

XU Qianjiao, CUI Bing, WANG Pengcheng, XIA Yuanqing, ZHANG Yonghe. Design of Finite Frequency Domain Disturbance Rejection Controller for the Drag-free Spacecraft in Space-borne Gravitational Wave Detection (in Chinese). *Chinese Journal of Space Science*, 2024, 44(5): 903–916. DOI:10.11728/cjss2024.05.2024-0022

空间引力波探测无拖曳卫星有限 频域抗扰控制器设计*

徐乾蛟¹ 崔冰¹ 王鹏程²
夏元清¹ 张永合²

1(北京理工大学自动化学院 北京 100081)

2(中国科学院微小卫星创新研究院 上海 201304)

摘要 在空间引力波探测任务中, 有限测量频域约束以及高精度控制指标使双参考质量无拖曳卫星控制器设计面临诸多技术难题. 基于此, 本文提出了一种基于广义 Kalman-Yakubovich-Popov(GKYP) 引理的有限频域抗扰控制器设计方法. 针对探测任务中指定频段内的性能约束, 结合灵敏度和补灵敏度控制指标, 在指定频段下构建了具有频率响应函数形式的有限频域控制性能指标. 提出了具有固定阶数特性的输出反馈控制结构, 并基于 GKYP 引理建立了控制器参数选取方法, 构建了有限频域抗扰控制器设计方法. 不同于现有的无拖曳控制器设计方法, 该设计方法可以有效降低控制指标的保守性, 同时在指定频段下实现了控制器的精确设计, 从而降低控制器阶数. 数值仿真表明, 本文所提方法在复杂扰动和噪声影响下可以满足无拖曳系统各回路控制性能指标.

关键词 无拖曳系统, 抗扰控制, 有限频域, 广义 KYP 引理

中图分类号 V448.2

Design of Finite Frequency Domain Disturbance Rejection Controller for the Drag-free Spacecraft in Space-borne Gravitational Wave Detection

XU Qianjiao¹ CUI Bing¹ WANG Pengcheng²
XIA Yuanqing¹ ZHANG Yonghe²

1(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

2(Innovation Academy for Microsatellites of Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201304)

Abstract In space-borne gravitational wave detection, there are technical challenges in designing the

* 国家重点研发计划项目资助 (2021YFC2202600, 2021YFC2202601)

2024-02-17 收到原稿, 2024-04-16 收到修定稿

©The Author(s) 2024. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

controller for the drag-free spacecraft with dual test masses. These difficulties arise from constraints within the limited measurement frequency domain and the necessity for a high-precision control index. In this paper, a design method of disturbance rejection controller in the finite frequency domain based on the generalized Kalman-Yakubovich-Popov (GKYP) lemma is proposed. Firstly, to address the performance constraints within the designated frequency band of the detection mission, a finite frequency domain control performance index in the form of a frequency response function is constructed. This index is meticulously developed by amalgamating the sensitivity and complementary sensitivity control indexes. Then, a control structure with fixed-order characteristics for output feedback is proposed, and a method for selecting controller parameters based on the GKYP lemma is established. By this, a finite frequency domain disturbance-resistant controller design method is constructed. In contrast to current drag-free controller design methods, the proposed approach significantly diminishes the conservatism in the control index. This realizes the precise design of the controller in the specified frequency band, ultimately resulting in a reduction in the order of the controller. Finally, numerical simulations demonstrate that the proposed method successfully meets the control performance index for each loop of the drag-free system even in the presence of complex disturbances and noises.

Key words Drag-free system, Disturbance rejection control, Finite frequency domain, Generalized KYP lemma

0 引言

空间引力波探测,旨在通过对引力波的直接量测,揭示引力和时空本质、宇宙起源和演化规律^[1,2],较为典型的是欧洲航天局提出的激光干涉空间天线(Laser Interferometer Space Antenna, LISA)计划^[3]以及我国提出的太极计划^[4]、天琴计划^[5]。空间引力波探测的原理是利用卫星编队组成超大型空间激光干涉仪,测量多个参考质量在引力波影响下的间距变化,从中提取引力波信号。由于引力波信号极其微弱,探测任务要求卫星内部的参考质量受到的非保守力扰动,即残余加速度水平,在科学测量频段内达到 $10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-0.5}$ 量级^[6,7]。为保证测量卫星所携带的参考质量具有超低残余加速度水平,需引入无拖曳控制技术。

无拖曳控制技术作为卫星超高精度稳定控制技术,在地球重力场测量、空间基础物理实验以及引力波探测等任务中发挥着重要作用。无拖曳控制的原理是以悬浮于卫星内部腔体中的参考质量为惯性参考基准,检测卫星与参考质量之间的相对位移或相对加速度,控制微推力器,实现卫星对参考质量的精稳跟踪^[8]。因此,包括推力器、太阳光压、空间电磁场等外部扰动被卫星隔离,无法直接影响参考质量;同时,精稳跟踪尽可能降低了相对运动,减少了卫星内部环境

对参考质量的耦合刚度影响^[9]。但是以上过程对控制系统设计带来很大挑战,即要求航天器平台在多源耦合外部扰动与量测噪声条件下,实现对参考质量的高精度跟踪(最高可达 $10^{-9} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-0.5}$ 量级)。同时,参考质量与卫星具有多可控自由度,需考虑各自由度间耦合控制影响^[10]。伴随着对空间探测任务要求的不断提高,无拖曳控制在理论方法和工程应用方面均获得了较大发展。

针对广义相对论验证任务,基于PID控制原理^[11],分别构建了相应的无拖曳控制设计方法,从而使重力实验卫星GP-B^[12]以及等效原理验证卫星MICROSCOPE^[13]分别实现了相应任务控制要求。针对地球重力场探测卫星GOCE^[14],Canuto等^[15]和Li等^[16]结合模型嵌入控制(Embedded Model Control, EMC)理论与 H_∞ 混合灵敏度方法提出了一套卫星无拖曳控制结构设计方法。

相比以上系统,空间引力波探测的无拖曳控制系统具有更多的控制自由度与更精细的控制指标。欧洲航天局针对LISA计划卫星进行了大量深入研究,并于2016年发射LISA Pathfinder(LPF)技术验证卫星,成功进行了无拖曳控制在轨实验,达到了 $3 \times 10^{-14} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-0.5}$ 残余加速度水平^[17,18]。针对LPF的复杂回路系统,Fichter^[19]和Wu^[20]等首先给出无拖曳—静电悬浮—姿态控制频带分离多回路解耦方法,

基于频域控制指标与扰动频域特性, 给出闭环频域性能设计约束, 利用 H_∞ 混合灵敏度、定量反馈理论 (Quantitative Feedback Theory, QFT) 等构建了相应的无拖曳频域控制器, 达到控制指标. 针对 LISA 计划航天器, Gath 等^[21] 将 19 自由度航天器动力学进行系统解耦, 采用 H_∞ 混合灵敏度方法设计了无拖曳控制器. 文献^[22] 基于 QFT 构建了一种双参考质量卫星无拖曳控制器的设计方法.

基于太极计划与天琴计划, 针对空间引力波探测任务, 我国在无拖曳控制方面也开展了理论研究与工程探索^[23,24]. 在完成了对双参考质量无拖曳卫星动力学模型的构建与各控制回路解耦的基础上, 分别利用包括 H_∞ 控制器设计方法^[25,26]、EMC 理论^[27]、Kalman 滤波算法^[28] 以及自抗扰方法^[29] 在内的先进控制方案开展了双参考质量无拖曳卫星控制方法的研究. 太极一号与天琴一号技术验证卫星在 2019 年先后发射. 其中, 太极一号基于 EMC 控制理论设计了加速度计模式下无拖曳控制器, 成功进行了我国首次无拖曳空间飞行实验^[30,31]. 天琴一号利用基于 PID 的复合控制方法, 也成功达到预期无拖曳控制指标^[32,33]. 以上飞行实验初步实现了无拖曳控制, 但与引力波探测目标还有很大差距.

在无拖曳控制器设计过程中, 针对系统的频域指标约束, 通常采用构建频率加权函数或频域滤波器方法进行表示. 因此, 获得的控制器将具有较高的阶数. 针对在全频域指标下反馈控制器阶数过高的问题, 文献^[34] 构建了广义 Kalman-Yakubovich-Popov (GKYP) 引理将有限频域约束引入控制器设计, 实现了频域控制器阶数的降低. 该方法广泛应用于电机调速控制^[35]、柔性航天器控制^[36]、车辆主动悬架控制^[37] 在内的存在控制执行饱和和约束的有限频域控制任务中. 针对无拖曳卫星参考质量相对位姿控制, 文献^[38] 基于 GKYP 引理提出了一种有限频域全状态反馈控制器设计方法. 不同于文献^[38], 针对空间引力波探测航天器高精度无拖曳控制需求, 本文构建了频率响应函数形式的控制指标, 并利用固定阶控制器设计理论分别构建了包含无拖曳控制回路、姿态控制回路以及静电悬浮控制回路在内的全回路无拖曳控制系统各回路输出反馈控制方法. 利用 GKYP 引理, 将各回路频域约束直接引入至控制器设计过程中, 构造了各回路控制器参数设计方法, 实现了有限频段下

的无拖曳控制频域指标.

