对等离子体尾场分布的影响。一般地来说，温度对等离子体尾场振幅的影响很小，对尾场振荡周期的影响从图 4(a) 中可看出，当考虑到温度效应(对应于两图中虚线)时，其振荡周期变小。

温度对尾场分布的影响还取决于其它因素，图 4 (b) 表示的是在 $\frac{n_b}{n_0}$ 及束长不变的情况下，束速度改变时，等离子体尾场与温度效应的关系曲线图，从中看出，当束速较小时，尾场的温度效应明显。

四、等离子体尾场对带电粒子的加速

从等离子体尾场的时空分布来看，当带电粒子注入等离子体尾场中，就会得到加速或减速。现在来考虑与束运动方向同向的低速检验电子 (v')，在束内由于静电场方向与其运动方向同向，故它将被减速，而在束流尾部电场方向基本与电子运动方向相反，检验电子得到加速。由于该等离子体尾场仅是 $\tau = \omega_p\left(t - \frac{x}{v_b}\right)$ 的函数，这就表明尾场随束

是以 v_b 的速度沿 x 轴正向传播的，因此我们可以把尾场传播分成两部分来考虑，一部分是减速区(对检验电子起减速作用)，另一部分是加速区(对检验电子起加速作用)，它们分别交替地通过检验电子，当减速区通过检验电子时，检验电子的速度 v' 减小，但它与束的相对速度 $v'' = v_b - v'$ 却增大，因此，检验电子于尾场减速区居留时间短．相反地，检验电子在加速区不仅场强大，且居留时间长，因此我们可以定性得知，检验受到较长时间较强的尾场加速，其总效果是粒子得到加速，获得能量．

以上的讨论仅限于低能捕获的检验电子，对速度过快的电子而言(一般称该电子为逃逸电子)，它们就会很快逃出尾场分布的空间，尾场对它不起加速作用．下面我们从定量的角度去讨论尾场捕获电子的条件以及检验电子获得能量的大小．

首先我们来看尾场存在时粒子的哈密顿函数的一般表达式[7]：

$$H = m_e c^2(1 - y) + c(m_e c^2 + P^2)^{\frac{1}{2}} - v_b P.$$

这里 $y = \sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$，$P = \dfrac{m_e v}{\sqrt{1-\beta^2}}$．容易推知尾场中电子刚逃离还没有逃离尾场时的哈密顿函数：

$$H_{sep} = m_e c^2(1 - y_{min} + \gamma_b^{-1}).$$

$\gamma_b = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta_b^2}}$，考虑检验电子初速为 $v_0 = c\beta_0$，因此它在被置入等离子体尾场中之前，哈密顿函数为

$$H_0 = m_e c^2 \gamma_0(1 - \beta_b\beta_0).$$

这里 $\gamma_0 = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta_0^2}}$，因此检验电子被捕获必须满足

$$H_0 \leqslant H_{sep} = m_e c^2(1 - y_{min} + \gamma_b^{-1}).$$

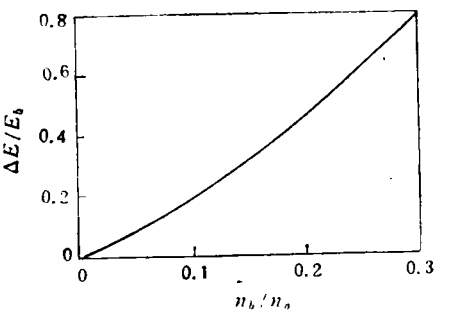
故电子的捕获条件是

$$\gamma_0(1 - \beta_b\beta_0) \leqslant (1 - y_{min} + \gamma_b^{-1}). \quad (5)$$

当检验电子满足条件(5)时，它将被等离子体尾场加速，其获得能量为[7]

$$\Delta\mathscr{E} = \Delta H \approx 2(y_{max} - y_{min})\gamma_b^2 m_e c^2. \quad (6)$$

根据式(6)可以计算，当β_b=0.9($\mathscr{E}_b$=1.0MeV)，不同束密度时检验电子获得的能量．从图5可见，当高能电子束的束密度越大时，其尾场越强，检验电子获得的能量也就越多．当 $\dfrac{n_b}{n_0} = 0.1$，$\dfrac{\Delta\mathscr{E}}{\mathscr{E}_b} = 0.1$，此时检验电子获得的能量相对地很小．我们认为在 $\beta_b = 0.9$ 的情况下，只有当 $\dfrac{n_b}{n_0} > 0.1$ 时被捕获的检验电子才获得能量，尾场对检验电子有加速作用；而当 $\dfrac{n_b}{n_0} \leqslant 0.1$，尾场对检验电子的加速很弱，此时认为等离子体尾场可以略去不计．尾场



$\tau_0 = 4$;　$\beta_b = 0.9$

图5　检验电子获得能量与 n_b/n_0 的关系

Fig. 5　The $\frac{n_b}{n_0}$ dependence of the energy gain of lower-energy electrons from PWFs

对注入其中的检验电子加速，使其获得能量，其能量来源是由于高能电子束本身受到减速时的能量损失所致。

五、讨 论

1. 影响尾场振荡周期的因素

等离子体尾场随电子束以速度 v_b 向前传播，在束尾以恒振幅振荡场的形式随 $\tau = \omega_p\left(t - \frac{x}{v_b}\right)$ 分布，其振荡周期要受到电子束的速度、密度、以及背景等离子体温度的共同影响。

下面我们从等离子体的电子振荡频率公式 $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m_e}}$ 出发，来讨论电子密度和速度以及背景温度对尾场振荡周期的影响。

(1) 当 v 是相对论速度时，由于 $m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$，故 β 越大，m_e 也就越大，尾场振荡频率就越小，周期变长。

