

初始电流片长宽比对非对称多重 X 线重联的影响*

李灵杰

(台州学院物理系 台州 318000)

摘要 采用可压缩电阻性磁流体力学模型,研究了初始电流片的长宽比 L_x 对非对称多重 X 线磁场重联的影响。研究结果发现,当 L_x 超过一定的阈值时,非对称磁场重联的演化过程中将伴有多重 X 线重联发生。进一步地研究结果表明,当 L_x 越大,多重 X 线重联就越容易出现,相同时间间隔内所诱发的次级磁岛的尺寸也随之相应变大,不仅如此,次级磁岛的尺寸占整个模拟尺寸的比例也有所增大。对于 L_x 比较大的情形,当非对称多重 X 线磁场重联发展到一定程度后,非对称多重 X 线磁场重联的重联点基本不随时间变化,并且所诱发的大尺度次级磁岛的大小也基本稳定,该结论与 Magnetospheric Multiscale (MMS) 观测现象一致。因此这些结果可以用来解释一些卫星观测现象,尤其对空间物理中有关次级磁重联产生的多重 X 重联的观测有一定指导作用。

关键词 磁重联,磁流体力学,次级磁岛,电流片

中图分类号 P354

Effects of the Length-width Ratio of Current Sheet on Asymmetry Multiple X-line Reconnection

LI Lingjie

(Department of Physics, Taizhou University, Taizhou 318000)

Abstract Effects of the length-width ratio of current sheet (L_x) on asymmetry multiple X-line reconnection are investigated using a two-dimensional compressible resistive Magnetohydrodynamics (MHD) model. It is found that multiple-X lines induced by secondary tearing instability occur during the asymmetry reconnection processes when L_x exceeds a critical value. Multiple X-line reconnection occurs faster as L_x becomes larger, and percent of secondary island is also increases. For large L_x cases, locations of the reconnection points of asymmetry multiple X-line reconnection and sizes of the secondary island are tend to stationary with the evolution of the multiple X-line reconnection, which is consistent to the Magnetospheric Multiscale (MMS) observations. The results here can be useful for

* 国家自然科学基金项目(41904146, 11847032)和台州学院培育项目(2018 PY011, 2018 PY009)共同资助

2021-01-13 收到原稿, 2021-09-28 收到修定稿

E-mail: ljli@tzc.edu.cn

understanding some observed data, even for the secondary tearing instability and multiple X-line reconnection observations.

Key words Magnetic reconnection, Magnetohydrodynamics, Secondary island, Current sheet

0 引言

空间等离子体中存在许多爆发现象,例如太阳耀斑、日冕物质抛射、磁层亚暴等,其在很短时间内释放出巨大的能量从而引起等离子体状态的急剧变化。引发这些爆发现象的能量主要来源于磁场。磁重联提供了一种将磁能快速转化为等离子体动能和热能的有效机制,同时能引起等离子体中磁场拓扑结构的改变。磁重联最早是由 Giovanelli^[1] 在 1946 年提出的,可能是引发太阳耀斑产生的重要机制。同时,为了使磁重联可以解释一些观测现象,重联的时间尺度要比扩散的时间尺度快很多。

磁层顶相当于由太阳风挤压磁场与地球自身磁场相对抗形成的电流片^[2]。卫星观测数据显示,地球向阳面磁层顶的磁场重联过程发生时,重联区两侧是非对称的^[3,4]。非对称重联不仅在向阳面磁层顶发生,在地球磁尾、日冕以及实验室等离子体中均有被发现。近年来,关于非对称重联的研究逐渐成为重点^[5-8]。非对称重联下的重联率也被做了相应的研究,其定标问题在密度对称和非对称的情形下都被做了细致地研究^[9-11]。Wang 等^[12] 利用二维混合模型,系统地研究了剪切流对非对称重联的影响,并将所得结果与没有剪切流的情形做了比较。