基于混合灵敏度构建了有限频域控制指标, 实现了针对特定频段控制指标的控制器精确设计, 降低了保守性; 引入了固定阶输出反馈控制结构, 在保证噪声抑制能力的同时, 降低了控制器阶数; 不同于经典的全频域无拖曳控制器设计方法, 构建的控制器设计方法仅针对指定频段内的性能约束, 不约束频段外控制性能, 有效降低了控制器的保守性, 实现了控制输出的有效降低.

1 无拖曳控制问题

1.1 无拖曳控制回路模型

为了实现空间引力波探测任务, 采用 3 个卫星组成的等边三角形编队构型方案, 其中每个卫星包含 2 个参考质量, 如图 1 所示. 在单个卫星中, 两个望远镜呈 60° 夹角配置, 其中望远镜 2 为可动望远镜, 如图 2 所示. 此外, 两个参考质量位于望远镜内部, 并通过电极笼进行控制.

为了便于后续说明, 将卫星本体定义为 SC; 两参考质量分别定义为 TM1 与 TM2; 两个望远镜分别定义为 T1 与 T2. 在此基础上, 建立图 3 所示的无拖曳卫星参考坐标系. 其中, Σ_{SI} 为惯性坐标系, Σ_{SC} 为卫星本体坐标系, Σ_{Ti} 为两望远镜参考坐标系, Σ_{TMi} 为两参考质量的参考坐标系.

两参考质量的三轴平动和转动自由度分别被定义为 x_i, y_i, z_i ($i = 1, 2$) 以及 ϕ_i, ψ_i, θ_i ($i = 1, 2$); 卫

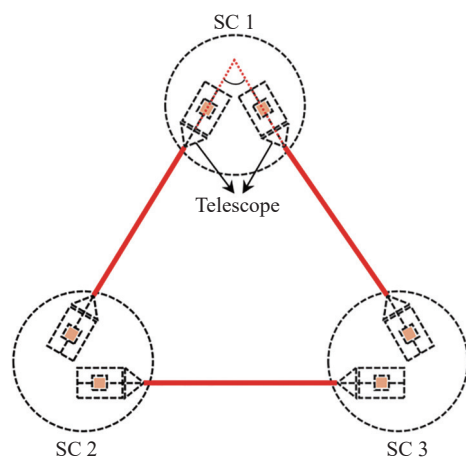


图 1 三星构型

Fig. 1 Configuration of three spacecraft

星三轴旋转自由度被定义为 ϕ_b , ψ_b 与 θ_b . 在引力波探测任务中, 将TM1, TM2平行于测量敏感轴并指向星外的位移自由度 x_1, x_2 作为实现卫星跟随两参考质量实现无拖曳以满足引力波探测任务的敏感方向, 将TM1垂直指向太阳能板的位移自由度 z_1 作为反馈方向, 通过抵消太阳光压以实现位移无拖曳, 将望远镜T2的相对旋转角度 α 自由度作为望远镜控制方向, 以实现探测卫星间激光跟瞄. 因此, 为实现无拖曳控制要求, x_1, x_2, z_1 与 α 由无拖曳控制回路实现控制; 卫星旋转自由度由姿态控制回路实现控制; 其余所有的参考质量自由度则采用静电悬浮控制回路实现控制.

结合牛顿第二定律与系统受力分析, 双参考质量无拖曳卫星的简化线性动力学模型可以表示为^[39]

$$\begin{cases} M_s \ddot{x} = M_s L_{19 \times 19} x + B_s u + F_s d, \\ y = H_s x + D_u u + D_d d + v. \end{cases} \quad (1)$$

式中, 系统状态 $x \in \mathbf{R}^{19 \times 1}$, 包括旋转望远镜T2相对

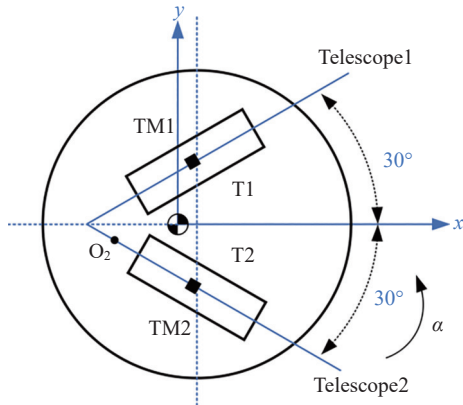


图2 无拖曳卫星结构

Fig. 2 Drag-free satellite structure

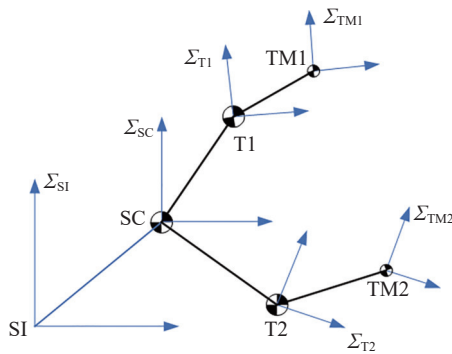


图3 无拖曳卫星参考坐标系

Fig. 3 Reference coordinate system of the drag-free satellite

旋转角度 α , 两参考质量TMi相对位移 $r_{Ti, TMi}^{Ti}$ 、相对角度 $a_{Ti, TMi}^{Ti}$ 以及卫星本体位移 r_b^b 与姿态角度 a_b^b 在内共19个状态; 系统的控制输入 $u \in \mathbf{R}^{19 \times 1}$, 包括作用于旋转望远镜上的控制力 $f_{SC, T2}^b$, 作用于参考质量上的控制力 $f_{TMi, cont}^{Ti}$ 与力矩 $T_{TMi, cont}^{Ti}$ 以及作用于卫星本体上的控制力 $f_{SC, cont}^b$ 与力矩 $T_{SC, cont}^b$; 系统的干扰 $d \in \mathbf{R}^{25 \times 1}$, 包括作用于参考质量以及卫星上的外部干扰力 $f_{TMi, dist}^{Ti}$, $f_{TMi, ext}^{Ti}$, $f_{SC, dist}^b$ 与力矩 $T_{TMi, dist}^{Ti}$, $T_{TMi, ext}^{Ti}$, $T_{SC, dist}^b$; $y \in \mathbf{R}^{16 \times 1}$, 为系统输出; $v \in \mathbf{R}^{16 \times 1}$, 为系统的测量噪声; $M_s \in \mathbf{R}^{19 \times 19}$, 为系统的质量矩阵; $L_{19 \times 19} \in \mathbf{R}^{19 \times 19}$, 为系统的刚度矩阵; 此外, 矩阵 H_s , B_s , F_s , D_u 以及 D_d 为基于卫星结构的系统参数矩阵.

无拖曳卫星控制系统可以按图4所示划分为无拖曳控制回路 (Drag-free Control Loop)、姿态控制回路 (Attitude Control Loop) 与静电悬浮控制回路 (Suspension Control Loop). 其中, G_{ATT} , G_{SUS} 与 G_{DF} 分别为各回路被控对象, K_{ATT} , K_{SUS} 与 K_{DF} 分别为各回路控制器, φ 为卫星本体姿态角, q_{DF} 为无拖曳控制回路相关状态量, q_{SUS} 为静电悬浮控制回路相关状态量, η_{ATT} , η_{SUS} 与 η_{DF} 为各回路测量噪声, d_{SPC} 表示外部环境干扰力与干扰力矩, d_{DF} , d_{ATT} 与 d_{SUS} 表示各回路的执行干扰力与干扰力矩.

在控制系统中, 无拖曳回路控制方程为

$$\ddot{q}_{DF} - L_{DF} q_{DF} = B_{DF} u_{DF}. \quad (2)$$

式中, $q_{DF} = [x_1 \ z_1 \ x_2 \ \alpha]^T$, 为无拖曳系统状态; u_{DF} 为无拖曳回路控制输入; L_{DF} 为与无拖曳控制回路相关的刚度矩阵; B_{DF} 为无拖曳回路的控制输入系数矩阵.

