第11卷 第2期 空间科学学报 Vol. 11, No. 2
1991 年 4 月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Apr., 1991

二维磁流体动力学平衡日冕*

王 水
(中国科学技术大学,合肥)
吴式灿 王爱华
(美国 Alabama 大学, Huntsville)

摘 要

应用解析和数值相结合的方法，本文处理了球对称太阳引力场中具有磁场的非粘、可压缩、完全导电等离子体的二维磁流体动力学平衡问题. 得到了两种不同的解：(1)一种相应于磁场具有闭合区和开场区的稳定、自洽的等离子体流动,开场区几个太阳半径之外等离子体径向速度达到大值,超过了局地声速和局地 Alfvén 速度；(2)等离子体速度总是小于局地声速和局地 Alfvén 速度,并当径向距离很大时速度趋于零.

关键词 太阳风,磁流体力学

一、引 言

在空间物理、太阳物理和天体物理中,磁流体动力学平衡是个非常重要和十分有意义的非线性问题. 自从 1958 年 Parker[1] 提出太阳风的概念以来，许多作者应用各种解析方法和数值方法，研究了太阳风和太阳型恒星风的结构和动力学过程[2-13]. 所有这些外流现象,一个重要问题是寻找完整磁流体力学方程组的稳定、自洽解，并考虑到磁场和等离子体流动之间的耦合. 另一个重要问题是驱动外流反抗引力作用的加速机制[14-16]. 这些问题至今尚未完全解决.

本文试图应用解析和数值相结合的方法,研究二维磁流体动力学平衡日冕的自洽解. 首先应用解析方法[17]，将球坐标中的磁流体力学方程组简化为磁势函数和等离子体密度的两个非线性偏微分方程；进而用双叠代方法数值求解. 得到两种不同类型的解：一种相应于太阳风，在开场区几个太阳半径之外，等离子体径向速度将超过局地声速和局地 Alfvén 速度,并维持大值;另一种解，等离子体速度总是小于局地声速和局地 Alfvén 速度,并当径向距离很大时速度趋于零.

二、基 本 方 程

由于日冕由稀薄和完全电离的等离子体组成,取其电导率为无穷大、磁导率为一. 略

本文于 1990 年 3 月 6 日收到.
* 高等学校科学技术基金资助课题.

去太阳转动、粘滞性、热传导、辐射和其它能量过程，球坐标(r,θ,φ)中二维$\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}=0\right)$稳态$\left(\frac{\partial}{\partial t}=0\right)$的磁流体力学方程组可以写为：

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\rho v_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta\rho v_\theta)}{\partial\theta}=0, \tag{1}$$

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v^2}{2}\right)+\frac{v_\theta}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rv_\theta)-\frac{\partial v_r}{\partial\theta}\right]-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}-\frac{B_\theta}{4\pi\rho r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)-\frac{\partial B_r}{\partial\theta}\right]-\frac{\partial\Phi}{\partial r}$$
$$=\frac{B_\varphi}{4\pi\rho r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\varphi)-\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_\varphi), \tag{2}$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{v^2}{2}\right)-\frac{v_r}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rv_\theta)-\frac{\partial v_r}{\partial\theta}\right]-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial\theta}+\frac{B_r}{4\pi\rho r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)-\frac{\partial B_r}{\partial\theta}\right]$$
$$=\frac{B_\varphi}{4\pi\rho r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta B_\varphi)-\frac{v_\varphi}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta v_\varphi), \tag{3}$$

$$-\frac{v_\theta}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta v_\varphi)-\frac{v_r}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_\varphi)+\frac{1}{4\pi\rho}\left[\frac{B_\theta}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta B_\varphi)\right.$$
$$\left.+\frac{B_r}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\varphi)\right]=0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta}[\sin\theta(v_rB_\theta-v_\theta B_r)]=0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}[r(v_rB_\theta-v_\theta B_r)]=0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}[r(v_\varphi B_r-v_rB_\varphi)]=\frac{\partial}{\partial\theta}(v_\theta B_\varphi-v_\varphi B_\theta), \tag{7}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2B_r)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta B_\theta)=0, \tag{8}$$

$$v_r\frac{\partial}{\partial r}(p\rho^{-\gamma})+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(p\rho^{-\gamma})=0, \tag{9}$$

$$p=\frac{k}{m}\rho T, \tag{10}$$

式中各参量具有通常的意义.