许多观察数据表明,当太阳风携带南向行星际磁场作用于地球磁层时,地球向阳面的磁层顶会有明显的磁场重联过程发生在狭长的连续的区域内^[13],在向阳面的磁层边界通常伴有多重 X 线重联发生^[14],这些多重 X 线重联的尺度跨度很大,可以从几百公里跨越到几个地球半径。Fuselier 等^[15] 利用 MMS 的观测数据在地球向阳面磁层顶观测到了大尺度的磁岛,尺度可达数个地球半径。并且与以往的小尺度的研究结论不同,这些多重 X 线的重联点是稳定且不动的。

Lee 等^[16] 系统研究了对称磁场重联下多重 X 线重联出现的条件。此外,还有研究表明,离子惯性长度 d_i 的大小也是多重 X 线重联能否发生的重要判据之一^[17],当 d_i 超过一定大小时,多重 X 线重联将不再发生。非对称重联下 Hall 磁场的结构在解析上被进

一步系统地研究^[18]。加入 Hall 效应之后,由于电子和离子解耦效应,重联区域的电流片将变得更薄,从而更容易诱发多重 X 线重联现象。但是,非对称重联下次级磁岛演化的情形尚未被细致研究。并且地球的向阳面磁层顶磁场重联是非对称的,也有观测到多重 X 线重联发生,所以研究非对称重联次级磁岛的出现机制有一定的意义。

本文采用二维可压缩电阻性磁流体力学模型,研究了非对称磁重联下初始电流片的长宽比对次级重联以及其引发的多重 X 线重联的影响,分别描述数值模拟的模型与结果,通过分析得出相应结论。

1 模拟模型

模拟过程中所采取的模拟平面是 xz 面,在垂直模拟平面的 y 方向上假定 $\partial/\partial y = 0$,即沿着 y 方向物理量是均匀的。模拟中所采用的磁场形式为 $\mathbf{B} = \hat{y} \times \nabla\psi + B_y \hat{y}$,简化后的二维可压缩电阻性磁流体力学方程组如下^[19]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} = -\nabla \cdot [\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + (p + B^2/2)\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}] + \nabla^2(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)/S_v, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla \psi + (J_y - J_{y0})/S, \quad (3)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = -\nabla \cdot (B_y \mathbf{v}) + \mathbf{B} \cdot \nabla v_y + \nabla^2 B_y/S, \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot (p \mathbf{v}) - (\gamma - 1)p \nabla \cdot \mathbf{v} + (J^2 - J_0^2)/S. \quad (5)$$

方程组中的变量 $\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 ψ 、 ρ 、 p 、 $\mathbf{I}$ 分别为等离子体的速度、磁场、磁通函数、等离子体密度、热压力和单位张量。 J_y 为 y 方向的电流密度。 γ 为等离子体的绝热常数,这里 $\gamma=5/3$ 。 $\mathbf{v}_0$ 、 J_{y0} 和 J_0 分别为速度、 y 方向电流密度和电流密度的初始值。所有变量归一化的方法与之前的模拟一致^[20]。

初始采用的非对称磁场位形由经典 Harris 电流片位形演变而成, 表达式如下:

$$B_x = B_0 \tanh(z/\lambda_B) - B_1. \quad (6)$$

模拟中取 $B_0 = 1.5$, $B_1 = 0.5$, 则初始磁场大小的分布区间为 $-2 \sim 1$, 即关于 z 轴是不对称的(非对称的程度则由 B_1 的大小决定)。电流片半宽度 $\lambda_B = 1$, 也可作为长度的归一化常数。初始时等离子体的密度分布均匀, 取为常数 $\rho_0 = 1.5$ 。模拟从静平衡开始, 即初始压强满足 $p_0 + B^2/2 = \text{const}$ (该常数模拟中取 3.4)为非均匀分布, 初始温度($T_0 = p_0/\rho_0$)分布也为非均匀。模拟中所取的朗奎斯特数 $S = 1000$, 模拟区域的大小为 $x = [-L_x, L_x]$, $z = [-L_z, L_z]$ 。 x 方向上采用周期边界, z 方向上采用开放边界, 即 $\partial/\partial z = 0$ 。模拟中固定 $L_z = 16$, 通过改变 L_x 的大小, 即可表征初始电流片的长宽比变化, 从而研究初始电流片的长宽比对非对称磁场重联过程中次级磁岛发生的影响。