利用输入解耦方法^[40]可以将无拖曳控制回路

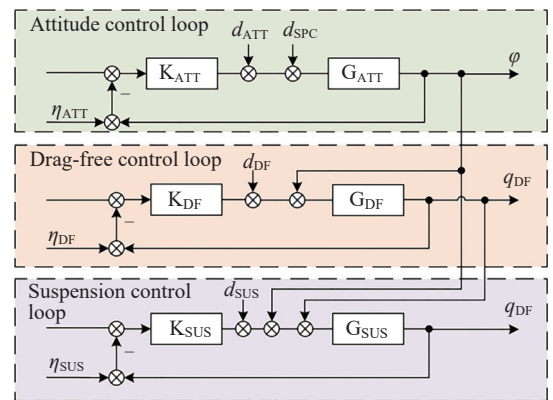


图4 控制系统各回路结构

Fig. 4 Each loop structure of the control system

(2) 进一步解耦为单输入单输出 (SISO) 无拖曳控制回路, 其被控对象的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{s^2 - \omega_i^2}. \quad (3)$$

式中 ω_i^2 为该回路对应刚度矩阵主对角线上的元素. 与无拖曳控制回路相似, 姿态控制回路与静电悬浮控制回路中各方向可以解耦为相应 SISO 控制回路. 每个控制回路的被控对象可由式 (3) 表示, 此时 ω_i^2 为各控制回路对应刚度矩阵主对角线上的元素.

各控制回路解耦获得的 SISO 闭环控制回路的结构框图如图 5 所示^[39]. 其中 $G(s)$ 与 $K(s)$ 分别为被控对象和控制器的传递函数, z 为控制指令约束干扰力与干扰力矩, d 为系统驱动噪声, η 为控制回路测量噪声. 本文针对通过解耦获得的 SISO 闭环控制回路开展有限频域抗扰控制器设计.

1.2 无拖曳控制系统各回路控制指标

卫星无拖曳控制系统的最终控制目标是基于系统执行机构、量测传感器以及外部扰动特性, 构建合理的有限频域抗扰控制器, 在参考质量敏感自由度方向上实现对复杂多源扰动的有效抑制, 最终实现参考质量敏感自由度方向上的残余加速度功率频谱密度不高于 $3 \times 10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-0.5}$.

根据引力波探测任务指标, 结合双参考质量卫星结构特点, 在量测频段中, 将总残余加速度指标分解到各回路的自由度上. 最终, 在各自由度闭环控制回路控制频段内, 将无拖曳控制回路、姿态控制回路以及静电悬浮控制回路在内的无拖曳控制系统中各自自由度的频域控制指标列于表 1.

1.3 有限频域相关引理

考虑传递函数为 $G(s)$ 的系统, 给定 Hermitian 矩阵 Φ , Ψ 和 Π , 则该系统的有限频域 H_∞ 性能指标可以表示为

$$\sigma(G(\lambda), \Pi) < 0, \quad \forall \lambda \in \bar{\Lambda}(\Phi, \Psi). \quad (4)$$

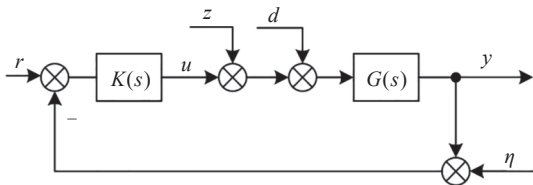


图 5 控制系统回路结构

Fig. 5 Structure of control system loop

式中,

$$\sigma(G(\lambda), \Pi) = \left[\begin{array}{c} G(\lambda) \\ I \end{array} \right]^* \Pi \left[\begin{array}{c} G(\lambda) \\ I \end{array} \right];$$

$$\bar{\Lambda}(\Phi, \Psi) \triangleq \begin{cases} \Lambda(\Phi, \Psi), & \Lambda \text{ 有界;} \\ \Lambda(\Phi, \Psi) \cup \{\infty\}, & \Lambda \text{ 无界.} \end{cases}$$

$$\Lambda(\Phi, \Psi) \triangleq \{\lambda \in \mathbb{C} | \sigma(\lambda, \Phi) = 0, \sigma(\lambda, \Psi) \geq 0\};$$

Ψ 的取值见表 2;

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Pi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\nu^2 I \end{bmatrix};$$

ν 表示系统的 H_∞ 性能指标. w_l , w_h , w_1 以及 w_2 为用于表示频段的频域常数, 且满足 $w_l, w_h > 0$ 与 $w_l < w_2$, 此外 $w_c \triangleq (w_1 + w_2) / 2$.

引理 1 (GKYP 引理)^[34]: 考虑一个传递函数为 $G(s)$ 的系统, 其状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du. \end{cases} \quad (5)$$

(1) 给定频域性能指标 $\gamma > 0$, 则系统满足

$$\|G(s)\|_\infty < \gamma, \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (6)$$

的充要条件: 存在 Hermitian 矩阵 P , Q , 满足 $Q > 0$ 和不等式

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P + \Psi \otimes Q) \begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0. \quad (7)$$

表 1 各自由度控制要求

Table 1 Control requirement for each degree of freedom

控制回路	控制自由度	位姿误差要求/ (m·rad·Hz ^{-0.5})	控制输入要求/ (m·rad·s ⁻² ·Hz ^{-0.5})
无拖曳控制回路	x_1, x_2, z_1	4×10^{-9}	—
静电悬浮控制回路	y_1, y_2, z_2	2×10^{-8}	3×10^{-13}
	ϕ_1, ψ_1, θ_1 ϕ_2, ψ_2, θ_2	6×10^{-7}	2.5×10^{-11}
姿态控制回路	ϕ_b, ψ_b, θ_b	3×10^{-9}	—

表 2 Ψ 在不同频域条件下的取值

Table 2 Values of Ψ under the different frequency domain conditions

	低频	中频	高频
w	$0 \leq w \leq w_l$	$w_l \leq w \leq w_2$	$ w \geq w_h \geq 0$
Ψ	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & w_l^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & jw_c \\ -jw_c & -w_1 w_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -w_h^2 \end{bmatrix}$

式中, $\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\Pi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$, Ψ 的取值见表 2.

(2) $\forall s \in jR$, 系统 (5) 满足不等式

$$G(s) + G^*(s) > 0$$

的充要条件: 存在 Hermitian 矩阵 P , 满足不等式

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} 0 & P \\ P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix} - \Theta < 0. \quad (8)$$

式中, $\Theta = \begin{bmatrix} 0 & C^* \\ C & D + D^* \end{bmatrix}$.

在引理 1 中, S 为复平面区域, X^* 为矩阵 X 的共轭转置矩阵, $\otimes$ 为克罗内克积运算.

2 基于 GKYP 引理的有限频域抗扰控制器参数设计方法

以无拖曳控制回路解耦后获得的 SISO 闭环控制回路为主要研究对象, 开展有限频域无拖曳控制器设计方法的研究. 将无拖曳控制回路控制指标以灵敏度函数 $S_{DF}(s)$ 与补灵敏度函数 $T_{DF}(s)$ 的形式进行表示. 其中, $S_{DF}(s)$ 表示闭环系统对外部扰动的抑制能力; $T_{DF}(s)$ 表示闭环系统对量测噪声的抑制能力. 结合文献 [20] 可知, 针对由图 5 表示的无拖曳闭环控制回路, 在测量频段内, 系统的控制指标可以表示为

$$\begin{aligned} S_{DF}(s) &\leq \frac{y_{\text{req}}}{G_{DF} W_{dT}}, \\ T_{DF}(s) &\leq \frac{y_{\text{req}}}{W_{\eta DF}}, \\ T_{DF}(s) &\leq \frac{G_{DF}}{W_{\text{con}}}. \end{aligned} \quad (9)$$

式中, y_{req} 为表 1 中给出的无拖曳控制回路位姿误差控制要求; W_{dT} 为驱动噪声; $W_{\eta DF}$ 为无拖曳控制回路的测量噪声; W_{con} 为控制指令约束干扰力. 基于系统控制指标 (9), 分别构建闭环控制回路 $S_{DF}(s)$ 函数与 $T_{DF}(s)$ 函数的边界, 并将其边界函数倒数定义为相应的加权函数 $W_{SDF}(s)$ 与 $W_{TDF}(s)$. 则无拖曳闭环系统满足控制指标 (9) 的充分条件为, 闭环控制系统满足下列不等式:

$$\begin{aligned} S_{DF}(s) &< \frac{1}{W_{SDF}(s)}, \quad s \in [w_{s1}, w_{s2}]; \\ T_{DF}(s) &< \frac{1}{W_{TDF}(s)}, \quad s \in [w_t, +\infty). \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $[w_{s1}, w_{s2}]$ 与 $[w_t, +\infty)$ 分别为由测量频段确定的灵敏度函数与补灵敏度函数的频域约束.

需要说明的是, 在现有无拖曳控制器设计方法中, 对控制指标的表示常常采用常值控制指标表征方案^[25,38], 或在全频域下采用闭环系统灵敏度、补灵敏度函数加权函数形式的控制指标表征方案^[20,26]. 不同于上述控制指标表征方案, 本文在现有加权函数形式的控制指标表征方案基础上, 通过将无拖曳控制频段作为控制器设计约束直接引入控制器设计过程, 构建了与系统敏感频率相关的有限频域无拖曳控制指标. 利用具有频率响应函数形式的控制指标, 实现了在特定频段下进行控制器的精确设计, 为降低控制器的控制输出提供了可能.