引入磁势函数 $A(r,\theta)\boldsymbol{i}_\varphi$ 和流函数 $\Psi(r,\theta)$，由方程(8)和(1)可以得到

$$\boldsymbol{B}(r,\theta)=-\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A}{\partial\theta}\boldsymbol{i}_r+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A}{\partial r}\boldsymbol{i}_\theta+B_\varphi\boldsymbol{i}_\varphi, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{v}(r,\theta)=-\frac{1}{\rho r^2\sin\theta}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\boldsymbol{i}_r+\frac{1}{\rho r\sin\theta}\frac{\partial\Psi}{\partial r}\boldsymbol{i}_\theta+v_\varphi\boldsymbol{i}_\varphi, \tag{12}$$

那么，磁力线和流线在 r-θ 平面上的投影，分别由常值 $A(r,\theta)$ 线和常值 $\Psi(r,\theta)$ 线给定. 进一步参照文献[17]所采用的方法，由方程(5)、(6)、(9)、(7)、(4)和(11)、(12)，可以得到

$$\Psi=\Psi(A),\quad p\rho^{-\gamma}=Q(A),$$

$$B_\varphi=\frac{\dfrac{Q}{\sin\theta}+r\sin\theta\chi\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}}{\dfrac{1}{4\pi}-\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)^2},\qquad v_\varphi=\frac{r\sin\theta\chi+\dfrac{4\pi Q}{\rho r\sin\theta}\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}}{1-\dfrac{4\pi}{\rho}\left(\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)^2},$$

式中Q是A的某任意函数，而

$$Q=r\sin\theta\left(\frac{B_\varphi}{4\pi}-v_\varphi\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)=Q(A),$$

$$\chi=\frac{1}{r\sin\theta}\left(v_\varphi-\frac{B_\varphi}{\rho}\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)=\chi(A).$$

引入一个新函数H，

$$H=\int\frac{\mathrm{d}p}{\rho}+\frac{v^2}{2}+\Phi-\frac{r\sin\theta}{4\pi}B_\varphi\chi\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\Psi},\tag{13}$$

由方程(2)、(3)、(11)、(12)和(13)可以证明

$$H=H(A).\tag{14}$$

上式意味着沿每条磁力线和每条流线，H维持不变．对于B_φ为零的情况，函数H简化为通常流体力学中的 Bernoulli 压力，即

$$H=\int\frac{\mathrm{d}p}{\rho}+\frac{v^2}{2}+\Phi=H(A).\tag{15}$$

将方程(11)、(12)和(13)代入方程(2)或(3)，有

$$\left[\frac{\rho}{4\pi}-\left(\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)^2\right]\left[\frac{\partial^2A}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2A}{\partial\theta^2}-\frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial A}{\partial\theta}\right]-\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\frac{\mathrm{d}^2\Psi}{\mathrm{d}A^2}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)^2\right]$$
$$+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)^2\left(\frac{\partial A}{\partial r}\frac{\partial\rho}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial A}{\partial\theta}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\right)+\rho^2r^2\sin^2\theta\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}A}=0,\tag{16}$$

或另一个与方程(16)等价的方程

$$\left[1-\frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\Psi}\right)^2\right]\left[\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2}-\frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right]-\frac{\rho}{4\pi}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\Psi}\frac{\mathrm{d}^2A}{\mathrm{d}\Psi^2}\left[\left(\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)^2\right]$$
$$-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial r}\frac{\partial\rho}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\right)-\rho^2r^2\sin^2\theta\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}\Psi}=0.\tag{17}$$