2 模拟结果

模拟中, 撕裂模由初始给定的磁通扰动诱发, 其表达式如下:

$$\delta\psi = \delta\psi_0 \cos(\pi x/L_x) \cos(\pi z/2L_z). \quad (7)$$

其中, $\delta\psi_0 = 0.25$, 采用比较大的初始扰动是为了节约模拟时间, 其在这里所分析的物理过程并不会产生影响^[21]。

模拟中首先选取两种不同大小的 L_x , 研究非对称磁场重联的过程。图 1 分别给出了这两个不同 L_x 情形下电流密度 J_y 在不同时刻的分布, 其中左侧为 $L_x = 24$, 右侧 $L_x = 30$ 。从图 1 中可以清楚地发现, 不管哪种情形, 磁力线的分布是非对称的, 即发生了非对称磁场重联。当 $L_x = 24$ 时, 磁场重联过程中, 并没有次级磁岛。而 $L_x = 30$ 的情形下, 则出现了次级磁岛, 即发生了多重 X 线重联, 该多重 X 线重联是由次级磁重联引发的。相比 $L_x = 24$ 情形, $L_x = 30$ 时,

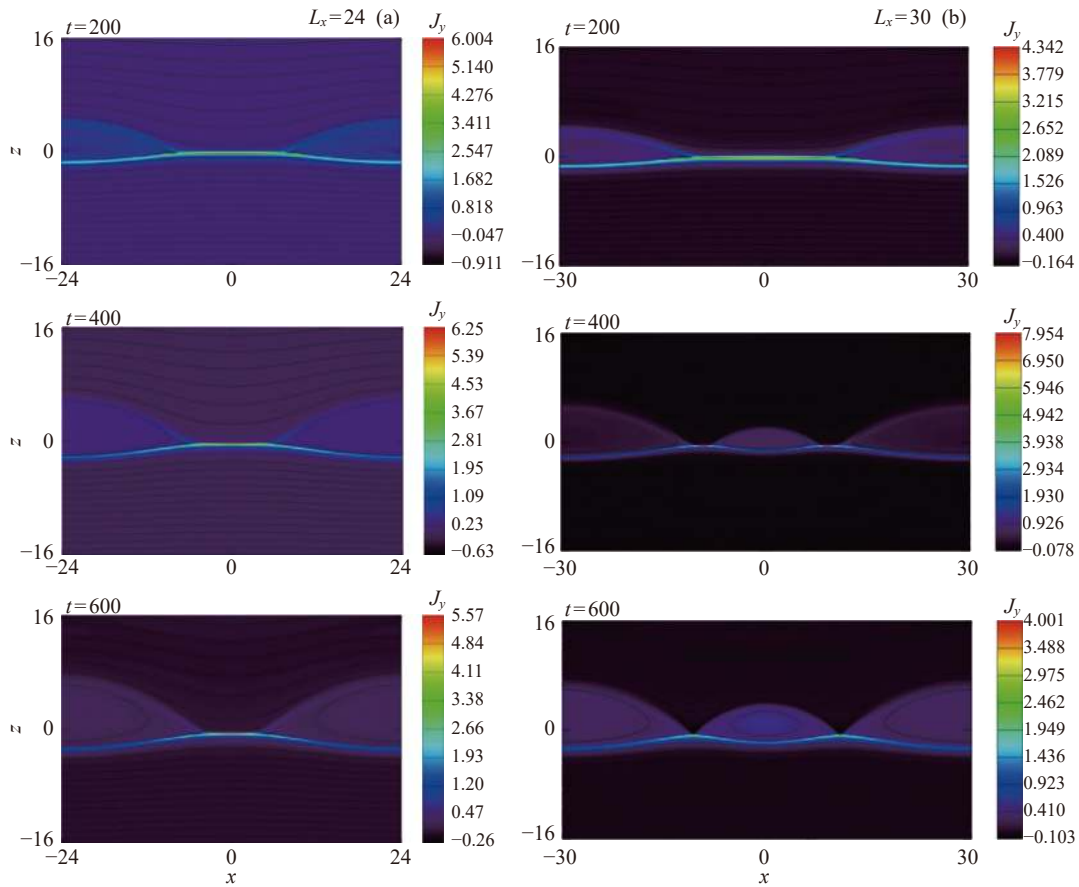


图 1 $L_x = 24$ 和 $L_x = 30$ 时不同时刻的电流 J_y 分布

Fig. 1 Contour of J_y with $L_x = 24$ and $L_x = 30$

重联过程中电流片相对比较长,重联的形状趋于Y形重联,继而有次级磁岛出现,即发生了多重X线重联。多重X线重联发生以后,由重联点 J_y 的大小可知,非对称重联过程的重联率变大,这与之前的结果一致^[17]。而 $L_x = 24$ 时,非对称重联则表现为单X重联,并没有多重X线重联发生。对比发现,对于 L_x 较长的情形,非对称磁场重联发生以后,重联区域的电流片显得相对较长,该狭长的电流片由于不稳定性容易进一步激发次级磁岛,诱发多重X线重联。