在图 5 所示的 SISO 闭环控制回路中, 为了便于说明, 将由式 (3) 所示的被控对象的传递函数 $G(s)$ 进一步表述为

$$G(s) = \frac{1}{s^2 - \omega_i^2} \triangleq \frac{1}{D_p(s)}. \quad (11)$$

为了实现对系统外部扰动与测量噪声进行抑制以实现表 1 所示的无拖曳控制指标, 在本文中考虑 n 阶输出反馈控制器 $K(s)$, 其传递函数为

$$K(s) = \frac{l_m s^m + l_{m-1} s^{m-1} + \dots + l_1 s + l_0}{s^n + d_{n-1}^k s^{n-1} + \dots + d_1^k s + d_0^k} \triangleq \frac{N_k(s)}{D_k(s)}. \quad (12)$$

式中, $l_m, l_{m-1}, \dots, l_1, l_0$ 以及 $d_{n-1}^k, \dots, d_1^k, d_0^k$ 为控制器待求参数, m, n 为满足 $m \leq n$ 的正整数.

不同于利用全状态反馈控制器^[38] 实现无拖曳控制指标, 提出了如式 (12) 所示的固定阶输出反馈控制器, 该控制器阶数取值由被控系统阶数与控制指标阶数共同决定.

定理 1 针对由系统 (11) 以及控制器 (12) 构成的无拖曳回路闭环系统 $G_c(s)$, 其可以实现渐近稳定并满足有限频域控制指标 (10) 的充分必要条件如下: 给定正实数 $\gamma_S < 1, \gamma_T < 1$, 存在 Hermitian 矩阵 P_B , P_τ^i, Q_τ^i ($i = 1, 2; \tau = S, T$) 满足 $Q_\tau^i > 0$ 以及不等式

$$\begin{bmatrix} H_B & P_B B_B - C_B^* \\ (P_B B_B)^* - C_B & -2 \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} H_{\tau,1}^a & H_{\tau,1}^{ab} & C_\tau^{1*} \\ H_{\tau,1}^{ab*} & H_{\tau,1}^b & 0 \\ C_\tau^1 & 0 & -1 \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} H_{\tau,2}^a & H_{\tau,2}^{ab} & C_\tau^{2*} \\ H_{\tau,2}^{ab*} & H_{\tau,2}^b & D_\tau^{2*} \\ C_\tau^2 & D_\tau^2 & -1 \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

式中,

$$\begin{aligned} H_B &= P_B A_B + A_B^* P_B^*; \\ H_{\tau,i}^a &= A_{\tau}^{i*} \psi_{\tau}^1 Q_{\tau}^i A_{\tau}^i + P_{\tau}^i A_{\tau}^i + \psi_{\tau}^2 Q_{\tau}^i A_{\tau}^i + \\ &\quad A_{\tau}^{i*} P_{\tau}^{i*} + \psi_{\tau}^2 A_{\tau}^{i*} Q_{\tau}^{i*} + \psi_{\tau}^4 Q_{\tau}^i; \\ H_{\tau,i}^{ab} &= A_{\tau}^{i*} \psi_{\tau}^1 Q_{\tau}^i B_{\tau}^i + P_{\tau}^i B_{\tau}^i + \psi_{\tau}^{2*} Q_{\tau}^i B_{\tau}^i; \\ H_{\tau,1}^b &= B_{\tau}^{1*} \psi_{\tau}^1 Q_{\tau}^1 B_{\tau}^1 - \gamma_{\tau}^2; \\ H_{\tau,2}^b &= B_{\tau}^{2*} \psi_{\tau}^1 Q_{\tau}^2 B_{\tau}^2 - (1 - \gamma_{\tau})^2; \end{aligned}$$

$[A_B, B_B, C_B, D_B]$ 与 $[A_{\tau}^i, B_{\tau}^i, C_{\tau}^i, D_{\tau}^i]$ ($i=1, 2; \tau=S, T$) 分别为闭环系统 $G_c(s)$ 稳定性以及有限频域性能指标的状态空间表达; $\Psi_{\tau} = \begin{bmatrix} \psi_{\tau}^1 & \psi_{\tau}^2 \\ \psi_{\tau}^{2*} & \psi_{\tau}^4 \end{bmatrix}$ ($\tau=S, T$), 取值由表2根据频域约束条件确定; X^* 为矩阵 X 的共轭转置矩阵.

证明 结合式(11)与式(12)可知, 闭环系统 $G_c(s)$ 的特征方程为

$$F_{C0}(s) \triangleq N_k(s) + D_k(s) D_p(s).$$

在此基础上, 假设存在一个 n 阶 Hurwitz 多项式 $F(s)$, 其中, $n = n_p + n_k$, n_p 与 n_k 分别为控制回路中被控对象与控制器的阶数. 基于文献[41]可知, 闭环系统 $G_c(s)$ 渐近稳定当且仅当存在给定的 n 阶 Hurwitz 多项式 $F(s)$ 满足不等式

$$G_B(s) + [G_B(s)]^* > 0, \quad \forall s \in jR. \quad (16)$$

式中, $G_B(s) \triangleq F_{C0}(s)/F(s)$. $G_B(s)$ 的状态空间表达为 $[A_B, B_B, C_B, D_B]$. 在此基础上, 由引理1可知, 不等式(16)成立的充要条件为存在 Hermitian 矩阵 P_B 使不等式(13)成立, 此时闭环系统 $G_c(s)$ 实现渐近稳定.

闭环系统 $G_c(s)$ 的 $S(s)$ 函数与 $T(s)$ 函数分别表示为

$$S_{DF}(s) = \frac{D_k(s) D_p(s)}{N_k(s) + D_k(s) D_p(s)}, \quad (17)$$

$$T_{DF}(s) = \frac{N_k(s)}{N_k(s) + D_k(s) D_p(s)}. \quad (18)$$

则由式(10)表示的闭环控制回路有限频域控制指标可以转化为如下不等式组:

$$\begin{aligned} \left\| \frac{W_{SDF}(s) D_k(s) D_p(s)}{N_k(s) + D_k(s) D_p(s)} \right\|_{\infty} &< 1, \quad s \in [w_{s1}, w_{s2}]; \\ \left\| \frac{W_{TDF}(s) N_k(s)}{N_k(s) + D_k(s) D_p(s)} \right\|_{\infty} &< 1, \quad s \in [w_t, \infty). \end{aligned} \quad (19)$$

基于给定的 Hurwitz 多项式 $F(s)$, 由式(17)和

式(18)表示的灵敏度、补灵敏度函数可以进一步改写为

$$\begin{aligned} S_{DF}(s) &= \frac{D_k(s) D_p(s) / F(s)}{[N_k(s) + D_k(s) D_p(s)] / F(s)}, \\ T_{DF}(s) &= \frac{N_k(s) / F(s)}{[N_k(s) + D_k(s) D_p(s)] / F(s)}. \end{aligned} \quad (20)$$

为了便于后续说明, 给出如下定义:

$$\begin{aligned} G_S^1(s) &\triangleq \frac{N_k(s) + D_k(s) D_p(s)}{F(s)} - 1, \\ G_S^2(s) &\triangleq \frac{W_{SDF}(s) D_k(s) D_p(s)}{F(s)}, \\ G_T^1(s) &\triangleq \frac{N_k(s) + D_k(s) D_p(s)}{F(s)} - 1, \\ G_T^2(s) &\triangleq \frac{W_{TDF}(s) N_k(s)}{F(s)}. \end{aligned}$$

给定常数 $\gamma_S, \gamma_T \in [0, 1]$, 则由不等式组式(19)

表示的系统有限频域控制器设计问题可以表示为

$$\begin{cases} \|G_S^1(s)\|_{\infty} < \gamma_S, \\ \|G_S^2(s)\|_{\infty} < 1 - \gamma_S, \end{cases} \quad \forall s \in [w_{s1}, w_{s2}];$$

$$\begin{cases} \|G_T^1(s)\|_{\infty} < \gamma_T, \\ \|G_T^2(s)\|_{\infty} < 1 - \gamma_T, \end{cases} \quad \forall s \in [w_t, +\infty). \quad (21)$$

式中, w_{s1}, w_{s2} 以及 w_t 均为正实数, 表示闭环系统灵敏度函数与补灵敏度函数的频域约束.

传递函数 $G_S^1(s), G_S^2(s), G_T^1(s)$ 与 $G_T^2(s)$ 的状态空间表达分别为 $[A_{\tau}^i, B_{\tau}^i, C_{\tau}^i, D_{\tau}^i]$ ($i=1, 2; \tau=S, T$). 则结合 Schur 补引理与引理1可知, 不等式组式(21)成立当且仅当存在 Hermitian 矩阵 P_{τ}^i, Q_{τ}^i ($i=1, 2; \tau=S, T$)满足 $Q_{\tau}^i > 0$ 且使线性矩阵不等式(14)以及式(15)成立, 此时闭环系统 $G_c(s)$ 将满足由式(10)表示的无拖曳控制回路闭环的有限频域控制指标.