可以根据具体物理问题来选用方程(16)或(17)．

在可压缩情况下，等离子体密度ρ是随r和θ改变的未知函数，还需寻找另一联系密度ρ与磁势A或流函数Ψ的方程．可以将方程(13)重写为：

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}(p_0\rho_0^{-\gamma})\rho^{\gamma-1}+\frac{1}{2\rho^2r^2\sin^2\theta}\left(\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)^2\left[\left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)^2\right]+\Phi-\frac{r\sin\theta}{4\pi}B_\varphi\chi\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\Psi}$$
$$=H(A),$$

式中取$Q=p_0\rho_0^{-\gamma}$，其值由边界条件确定．对于等温情况，方程(13)重写为：

$$\frac{kT_0}{m}\ln\rho+\frac{1}{2\rho^2r^2\sin^2\theta}\left(\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}A}\right)^2\left[\left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)^2\right]+\Phi-\frac{r\sin\theta}{4\pi}B_\varphi\chi\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\Psi}$$
$$=H(A).\tag{18}$$

方程(16)和(18)，就是我们讨论二维磁流体动力学平衡日冕的基本方程．

三、数 值 方 法

我们曾用松弛法数值求解过磁静平衡方程，得到二维磁静平衡日冕的磁场结构[18]. 现在进一步应用双叠代方法求解方程(16)和(18)，讨论二维磁流体动力学平衡日冕的特征.

为了求解方程(16)和(18)，必须知道函数 $\Psi(A)$ 和 $H(A)$ 的具体形式，但这很难事先确定，现将其表达为幂级数展开式

$$\Psi(A)=\sum_0^\infty a_nA^n,\quad H(A)=\sum_0^\infty b_nA^n,$$

式中系数 a_n、b_n 为常数. 为了简化起见，以下计算中取 $B_\varphi=0$，且

$$\Psi(A)=\pm a_1A,\quad H(A)=b_0+b_2A^2. \tag{19}$$

那么，方程(16)和(18)可以简化为下列无量纲形式

$$(D-\lambda^2)\left(\frac{\partial^2F}{\partial R^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2F}{\partial\theta^2}-\frac{\cot\theta}{R^2}\frac{\partial F}{\partial\theta}\right)+\frac{\lambda^2}{D}\left(\frac{\partial F}{\partial R}\frac{\partial D}{\partial R}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial F}{\partial\theta}\frac{\partial D}{\partial\theta}\right)$$
$$+\zeta FD^2R^2\sin^2\theta=0, \tag{20}$$

$$\ln D+\frac{\xi}{2D^2R^2\sin^2\theta}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial R}\right)^2+\frac{1}{R^2}\left(\frac{\partial F}{\partial\theta}\right)^2\right]+\frac{G}{R}=b_0^*+b_2^*F^2, \tag{21}$$

式中无量纲参量

$$R=\frac{r}{r_0},\quad D=\frac{\rho}{\rho_0},\quad F=\frac{A}{A_0},$$

$$\lambda^2=\frac{4\pi a_1^2}{\rho_0},\quad \zeta=8\pi b_2\rho_0r_0^4,\quad \xi=\frac{a_1^2A_0m}{\rho_0^2r_0^4kT_0},$$

$$G=-\frac{g_0r_0m}{kT_0},\quad b_0^*=\frac{b_0m}{kT_0}-\ln\rho_0,\quad b_2^*=\frac{b_2A_0^2m}{kT_0},$$

而 r_0，ρ_0，A_0，g_0，T_0 为特征常数.

方程(20)和(21)可应用双叠代方法数值求解. 首先利用中心差分格式将其写成差分方程. 考虑到日冕中的物理量及其导数随着径向距离的增加而迅速降低，故在 θ 方向采用均匀网格($\Delta\theta=4.5°$)，而在 r 方向用非均匀网格 ($\Delta R=R\Delta\theta$)[18,19]. 方程(20)和(21)可以改写成

$$F_{i,j}=(1-\omega_1)F_{i,j}^k+\frac{\omega_1}{\alpha}(\alpha_1F_{i,j+1}^k+\alpha_2F_{i,j-1}^k+\alpha_3F_{i+1,j}^k+\alpha_4F_{i-1,j}^k), \tag{22}$$