为了进一步验证上述推论的准确性,通过选取更多不同的 L_x 情形,来观察非对称磁场重联过程中是否有多重X线发生。表1给出了模拟中选取多种 L_x 情况下是否有多重X线重联发生的情况统计。由表1可以很清楚地看出,对于 L_x 较长的情形,即 L_x 超过一定的阈值时,非对称磁场重联过程中均会产生次级磁岛,诱发多重X线重联。由表1汇总的结果可以进一步确定,这一临界的阈值 L 介于25到26之间,当 L_x 超过 L 时,将会发生次级磁重联引发的多重X线重联。

可以看到,上述发生的多重X线重联是由主重联发生之后产生的次级电流片产生。为了检查不同 L_x 情形下次级电流片是否具备次级撕裂模发生条件,图2给出了几种不同 L_x 条件($L_x = 24, 32, 40$)下主重联产生的次级电流片的情形。为了方便对比,图2中截取了相同的 x 方向长度 $[-20, 20]$ 。由图2可以很清楚地看到, L_x 变大之后,次级电流片会变的又长又窄,从而满足次级磁重联发生的条件,如图2(b)(c)所示。而 $L_x = 24$ 时,次级电流片则相对较短,无法诱发次级磁重联。

为进一步分析非对称重联下次级电流片引发的多重X线重联的演化过程,这里重点探究有多重X线重联发生时的 L_x 情形。图3给出了三种不同大小的 L_x ($L_x = 26, 32, 40$)在 $t = 300$ 和 $t = 600$ 时电流密度 J_y 的分布。为方便比较不同 L_x 情况下发生多重X线后所诱发的次级磁岛大小的差别,图3将不同 L_x 情况 x 方向的模拟区域缩放到相同的尺寸。

对于 $L_x = 26$ 情形,由图3(a)可以看出,当 $L_x = 26$ 情况下,在 $t = 300$ 时尚未出现次级磁岛。而从图3(b)可以很明显地看到,在 $t = 600$ 时已经有次级磁岛出现,即 $L_x = 26$ 时,非对称重联伴有多重X线重联发生,只是次级磁岛出现的时间相对较慢。而对于 $L_x = 32$ 和 $L_x = 40$ 情形,通过图3(c)(e)可以清楚地