定理1主要针对无拖曳控制回路中解耦获得的 SISO 闭环控制回路进行控制器设计. 但需要指出的是, 由于姿态控制回路与静电悬浮控制回路解耦获得的 SISO 闭环控制回路以及相应的控制指标与无拖曳回路相似, 因此定理1的控制器设计方法可用于卫星各控制回路控制器的设计工作.

3 无拖曳回路抗扰频域控制器设计

基于上节获得的基于 GKYP 引理的有限频域输

出反馈控制器设计方法, 针对引力波探测卫星中的无拖曳控制回路^[3], 构建有限频域抗扰控制器, 并对其控制性能进行理论分析. 在此基础上, 将其与利用经典无拖曳控制器设计方法^[26]获得的抗扰控制器进行比较讨论.

对双参考质量无拖曳卫星控制系统进行回路解耦后, 各 SISO 控制回路中的被控对象可以由式 (3) 表示, 其中在无拖曳控制回路中, $\omega_i^2 = 4 \times 10^{-7}$; 在姿态控制回路中, $\omega_i^2 = 0$; 在静电悬浮控制回路中, $\omega_i^2 = 2 \times 10^{-6}$ ^[3].

为实现表 1 所示的引力波探测任务对于无拖曳控制回路在测量频段 ($1 \times 10^{-4} \sim 0.1$ Hz) 的控制要求, 利用由文献 [7] 给出的无拖曳控制回路扰动 $\mathbf{d}_{DF}$ 以及量测噪声 $\boldsymbol{\eta}_{DF}$, 并结合探测任务对系统稳定裕度以及鲁棒性的要求, 最终将表征闭环系统控制指标的 S 函数与 T 函数的加权函数^[20]构造为

$$W_S = \frac{0.37037(s+1.5)^3}{(s+0.0001)^3}, \quad (22)$$

$$W_T = \frac{2.5 \times 10^{-6}(s+0.0002)^2}{(s+0.001)^2}. \quad (23)$$

由式 (11)、式 (22) 和式 (23) 可知, 被控对象 $G(s)$ 是一个 2 阶系统, 系统 S 函数与 T 函数的加权函数分别为 3 阶与 2 阶函数, 结合文献 [26] 可知, 为了使控制回路可满足相应的系统控制指标, 控制器可设定为 5 阶控制器. 此外, 考虑到实际系统可实现的系统带宽有限, 将系统的 Hurwitz 多项式 $F_{G5}(s)$ 设置为

$$F_{G5}(s) = (s+1.34)^2(s+6.7)^5. \quad (24)$$

利用本文给出的有限频域控制器设计方法, 基于设计的 Hurwitz 多项式 $F_{G5}(s)$, 利用线性矩阵不等式 (13)~(15), 并结合由式 (22) 及式 (23) 给出的控制指标, 最终可以获得如下 5 阶控制器:

$$K_{G5} = \frac{N_{G5}}{D_{G5}}. \quad (25)$$

式中,

$$N_{G5} = 67.79s^5 + 2772s^4 + 1.264 \times 10^4 s^3 + 4.708 \times 10^4 s^2 + 5.496 \times 10^4 s + 2.446 \times 10^4,$$

$$D_{G5} = s^5 + 43.53s^4 + 582.7s^3 + 1802s^2 + 7066s + 4.261.$$

在 K_{G5} 作用下, 闭环系统 S 函数、 T 函数与相应

的频域控制指标 (S_{req} , T_{req}) 曲线如图 6 所示. 由控制性能曲线可以看出, 在设定的测量频段内, 获得的 5 阶控制器 K_{G5} 能够使得闭环系统满足要求的控制器设计指标.

在控制器 K_{G5} 的基础上, 进一步降低控制器阶数, 考虑 4 阶输出反馈控制器, 则用于控制器设计的系统 Hurwitz 多项式 $F_{G4}(s)$ 可以设置为 $F_{G4}(s) = (s+1.34)^2(s+6.7)^4$.

在此基础上, 利用定理 1 可以获得如式 (26) 所示的 4 阶控制器 K_{G4} . 由图 7 所示的闭环回路控制性能曲线可知, 在 K_{G4} 作用下, 闭环控制系统可以在测量频段内实现要求的频域控制指标.

$$K_{G4} = \frac{N_{G4}}{D_{G4}}. \quad (26)$$

式中,

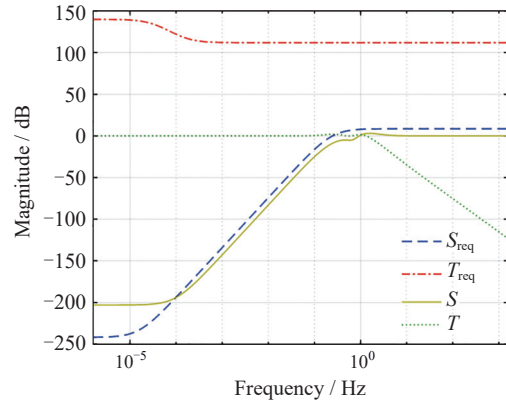


图 6 K_{G5} 控制性能

Fig. 6 Control performance of K_{G5}

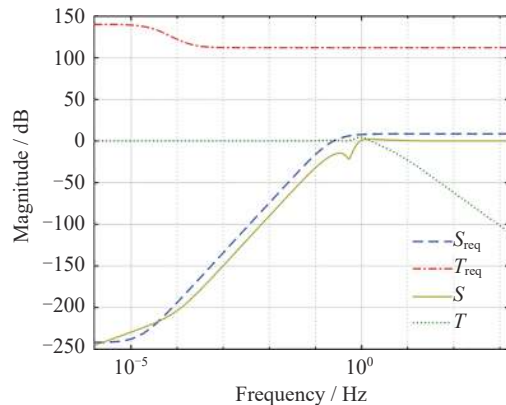


图 7 K_{G4} 控制性能

Fig. 7 Control performance of K_{G4}

$$N_{G4} = 321.6s^4 + 1743s^3 + 6010s^2 + 8112s + 3791,$$

$$D_{G4} = s^4 + 44.8s^3 + 40.56s^2 + 505.5s + 9.334 \times 10^{-5}.$$

为了将本文所提方法与现有的无拖曳频域控制器设计方法^[25,26]进行比较,基于加权函数式(22)与式(23),利用混合灵敏度设计方法可以直接获得7阶控制器 K_{H7} .在此基础上,利用Hankel最小阶逼近(Minimum Degree Approximation, MDA)^[42]方法可以得到相应的5阶控制器 K_{H5} .需要注意的是,由于该方法通过对控制器Hankel矩阵奇异值的处理以实现阶数的降低,因此降阶过程将损失部分控制性能,使得Hankel MDA方法难以获得满足控制性能指标的4阶控制器,而本文所提出的设计方法可以直接获得满足性能要求的4阶控制器 K_{G4} .由图8所示的闭环系统性能曲线可知,在测量频段内($1 \times 10^{-4} \sim 0.1$ Hz),本文获得的5阶控制器 K_{G5} 的 S 函数($S_{K_{G5}}$)曲线始终位于5阶控制器 K_{H5} 的 S 函数($S_{K_{H5}}$)曲线的下方,即与控制器 K_{H5} 相比较, K_{G5} 具有更好的控制性能.

4 仿真结果及对比分析

对提出的设计方法获得的5阶控制器 K_{G5} 、4阶控制器 K_{G4} 以及由混合灵敏度设计方法获得的5阶控制器 K_{H5} 进行仿真对比分析.

利用Simulink仿真平台搭建了相应的双参考质量无拖曳卫星系统仿真平台,其中无拖曳卫星的重要

仿真参数如表3所示.在仿真平台中,利用白噪声与相应低通滤波器分别生成了以太阳光压为代表的系统外部扰动,推力器与静电驱动的执行干扰,参考质量电容传感与星间高精度姿态测量噪声型^[3,31,33].