$$D_{i,j}=(1+\omega_2)D_{i,j}^k-\omega_2\frac{\theta_1}{\theta_2}, \tag{23}$$

式中 ω_1、ω_2 是松弛因子，具有上角标 k 和没有上角标的 $F_{i,j}$ 和 $D_{i,j}$ 分别表示 k 叠代步和 $k+1$ 叠代步的值，下角标 i，j 分别表示 r 和 θ 方向的网格点；而 α，α_1，α_2，α_3，α_4，θ_1，θ_2 分别为

$$\theta=4(D_{i,j}-\lambda^2)-\zeta D_{i,j}^2R_i^4\sin^2\theta_j(\Delta\theta)^2,$$

$$\alpha_1 = (D_{i,j} - \lambda^2)\left(1 - \frac{1}{2}\cot\theta_j\Delta\theta\right) + \frac{\lambda^2}{4D_{i,j}}(D_{i,j+1} - D_{i,j-1}),$$

$$\alpha_2 = (D_{i,j} - \lambda^2)\left(1 + \frac{1}{2}\cot\theta_j\Delta\theta\right) - \frac{\lambda^2}{4D_{i,j}}(D_{i,j+1} - D_{i,j-1}),$$

$$\alpha_3 = (D_{i,j} - \lambda^2) + \frac{\lambda^2}{4D_{i,j}}(D_{i+1,j} - D_{i-1,j}),$$

$$\alpha_4 = (D_{i,j} - \lambda^2) - \frac{\lambda^2}{4D_{i,j}}(D_{i+1,j} - D_{i-1,j}),$$

$$\theta_1 = \frac{\xi}{R_i^4\sin^2\theta_j(\Delta\theta)^2}[(F_{i+1,j} - F_{i-1,j})^2 + (F_{i,j+1} - F_{i,j-1})^2],$$

$$\theta_2 = b_0^* + b_2^* F_{i,j}^2 - \frac{G}{R_i} - \ln D_{i,j}.$$

应用双叠代方法数值求解方程(22)和(23)的步骤如下：(1) 猜想一种 $F(R,\theta)$ 和 $D(R,\theta)$ 的函数形式作为叠代求解的初值；(2) 将 $F(R,\theta)$ 和 $D(R,\theta)$ 的初值代入方程(23)的右端，寻找第一个叠代步函数 $D(R,\theta)$ 的分布；(3)将 $F(R,\theta)$ 的初值和第一叠代步的 $D(R,\theta)$ 值代入方程(22)的右端，计算第一叠代步的函数 $F(R,\theta)$；(4)回到(2)，进入第二个叠代步. 上述双叠代循环一直进行下去，直到两相邻叠代步 $F(R,\theta)$和 $D(R,\theta)$ 的相对误差都分别低于给定的容许误差 ε

$$\left|\frac{F_{i,j} - F_{i,j}^k}{F_{i,j}^k}\right| < \varepsilon, \quad \left|\frac{D_{i,j} - D_{i,j}^k}{D_{i,j}^k}\right| < \varepsilon,$$

最后即得到一组稳定自洽的解. 在我们的计算中取 $\varepsilon = 10^{-3}$.

由方程(22)和(23)得到函数 $F(R,\theta)$ 和 $D(R,\theta)$ 的稳定解之后，可以进一步由方程(19)、(11)、(12)和(10)求出磁场 $\boldsymbol{B}$、等离子体密度 ρ、压力 p 和速度 $\boldsymbol{v}$ 的分布，得到非均匀引力场中等温日冕的稳定、自洽的二维磁流体动力学平衡解.