表1 不同 L_x 条件下多重X重联的发生情况

Table 1 Occurrence of multiple-X lines reconnection with different L_x

L_x	24	25	26	28	30	32	40
是否发生多重X重联	否	否	是	是	是	是	是

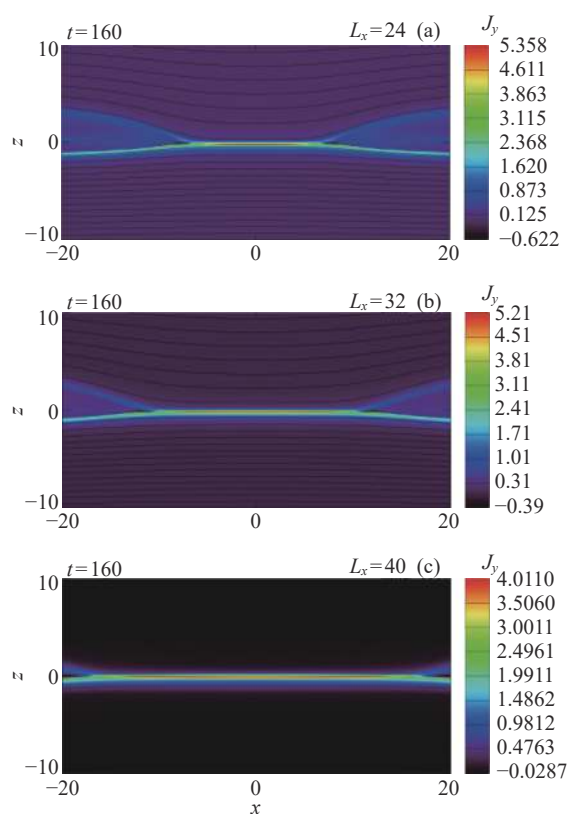
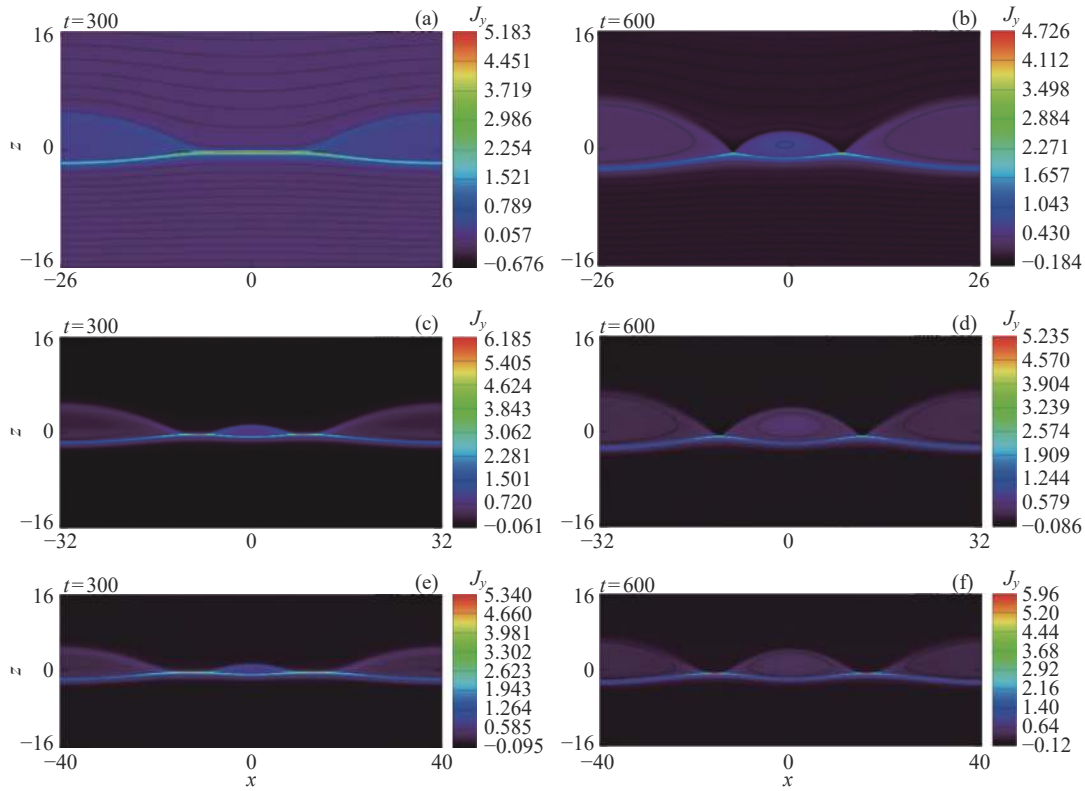