(2) 当 n_b 增大时，$n = n_0 - n_b$ 将减小，则尾场振荡频率减小，周期同样变长。

(3) 当考虑热效应时，其振荡频率公式将修正为

$$\omega = \left(\omega_p^2 + \frac{3}{2}k^2v_{Te}^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\omega_p^2 + \frac{3}{2}k^3\frac{T_0}{m_{e_0}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

可见当背景为热等离子体时，尾场的振荡频率增大，而周期减小。

2. 尾场振幅

由于前面计算中我们假定束传播过程中束速保持不变，因此结果表明尾场在束尾都作等幅振荡分布。但实际情况是，电子除了与背景粒子有库仑作用外，还受其自身产生尾场的减速，因此宇宙线电子束在日冕传播过程中，束速不断减小（虽然减小量不很明显），尾场振幅随时间不断衰减。

3. 温度因素

等离子体尾场是由电子束扰动背景等离子体而产生的，事实上它是一支静电波，当考虑背景等离子体温度时，如果背景温度相对来说不是很高 ($T_0 = 2 \times 10^6$K)，其电子热运动速率 $v_{Te} \sim 5 \times 10^6$m/s 远小于电子束的扰动速率，则它对尾场振荡周期以及振幅的影响很小。显然，当 $\frac{v_{Te}}{v_b}$ 取值变大时(如本文图 4 (b) 中，$\beta_b = 0.2$ 情形)，电子热运动速率靠近束扰动速率，这时温度效应就变得越来越明显。

4. 束长因素

若束的固有长度为 L_0，则 $\tau_0 = \frac{\omega_p(1-\beta_b^2)^{\frac{1}{2}}L_0}{v_b}$。计算表明，当 τ_0 很大时，尾场于束内、束尾均以周期性的振荡场形式分布，而且束尾的尾场形状随 τ_0 也作相应的周期性变化，对 $\beta_b = 0.5$，$n_b/n_0 = 0.3$ 尾场随 τ_0 的周期是 11.2，即每当 $\tau_0' = \tau_0 + 11.2 \times j (j = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$ 的尾场分布与 τ_0 时的尾场分布是一致的。计算结果还表明，尾场

随束长的 τ_0 周期 I 与束速度大小以及 $\frac{n_b}{n_0}$ 均有关，$\frac{n_b}{n_0}$ 对 I 的影响较大。

依上面讨论结果，我们总可以把束长很长的电子束产生的尾场的计算，统一到尺度小，即 τ_0 在 10^0—10^1 范围的情况。虽然我们在计算时 τ_0 取值较小 (2—21.2)，但我们依然可以推知 τ_0 为 10^2 量级或更大时的等离子体尾场的分布。

5. 太阳宇宙线的尾场效应

太阳宇宙线中高能成分的电子通过日冕空间将产生等离子体尾场，结果使其低能成分的电子得到加速，能谱改变。

根据太阳 II 类大耀斑的电子能谱的折断能量 (1MeV)，我们可以假定此时的电子束产生的尾场效应较小，依(四)中结果可以推知，此种情况下，太阳宇宙线电子束密度基本为 $n_b = 0.1n_0$(n_0 为日冕等离子体的密度)。

表 3　尾场幅值 $|E|$ 与电子能量 ($\mathscr{E}$) 的关系

$\mathscr{E}$(MeV)	1	10	100
$\|E\|$($\times 10^6$V/m)	1.004	1.066	1.076

假定太阳宇宙线高能电子束能量为 1—10^2 MeV，我们就很容易推算它们产生的尾场大小(幅值)。见表 3 幅值均在 1.0×10^6 V/m 的量级，空间尺度在小于米的量级。本文所述的尾场加速，对两类太阳大耀斑中电子能谱的形成有重要影响，我们将在另文发表。

参　考　文　献

[1] Fainberg, Y. B., Proceedings of the CERN Symposium on Collective Acceleration, Geneva, Vol. **1**, p. 84, 1956.

[2] Rosenzweig, J. B. et al., *Phys. Rev. Lett.*, Vol. **61**, p. 98, 1988.

[3] 曾海生和黄永年，空间科学学报，第 **12** 卷，第 95 页，1992.

[4] Rosenzweig, J. B., *IEEE Trans. Plasma Sci.*, PS-15, p. 186, 1987.

[5] Katsouleas, T., *Phys. Rev. A*, Vol. **33**, p. 2056, 1986.

[6] Moses, D. et al., *Ap. J.*, Vol. **346**, p. 523, 1989.

[7] Fainberg, Y. B., *Phys. Rev.*, Vol., **38**, p. 3634, 1983.

THE PLASMA WAKE FIELD BY SOLAR HIGH-ENERGY ELECTRONS IN SOLAR CORONA

Wang Xue-yi Huang Yong-nian

(Center for Space Science and Applied Research, Academia Sinica, Beijing 100080)

Abstract

In this paper we have calculated the plasma wake fields (PWFs) excited by the interaction of high-energy electron beam with cold and hot plasma, and discussed the effects of electron beam speed, density and its length on PWFs. Based on the obtained results, we have studied τ-profiles of PWFs resulted from the interactions of high energy electron beams produced during a solar impulsive flare with the coronal plasma, and acceleration of lower energy electrons by this PWFs in the corona. Here $\tau = \omega_p(t - x/v_b)$ where $\omega_p = (4\pi n_0 e^2/m_e)^{\frac{1}{2}}$ and t is time, x the axis along the diraction of electron beam velocity, v_b the speed of electron beam, n_0 plasma density in the corona, and m_e the rest mass of electron.

Key words Plasma wake field, Acceleration, Corona