在利用本文控制器设计方法获得的5阶控制器 K_{G5} 作用下,无拖曳控制回路各自由度(x_1, z_1, x_2)位移误差的功率频谱密度(Power Spectral Density, PSD)曲线如图9所示.由于姿态控制回路、静电悬浮控制回路与无拖曳控制回路的控制指标相似^[3,19,26],因此基于各回路要求的控制指标,各控制回路利用线性矩阵不等式(13)~(15)构建相应的5阶控制器.在控制器作用下,各回路控制自由度的相应误差功率频谱密度曲线如图10~12所示,静电悬浮控制回路中各控制自由度的控制功率频谱密度曲线如图13和图14所示.图中红色粗线为各回路控制指标.结合各控制回路位姿误差和静电悬浮回路控制的功率频谱

表3 仿真参数

Table 3 Simulation parameters

参数	取值
卫星平台	
质量/kg	350
转动惯量/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	$\begin{bmatrix} 158.1 & -8.626 & 0.8819 \\ -8.626 & 163.1 & 0.1913 \\ 0.8819 & 0.1913 & 297.1 \end{bmatrix}$
检测质量	
质量/kg	1.96
转动惯量/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	$\begin{bmatrix} 6.913 & 0 & 0 \\ 0 & 6.913 & 0 \\ 0 & 0 & 6.913 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$
—	仿真时间/s
—	控制周期/s
	10^5
	0.1

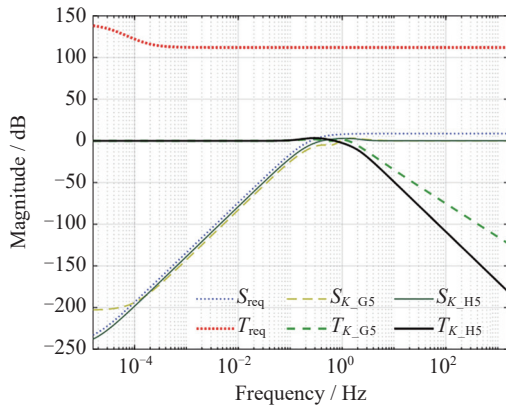


图8 5阶控制器频域控制性能

Fig. 8 Frequency domain control performance of the 5th order controllers

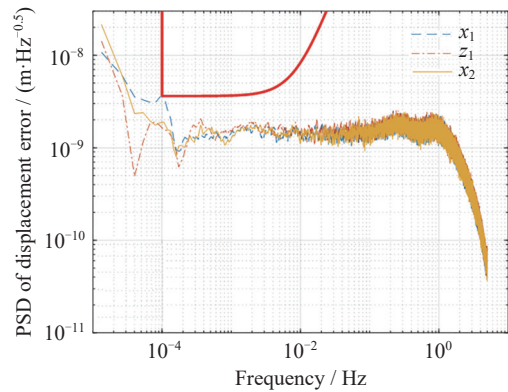


图9 无拖曳控制回路(x_1, z_1, x_2)位移误差 PSD

Fig. 9 PSD of displacement error in the drag-free control loop (x_1, z_1, x_2)

密度曲线可知, 在测量频段内 ($1 \times 10^{-4} \sim 0.1$ Hz), 针对各控制回路设计得到的 5 阶控制器能够使各闭环回路满足相应的控制指标。

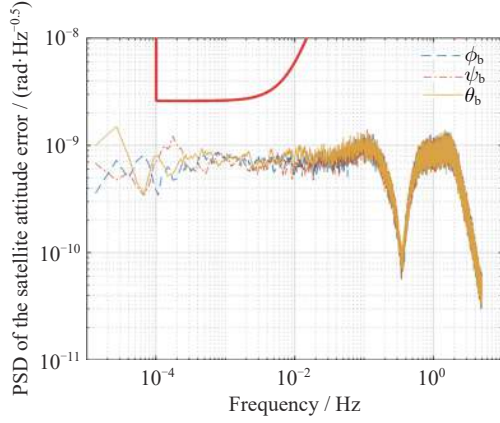


图 10 卫星姿态 (ϕ_b, ψ_b, θ_b) 误差 PSD

Fig. 10 PSD of the satellite attitude (ϕ_b, ψ_b, θ_b) error

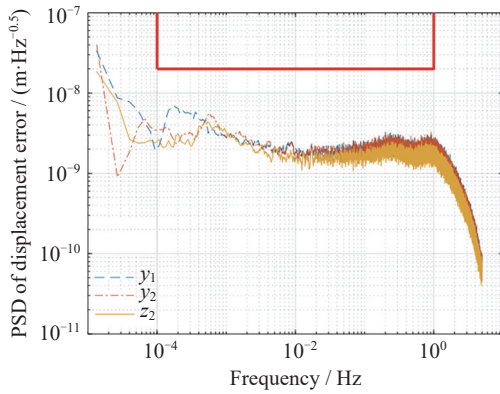


图 11 静电悬浮控制回路位移误差 PSD

Fig. 11 PSD of displacement error in the suspension control loop

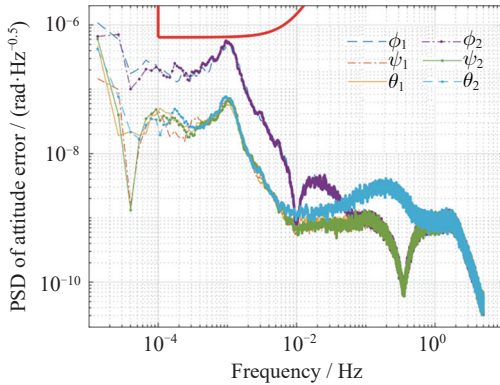


图 12 静电悬浮控制回路姿态误差 PSD

Fig. 12 PSD of attitude error in the suspension control loop

对由本文控制器设计方法获得的 4 阶控制器 K_{G4} 在无拖曳控制回路中进行仿真. 由图 15 所示的无拖曳控制回路自由度的位移误差功率频谱密度曲线可知, 在测量频段内, 获得的 K_{G4} 可以令无拖曳控制回路各自由度位移误差均低于 $4 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-0.5}$, 即满足无拖曳控制指标。

在此基础上, 进一步将本文方法与混合灵敏度方法进行对比. 在混合灵敏度方法获得的控制器 K_{H5} 作用下, 回路仿真结果如图 16 所示. 将其与 K_{G5} 仿真结果 (图 9) 以及 K_{G4} 仿真结果 (图 15) 进行对比, 可以得出: 在测量频段内 ($1 \times 10^{-4} \sim 0.1$ Hz), K_{G4} 与 K_{H5} 具有相似的控制性能, 意味着与混合灵敏度控制器设计方法相比, 本文提出的控制器设计方法在设定的频段内易于实现更低阶控制器设计。

分别利用本文提出设计方法与混合灵敏度方法

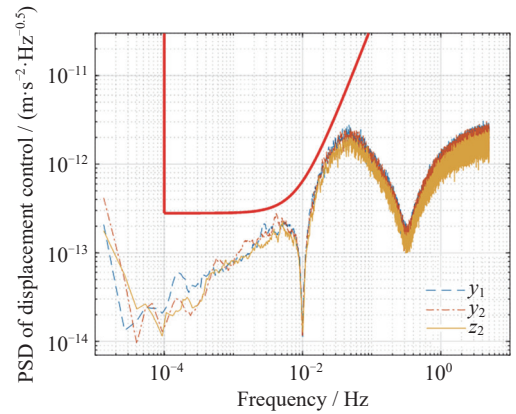


图 13 静电悬浮控制回路位移控制 PSD

Fig. 13 PSD of displacement control in the suspension control loop

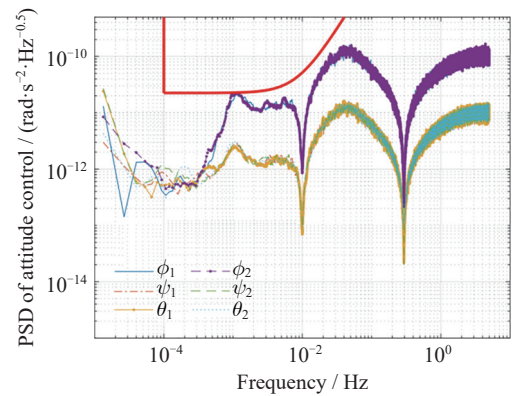


图 14 静电悬浮控制回路姿态控制 PSD

Fig. 14 PSD of attitude control in the suspension control loop

针对静电悬浮回路构建 y_1 方向控制回路中的 5 阶控制器. 由如图 17 所示的 y_1 方向上的仿真结果可知, 与利用基于混合灵敏度方法的控制器设计方法获得

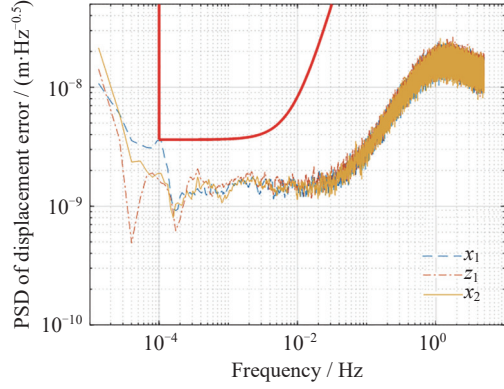


图 15 K_{G4} 控制器作用下无拖曳控制回路位移误差 PSD
Fig. 15 PSD of displacement error in the drag-free control loop under the action of K_{G4} controller