图2 不同 L_x 条件下 $t = 160$ 时电流 J_y 的分布

Fig. 2 Contour of J_y for $t = 160$ with different L_x

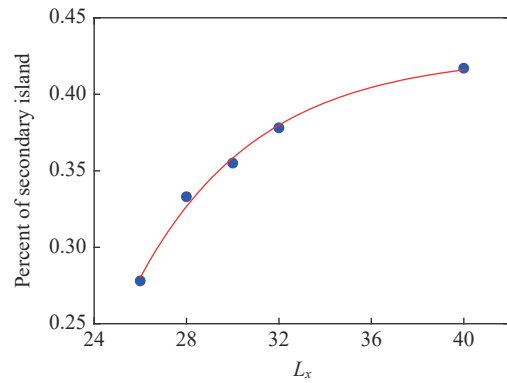
看出,在 $t = 300$ 时已经有明显的次级磁岛出现。 $L_x = 40$ 时,次级磁岛的尺寸相对较大,即较早出现次级磁岛结构。通过对比三种情形在 $t = 300$ 的情况可以发现,伴有多重X线重联发生的非对称重联过程中,当 L_x 变大时,重联过程中将越快产生次级磁岛。进一步对比 $t = 600$ 时三种不同 L_x 的情形,可以看到,非对称多重X线重联发生后, L_x 较大时,重联点的位置坐标相对较大,即次级磁岛的尺度也较大。不仅如此,由于这里在 x 方向上进行了缩放,对于 L_x 较大的情形,次级磁岛不仅尺寸变大了,其所占的比例也相对变大了。这也可以解释观测上狭长的向阳面磁层顶电流片时常伴有多重X线重联出现,同时观测到了大尺度的磁岛这一现象^[14]。

图 3 不同 L_x 条件下 $t = 300$ 和 $t = 600$ 时电流 J_y 的分布Fig. 3 Contour of J_y for $t = 300$ and $t = 600$ with different L_x

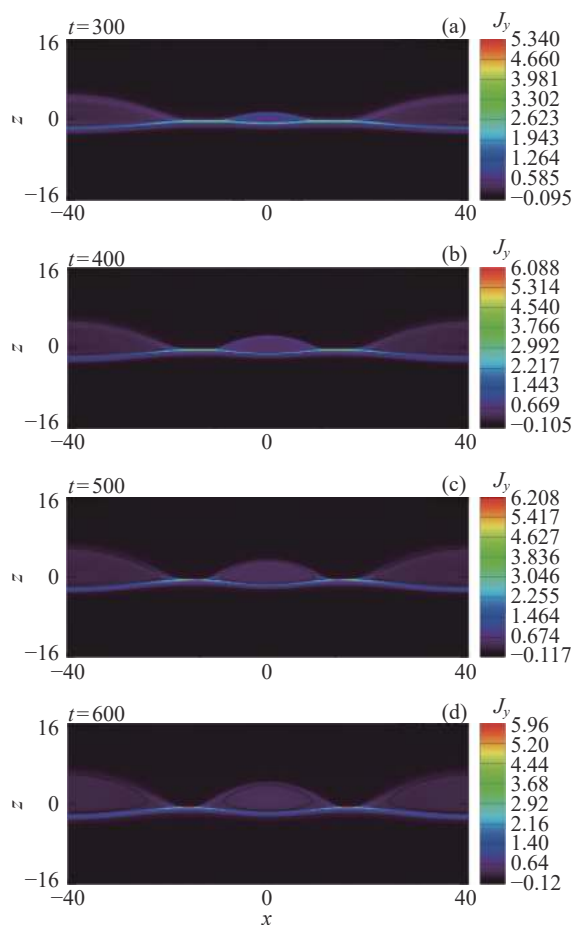
为了进一步验证次级磁岛尺度所占比例随着 L_x 变大而变大这一结论,图4给出了几种不同的能够发生多重 X 线重联的 L_x 情形下, $t = 600$ 时两个重联点之间的距离与系统 x 方向尺寸大小的比值,以此来表示次级磁岛的大小所占系统的比例。由图4可以清楚地看出,次级磁岛所占系统尺寸的比例随着 L_x 的变大而变大。但是增长的趋势有所减缓,尽管如此,随着 L_x 的增大,当非对称多重 X 线重联发生时,仍然可以诱发更大尺寸的次级磁岛。

选取一种 L_x 相对较大($L_x = 40$)的情形,图5给出了 $L_x = 40$ 时不同时间的 J_y 分布。由图5可以发现,随着多重 X 重联的演化,当次级磁岛发展到一定程度后,次级磁岛的尺度变化十分缓慢,重联点的位置几乎没什么明显的移动。由图5(c)(d)可以看到,尽管时间间隔了100,但次级磁岛以及重联点的变化则不是很明显,次级磁岛结构已趋于稳定。