四、计 算 结 果

在数值计算中，取下列特征值来定义无量纲参数：$\rho_0 = 1.67 \times 10^{-16}\mathrm{gcm}^{-3}$，$r_0 = 6.95 \times 10^5\mathrm{km}$，$T_0 = 10^6\mathrm{K}$，$B_0 = 0.26\mathrm{Gs}$，$g_0 = 0.271\mathrm{kms}^{-2}$，且 $A_0 = B_0 r_0^2$，$\lambda = 10^{-2}$. 计算区域取为 $1r_0 \leqslant r \leqslant 6r_0$ 和 $0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}$，并采用开拓网格[19]. 在极区 ($\theta = 0$) 和赤道 $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ 采用通常的对称边界条件，在计算区域底部 ($r = 1r_0$)和顶部 ($r = 6r_0$) 采用线性外推条件. 下面讨论两种情况的解.

(1) 选取函数 $F(R,\theta)$ 和 $D(R,\theta)$ 的初始猜值为

$$F = -F_0\left(1 + \frac{\sigma}{R}\right)\sin^2\theta, \quad D = \exp\left[G\left(1 - \frac{1}{R}\right)\right], \tag{24}$$

式中 F_0 和 σ 为常数. 在计算中还取 $b_0^* = 0$，$b_2^* = 0.1$，$\sigma = 1$，和 $\omega_1 = 0.035$，$\omega_2 = -0.002$.

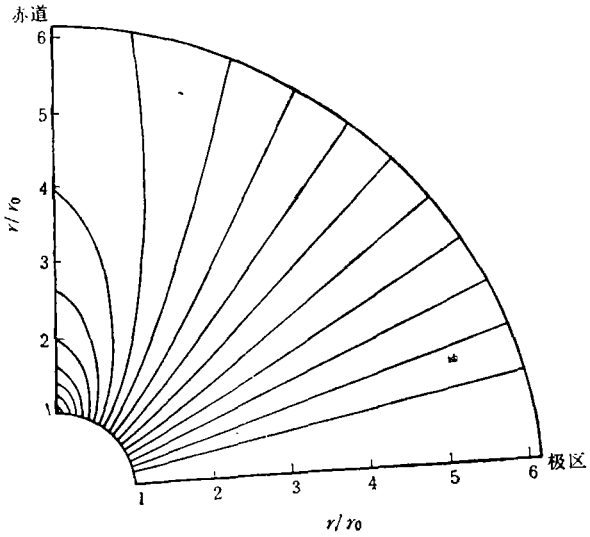


图 1 一种赤道附近为闭场区、高纬为开场区的磁场位形

Fig. 1 A configuration of magonetic field includes the closed-field region near the equator and open-field region at the higher latitude

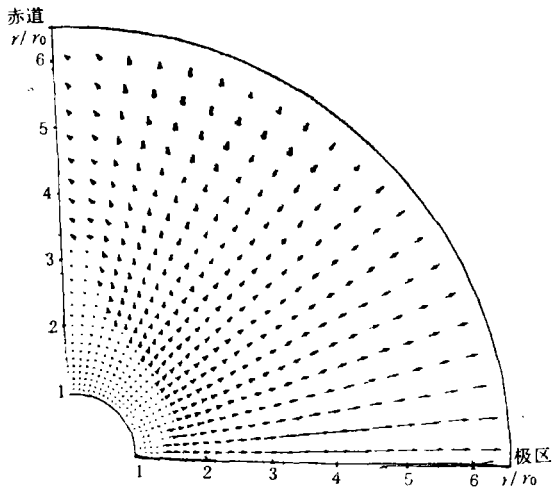


图 2 一种具有二维磁流体动力学平衡的等离子体速度矢量分布(最大值 450kms^{-1})

Fig. 2 A vector distribution of plasma velocity with two-dimensional magnetohydrodynamic equilibrium (The longest vector represents the maximum of velocity 450kms^{-1})

图 1 描绘了一种非均匀引力场中自洽磁流体动力学平衡日冕的磁场位形. 可以看出,该磁场位形包含赤道面附近的闭场区和高纬地区的开场区. 在太阳表面附近,开场区与闭场区之间的界面约在余纬 45° 左右. 这种磁场位形,可以近似反映大尺度的日冕磁场结构.