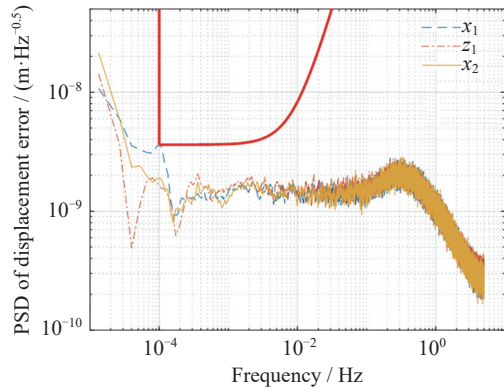


图 16 K_{H5} 控制器作用下无拖曳控制回路位移误差 PSD
Fig. 16 PSD of displacement error in the drag-free control loop under the action of K_{H5} controller

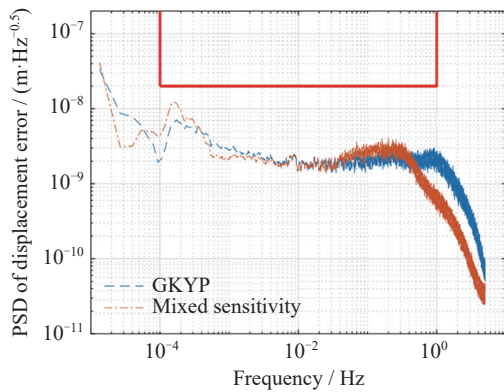


图 17 在 5 阶控制器作用下 y_1 方向上位移误差 PSD
Fig. 17 PSD of displacement error in y_1 direction under the action of the 5th order controllers

的 5 阶控制器相比, 由于频域约束的引入, 本文提出的基于 GKYP 引理的有限频域抗扰控制器设计方法获得的 5 阶控制器在要求频段内具有更好的闭环回路控制性能.

利用基于本文的设计方法与原有混合灵敏度无拖曳控制器设计方法^[25,26]构建的同阶控制器的控制输出进行对比. 由图 18 与图 19 所示的无拖曳回路控制器输出 PSD 可知, 在测量频段 ($1 \times 10^{-4} \sim 0.1$ Hz) 内, 本文方法可以获得具有更低控制输出的控制器. 由图 20 可知, 在静电悬浮控制回路中, 与混合灵敏度设计方法相比, 在部分频段中, 本文方法所构建的控制器的控制输出 PSD 较高. 但在全频段内, 本文方法实现了控制器输出 PSD 曲线峰值的有效降低, 使得该控制器具有更低的时域响应 (见图 21). 结合上述讨论可知, 与混合灵敏度设计方法相比, 本文提出的

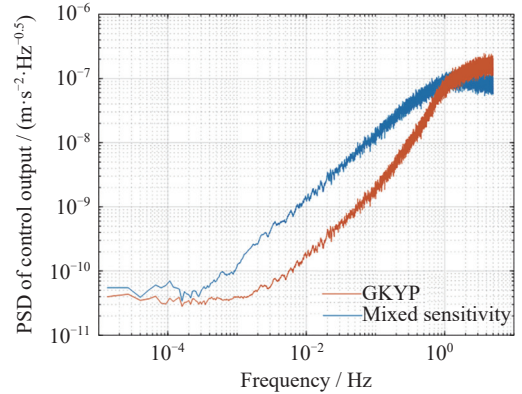


图 18 x_1 方向上的 5 阶控制器控制输出 PSD
Fig. 18 PSD of control output of the 5th order controllers in the x_1 direction

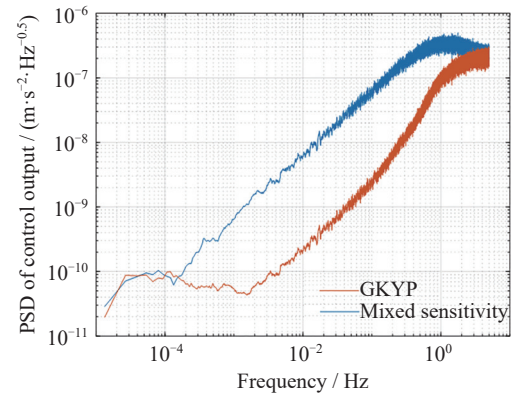


图 19 z_1 方向上的 5 阶控制器控制输出 PSD
Fig. 19 PSD of control output of the 5th order controllers in the z_1 direction

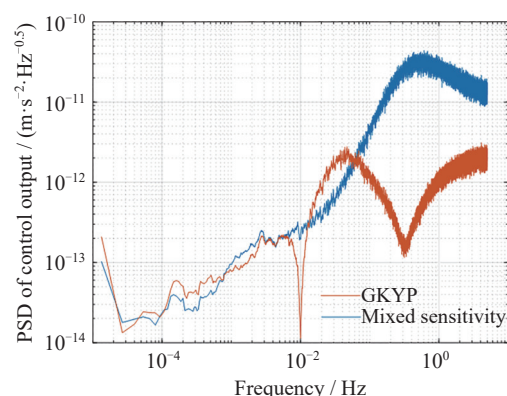


图 20 y_1 方向上的 5 阶控制器控制输出 PSD
Fig. 20 PSD of control output of the 5th order controllers in the y_1 direction

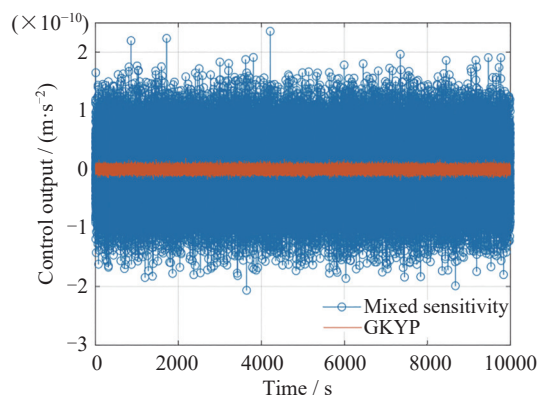


图 21 y_1 方向上的 5 阶控制器控制输出曲线
Fig. 21 Control output curve of the 5th order controllers in the y_1 direction

设计方法降低了各回路控制器的控制输出。

综上所述,在双参考质量卫星各个控制回路中的 SISO 系统闭环控制回路中,与传统的基于混合灵敏度的有限频域鲁棒控制器设计方法相比,本文提出的基于 GKYP 引理的有限频域抗扰控制器设计方法能够在满足有限频域控制指标的基础上,直接设计具有更低阶数的输出反馈控制器;此外,本文提出的方法可以直接获得具有更加合理阶数的控制器,提升了控制回路闭环系统控制性能,并同时降低了控制器控制输出。

5 结论

针对引力波探测任务中双参考质量无拖曳卫星

控制器设计问题,基于 GKYP 引理提出了一种有限频域抗扰控制器设计方法,实现了有限频域无拖曳控制器的设计。针对卫星无拖曳控制系统解耦获得的各 SISO 闭环控制回路,构建了具有频域响应函数形式的有限频域无拖曳控制指标,实现了保守性的降低,并通过在指定频段下进行控制器的精确设计,降低了控制器阶数。仿真结果表明,本文提出的控制器设计方法针对各控制回路均获得了可以满足相应频域控制要求的抗扰控制器。此外,与经典的 H_∞ 混合灵敏度鲁棒控制器设计方法相比,在满足无拖曳控制系统控制性能的基础上,本文提出的控制器设计方法可以直接构建具有理想阶数的抗扰控制器,提升了闭环系统控制性能,同时降低了控制器控制输出。

本文提出的有限频域控制器设计方法只针对双参考质量卫星中各控制回路完成解耦后的 SISO 闭环控制回路,而针对考虑多输入多输出情况下无拖曳控制回路、姿态控制回路和静电悬浮控制回路的有限频域低阶控制器设计问题则是未来需要进一步开展的重要工作。

参考文献

- [1] WAN Xiaobo, ZHANG Xiaomin, LI Ming. Analysis of long-period drift characteristics for orbit configuration of the Tianqin mission[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2017, **37**(3): 110-116 (万小波, 张晓敏, 黎明. 天琴计划轨道构型长期漂移特性分析[J]. *中国空间科学技术*, 2017, **37**(3): 110-116)
- [2] WU Yueliang, HU Wenrui, WANG Jianyu, et al. Review and scientific objectives of spaceborne gravitational wave detection missions[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2023, **43**(4): 589-599 (吴岳良, 胡文瑞, 王建宇, 等. 空间引力波探测综述与拟解决的科学问题[J]. *空间科学学报*, 2023, **43**(4): 589-599)
- [3] BASILE F. Modeling and Design for the Attitude Control Phase of the LISA Drag-Free Mission[D]. Torino: Politecnico di Torino, 2019
- [4] LUO Z R, GUO Z K, JIN G, et al. A brief analysis to Taiji: science and technology[J]. *Results in Physics*, 2020, **16**: 102918
- [5] GONG Y G, LUO J, WANG B. Concepts and status of Chinese space gravitational wave detection projects[J]. *Nature Astronomy*, 2021, **5**(9): 881-889
- [6] SWEETSER T H. An end-to-end trajectory description of the LISA mission[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, **22**(10): S429-S435