为了更深入研究重联点的移动情况,图6给出了 $L_x = 40$ 情形下,从 $t = 300$ 到 $t = 600$ 时重联点位置的变化。由于两个重联点是对称的,只需要研究一侧即可,图6给出的是图5中右侧重联点随时间的位置

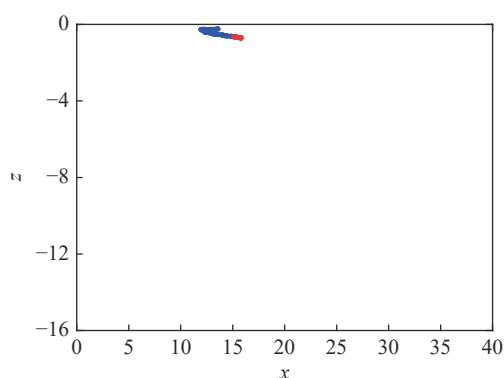
图 4 不同 L_x 下多重 X 重联发生后 $t = 600$ 时次级磁岛大小所占系统的比例Fig. 4 Percent of secondary island at $t = 600$ for different L_x

变化情况。 x 和 z 尺寸给出的范围分别是 L_x 和 L_z 的大小。由图6可以清楚看出,相比于系统尺寸而言,重联点在很小的范围内移动,尤其是 $t = 500$ 之后,重联点移动十分缓慢,对应的次级磁岛大小也几乎没什么变化,这与MMS观测到向阳面磁层顶多重 X 线重联发生时稳定而不动的重联点的数据一致^[15]。

图5 $L_x = 40$ 时不同时刻电流 J_y 的分布Fig. 5 Distribution of J_y of $L_x = 40$ for different times

3 结论

采用电阻性磁流体动力学模型系统地研究了非对称磁场位形下磁重联过程中, 初始电流片的长宽比 L_x 对多重 X 重联动力学过程的影响。研究结果发现, 当 L_x 超过一定阈值时, 非对称磁场重联过程中将会伴有多重 X 线重联发生, 诱发次级磁岛结构, 该结论与之前的理论结果一致^[16]。以往的理论研究表明, 在朗奎斯特数 $S > 100$ 时, 最大增长率所对应的波数 k 在 $(0.2 \sim 0.3)\lambda_B^{-1}$ 之间, 文中 $\lambda_B = 1$, 则对应波长为 $21 \sim 31$ 之间。而多重 X 线重联发生时系统在 x 方向至少要存在 1 个波长, 从不稳定性演化过程和周期边界的限制出发, 即电流片长度超过 $21 \sim 31$ 间的某个值, 撕裂模在系统 x 方向就可能会出现超过 1 个波长, 即伴有多重 X 线重联发生。故而上述的“超过某个阈值会出现多重 X 线重联”在理论上是很自然的。

图6 $L_x = 40$ 时 $t = 300$ 到 $t = 600$ 一侧重联点位置的分布 (红色为 $t = 550$ 到 $t = 600$ 时刻)Fig. 6 Location of reconnection point for $L_x = 40$ from $t = 300$ to $t = 600$ (red for $t = 550$ to $t = 600$)

进一步的研究表明, L_x 越大, 越容易发生次级磁场重联, 即发生非对称多重 X 线重联, 其诱发的次级磁岛的尺度也越大, 所占系统的比例也有相应地增加, 即越容易产生大尺度的磁岛。当 L_x 比较大时, 随着非对称多重 X 重联的发展, 大尺度的次级磁岛趋于稳定, 重联点的位置变化十分缓慢, 在很小的区域内移动, 重联点稳定在一定的区域内且几乎不随时间变化。

MMS 观测数据发现^[14,15], 在南向行星际磁场的情形下, 发生了多重 X 线重联现象, 并伴有大规模度的磁岛结构, 同时观测到稳定且不动的重联点, 这与本文的研究结果相一致。该结论可以用来解释相应的一些观测现象, 对空间观测有一定的指导意义。