图 2 给出了等离子体流动速度的矢量图. 可以看出,在赤道面附近的闭合磁场区,等离子体速度非常之小;而在高纬开场区中,几个太阳半径之外径向速度将超过局地声速和

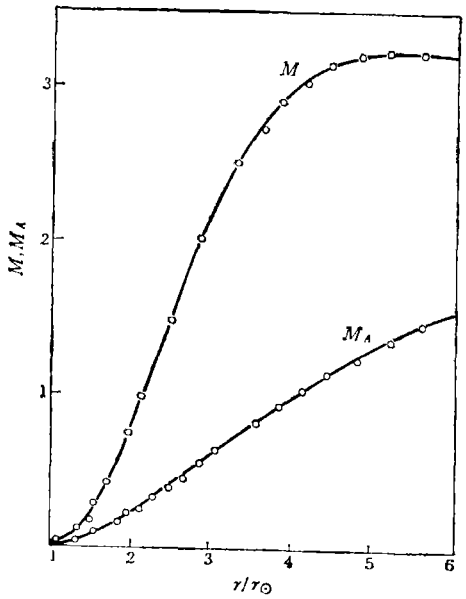
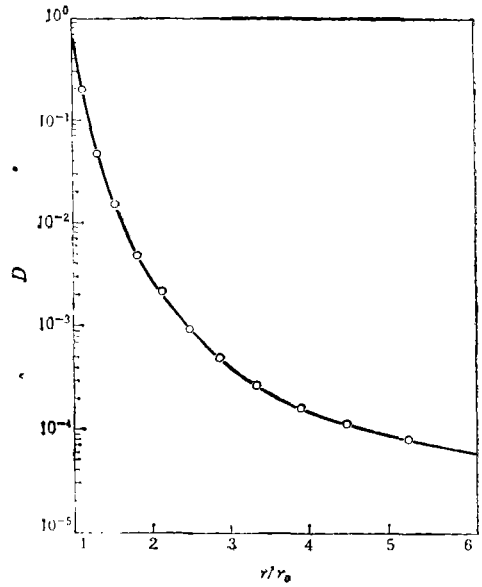


图 3　$\theta = 2.25°$处 Mach 数和 Alfvén-Mach 数的径向变化

Fig. 3　The radial dependences of Mach number and Alfvén-Mach number along the radial axis with $\theta = 2.25°$



$D = \rho/\rho_0$　$\rho_0 = 1.67 \times 10^{-16}\mathrm{gcm}^{-3}$

图 4　相对等离子体密度的径向分布

Fig. 4　The radial distribution of related density of plasma

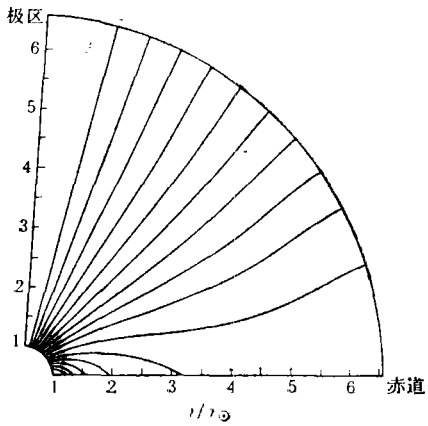


图 5　一种包含有闭场区、中性片和开场区的日冕磁场位形

Fig. 5　A configuration of magnetic field includes the closed-field region, the neutral sheet and the open-field region

局地 Alfvén 速度，并达到和维持大值(约 $450\mathrm{kms}^{-1}$)。图 3 描绘了极区附近 ($\theta = 2.25°$) Mach 数M和 Alfvén-Mach 数 M_A 随径向距离的变化。可以看出，声速临界点和 Alfvén 速临界点分别位于 $2.2r_0$ 和 $4.1r_0$ 附近。而在 $r = 1r_0$、$\theta = 2.25°$ 处的等离子体径向速度约等于 $2.9\mathrm{kms}^{-1}$。

无量纲密度D随径向距离的变化如图 4 所示 ($\theta = 2.25°$). 在冕洞区域 $1.10r_0$ 处电子密度的观测值为 $1 \times 10^7 cm^{-3} - 6.4 \times 10^7 cm^{-3}$[20,21]. 图 4 中电子密度的计算值约为 $2.5 \times 10^7 cm^{-3}$, 在观测值范围之内. 由于这里讨论了等温日冕, 图 4 也反映了等离子体压力随径向距离的变化.