- [7] CIRILLO F. Controller Design for the Acquisition Phase of the LISA Mission Using a Kalman Filter[D]. Lungarno Antonio Pacinotti: Università di Pisa, 2007
- [8] HU Qiyang, CHEN Jun, LONG Jun, *et al.* The dynamic model of thruster for drag-free satellite[J]. *Aerospace Control and Application*, 2016, **42**(1): 52-56 (胡启阳, 陈君, 龙军, 等. 无拖曳卫星推力器动态模型研究 [J]. *空间控制技术与应用*, 2016, **42**(1): 52-56)
- [9] HU Ming, LI Hongyin, ZHOU Zebing. Drag-free control technology and its applications[J]. *Manned Spaceflight*, 2013, **19**(2): 61-69 (胡明, 李洪银, 周泽兵. 无拖曳控制技术及其应用 [J]. *载人航天*, 2013, **19**(2): 61-69)
- [10] DITTUS H, LÄMMERZAHN C, TURYSHEV S G. Lasers, Clocks and Drag-Free Control: Exploration of Relativistic Gravity in Space[M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008
- [11] ZHOU J X, LIU L, WANG Z G. Modeling and analysis of ultra-low frequency dynamics of drag-free satellites[J]. *Microgravity Science and Technology*, 2019, **31**(2): 151-160
- [12] WORDEN P W, EVERITT C W F. A testing ground for fundamental physics: gravity probe B and other fundamental physics experiments in space[J]. *Nuclear Physics B-Proceedings Supplements*, 2013, **243**: 172-179
- [13] ROBERT A, CIPOLLA V, PRIEUR P, *et al.* MICROSCOPE satellite and its drag-free and attitude control system[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2022, **39**(20): 204003
- [14] ZOU Kui, GOU Xingyu, XUE Datong. An overview on drag-free control for gravitational gradiometry satellites[J]. *Aerospace Control and Application*, 2017, **43**(02): 28-35 (邹奎, 苟兴宇, 薛大同. 重力梯度测量卫星无拖曳控制技术 [J]. *空间控制技术与应用*, 2017, **43**(02): 28-35)
- [15] CANUTO E. Drag-free and attitude control for the GOCE satellite[J]. *Automatica*, 2008, **44**(7): 1766-1780
- [16] LI H Y, BAI Y Z, HU M, *et al.* A novel controller design for the next generation space electrostatic accelerometer based on disturbance observation and rejection[J]. *Sensors*, 2016, **17**(1): 21
- [17] ARMANO M, AUDLEY H, AUGER G, *et al.* Sub-femto-g free fall for space-based gravitational wave observatories: LISA pathfinder results[J]. *Physical Review Letters*, 2016, **116**(23): 231101
- [18] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, *et al.* Beyond the required LISA free-fall performance: new LISA pathfinder results down to 20 μHz [J]. *Physical Review Letters*, 2018, **120**(6): 061101
- [19] FICHTER W, GATH P, VITALE S, *et al.* LISA pathfinder drag-free control and system implications[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, **22**(10): S139
- [20] WU S F, FERTIN D. Spacecraft drag-free attitude control system design with quantitative feedback theory[J]. *Acta Astronautica*, 2008, **62**(12): 668-682
- [21] GATH P, SCHULTE H R, WEISE D, *et al.* Drag free and attitude control system design for the LISA science mode[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head: AIAA, 2007: 6731
- [22] LUPI F. Precise Control of LISA with Quantitative Feedback Theory[D]. Delft: Delft University of Technology, 2019
- [23] YE Jiancheng, ZHOU Bin, ZHANG Yiteng, *et al.* Active compensation method of spacecraft internal magnetic field environment[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2020, **40**(1): 93-101 (叶建成, 周斌, 张艺腾, 等. 航天器内部磁场环境主动补偿方法 [J]. *空间科学学报*, 2020, **40**(1): 93-101)
- [24] LI Zhuo, ZHENG Jianhua, LI Mingtao, *et al.* Analysis of celestial gravity influence on heliocentric formation flying of gravitational wave observatory[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2021, **41**(3): 457-466 (李卓, 郑建华, 李明涛, 等. 太阳系天体引力对空间引力波探测日心编队构型的影响分析 [J]. *空间科学学报*, 2021, **41**(3): 457-466)
- [25] LIAN X B, ZHANG J X, LU L, *et al.* Frequency separation control for drag-free satellite with frequency-domain constraints[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, **57**(6): 4085-4096
- [26] FAN Yidi, WANG Pengcheng, LU Wei, *et al.* Robust controller design for drag-free satellites with two test masses[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2023, **10**(03): 310-321 (范一迪, 王鹏程, 卢苇, 等. 双检验质量无拖曳卫星鲁棒控制 [J]. *深空探测学报 (中英文)*, 2023, **10**(03): 310-321)
- [27] XIAO C Y, CANUTO E, HONG W, *et al.* Drag-free design based on embedded model control for TianQin project[J]. *Acta Astronautica*, 2022, **198**: 482-494
- [28] MA H J, ZHENG J H, HAN P, *et al.* Robust composite control design of drag-free satellite with Kalman filter-based extended state observer for disturbance reduction[J]. *Advances in Space Research*, 2022, **70**(10): 3034-3050
- [29] ZHANG Chu, HE Jianwu, DUAN Li. Parameter identification of drag-free system based on extended state observer[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2019, **39**(5): 670-676 (章楚, 贺建武, 段俐. 基于扩张状态观测器的无拖曳系统参数辨识 [J]. *空间科学学报*, 2019, **39**(5): 670-676)
- [30] The Taiji Scientific Collaboration. China's first step towards probing the expanding universe and the nature of gravity using a space borne gravitational wave antenna[J]. *Communications Physics*, 2021, **4**(1): 34
- [31] HU Z Q, WANG P C, DENG J F, *et al.* The drag-free control design and in-orbit experimental results of "Taiji-1"[J].

- International Journal of Modern Physics A*, 2021, **36**(11/12): 2140019
- [32] LUO J, BAI Y Z, CAI L, *et al.* The first round result from the TianQin-1 satellite[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2020, **37**(18): 185013
- [33] XIAO C Y, BAI Y Z, LI H Y, *et al.* Drag-free control design and in-orbit validation of TianQin-1 satellite[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2022, **39**(15): 155001
- [34] IWASAKI T, HARA S. Generalized KYP lemma: unified frequency domain inequalities with design applications[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(1): 41-59
- [35] DUN A, XU Q J, LEI F. Finite frequency domain H_∞ consensus control of neutral multi-agent systems with input delay[J]. *International Journal of Systems Science*, 2023, **54**(1): 136-152
- [36] TAKAKU Y, NAGASHIO Y, KIDA T. An optimal h-infinity design using GKYP lemma for DVDFB controller and its application to flexible spacecraft[J]. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan*, 2012, **10**(28): Pd_53-Pd_60
- [37] ZHANG Y Z, LIU M C, ZHANG C Z. Robust fault-tolerant H_∞ output feedback control of active suspension and dynamic vibration absorber with finite-frequency constraint[J]. *IET Intelligent Transport Systems*, 2020, **14**(14): 1935-1945
- [38] ZHANG J X, LU L, LIAN X B, *et al.* GKYP-based finite frequency control for relative motion of drag-free satellite[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2023, **36**(4): 04023031
- [39] VIDANO S, NOVARA C, COLANGELO L, *et al.* The LISA DFACS: a nonlinear model for the spacecraft dynamics[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, **107**: 106313
- [40] GATH P, FICHTER W, KERSTEN M, *et al.* Drag free and attitude control system design for the LISA pathfinder mission[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Providence: AIAA, 2004: 5430
- [41] HENRION D, SEBEK M, KUCERA V. Positive polynomials and robust stabilization with fixed-order controllers[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(7): 1178-1186
- [42] SAFONOV M G, CHIANG R Y, LIMEBEER D J. N. Optimal Hankel model reduction for nonminimal systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, **35**(4): 496-502

作者简介



徐乾蛟 男, 1994年11月出生于山东省德州市, 现为北京理工大学自动化学院在读博士研究生, 主要研究方向为频域控制、连续系统控制、引力波探测三星无拖曳控制等。

E-mail: 3220215148@bit.edu.cn



崔冰(通信作者) 男, 1990年1月出生于山东省冠县, 现为北京理工大学自动化学院副教授、博士生导师, 主要研究方向为多智能体协同控制、航天器姿态控制与姿态协同、引力波探测三星无拖曳控制等。

E-mail: bing.cui@bit.edu.cn