参考文献

- [1] GIOVANELLI R G. A theory of chromospheric flares[J]. *Nature*, 1946, **158**(4003): 81-82
- [2] PRIEST E R. The magnetohydrodynamics of current sheets[J]. *Reports on Progress in Physics*, 1985, **48**(7): 955-1090
- [3] GOSLING J T, THOMSEN M F, BAME S J, *et al.* Cold ion beams in the low latitude boundary layer during accelerated flow events[J]. *Geophysical Research Letters*, 1990, **17**(12): 2245-2248
- [4] KU H C, SIBECK D G. Internal structure of flux transfer events produced by the onset of merging at a single X line[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1997, **102**(A2): 2243-2260
- [5] CASSAK P A, SHAY M A. Structure of the dissipation region in fluid simulations of asymmetric magnetic reconnection[J]. *Physics of Plasmas*, 2009, **16**(5): 055704

- [6] WANG R S, NAKAMURA R, LU Q M, *et al.* Asymmetry in the current sheet and secondary magnetic flux ropes during guide field magnetic reconnection[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2012, **117**(A7): A07223
- [7] LIU Z Q, LU J Y, WANG C, *et al.* A three-dimensional high Mach number asymmetric magnetopause model from global MHD simulation[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2015, **120**(7): 5645-5666
- [8] DOSS C E, KOMAR C M, CASSAK P A, *et al.* Asymmetric magnetic reconnection with a flow shear and applications to the magnetopause[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2015, **120**(9): 7748-7763
- [9] BOROVSKY J E, HESSE M. The reconnection of magnetic fields between plasmas with different densities: scaling relations[J]. *Physics of Plasmas*, 2007, **14**(10): 102309
- [10] CASSAK P A, SHAY M A. Scaling of asymmetric magnetic reconnection: General theory and collisional simulations[J]. *Physics of Plasmas*, 2007, **14**(10): 102114
- [11] BIRN J, BOROVSKY J E, HESSE M, *et al.* Scaling of asymmetric reconnection in compressible plasmas[J]. *Physics of Plasmas*, 2010, **17**(5): 052108
- [12] WANG L, WANG X G, WANG X Q, *et al.* Asymmetric magnetic reconnection with out-of-plane shear flows in a two dimensional hybrid model[J]. *Physics of Plasmas*, 2015, **22**(5): 052110
- [13] TRATTNER K J, MULCOCK J S, PETRINEC S M, *et al.* Location of the reconnection line at the magnetopause during southward IMF conditions[J]. *Geophysical Research Letters*, 2007, **34**(3): L03108
- [14] VINES S K, FUSELIER S A, PETRINEC S M, *et al.* Occurrence frequency and location of magnetic islands at the dayside magnetopause[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2017, **122**(4): 4138-4155
- [15] FUSELIER S A, PETRINEC S M, TRATTNER K J, *et al.* Observational evidence of large-scale multiple reconnection at the Earth's dayside magnetopause[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2018, **123**(10): 8407-8421
- [16] LEE L C, FU Z F. Multiple X line reconnection: 1. A criterion for the transition from a single X line to a multiple X line reconnection[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1986, **91**(A6): 6807-6815
- [17] MA Z W, WANG L C, LI L J. Reconnection dynamics with secondary tearing instability in compressible Hall plasmas[J]. *Physics of Plasmas*, 2015, **22**(6): 062104
- [18] DAI L. Structures of Hall fields in asymmetric magnetic reconnection[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2018, **123**(9): 7332-7341
- [19] LI L J, ZHANG X, WANG L C, *et al.* Slow shock formation and structure with sub-Alfvénic shear flow in magnetic reconnection[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2012, **117**(A6): A06207
- [20] ZHANG X, LI L J, WANG L C, *et al.* Influences of sub-Alfvénic shear flows on nonlinear evolution of magnetic reconnection in compressible plasmas[J]. *Physics of Plasmas*, 2011, **18**(9): 092112
- [21] MA Z W, BHATTACHARJEE A. Hall magnetohydrodynamic reconnection: the Geospace environment modeling challenge[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2001, **106**(A3): 3773-3782

(责任编辑: 孙伟英)