(2) 选取函数 $F(R,\theta)$ 和 $D(R,\theta)$ 的初始猜值为

$$F = -F_0\left(1+\frac{\sigma}{R}\right)(\sin^2\theta+\eta\sin^2\theta),\quad D = \exp\left[G\left(1-\frac{1}{R}\right)\right], \tag{25}$$

式中 η 为某常数. 进而取

$$H(A) = b_0 + b_1 A, \tag{26}$$

那么,方程(16)和(18)将简化为下列无量纲形式

$$(D-\lambda^2)\left(\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 F}{\partial\theta^2}-\frac{\cot\theta}{R^2}\frac{\partial F}{\partial\theta}\right)+\frac{\lambda^2}{D}\left(\frac{\partial F}{\partial R}\frac{\partial D}{\partial R}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial F}{\partial\theta}\frac{\partial D}{\partial\theta}\right)$$
$$+\tau D^2R^2\sin^2\theta = 0, \tag{27}$$

$$\ln D+\frac{\xi}{2D^2R^2\sin^2\theta}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial R}\right)^2+\frac{1}{R^2}\left(\frac{\partial F}{\partial\theta}\right)^2\right]+\frac{G}{R} = b_0^*+b_1^*F, \tag{28}$$

式中 $\tau = 4\pi b_1\rho_0 r_0^4/A_0$, $b_1^* = \dfrac{b_1A_0m}{kT_0}$.

方程 (27) 和 (28) 仍可应用上述双叠代方法数值求解. 当取 $\lambda = 10^{-2}$, $\eta = 0.5$, $\sigma = 1$, $b_0^* = 0$, $b_1^* = 0.00001$ 和 $\omega_1 = 0.02$, $\omega_2 = 0.0002$ 时, 得到如图 5 所示的磁场位形. 该磁场包含开场区、闭场区和中性片,赤道上空形成溪流状结构. 这种磁场位形与日冕大尺度磁场结构的观测结果更为一致. 但是, 数值计算得到的等离子体速度总是小于局地声速. 因此,该情况下的解基本上还是磁静平衡解[18].

五、讨 论

本文试图应用一种解析和数值相结合的方法, 讨论非均匀引力场中二维磁流体动力学平衡的自洽解,工作还是很初步的. 在以下几个方面,还需要进一步考虑和改进.

(1) 临界点的位置. 对于一维磁流体动力学平衡问题, 临界点的位置可以用解析的方法精确地确定. 对于二维问题,目前尚难以用解析方法得到. 因此, 有些作者[9]试图沿着磁力线求解太阳风方程, 再考虑垂直于磁力线的力学平衡方程. 本文通过解析处理以后,归结为数值求解方程(22)和(23),似乎避开了临界点问题. 然而实际计算结果表明, 常数 b_0^*、b_2^*、σ 和松弛因子 ω_1、ω_2 的选择对计算结果影响很大. 这些常数值与临界点之间的关系,现在还没有搞清楚.

(2) 闭合磁场区上空的速度值. 从图 2 可以看出, 高纬开场区等离子体速度可以达到并维持大值,而赤道附近闭合场区上空,速度值仍偏低. 这也是一些作者将注意力放在开场区的原因之一[11-13]. 为了能在赤道上空得到较大的等离子体速度, 必须具有溪流状结构(即闭场区上空有一中性片)的磁场位形. 通过对函数 $\Psi(A)$、$H(A)$ 的形式及各常数的选择,可望解决这个问题.

(3) 加速机制。本文采用多方关系作为能量方程。严格地讲，应当采用完全的能量方程。然而，从目前提出的几种太阳风加速机制来看[16]，这个问题仍未能得到很好的解决。在采用完全的能量方程之后，本文提出的处理方法，原则上仍然适用。

参　考　文　献

[1] Parker, E. N., *Astrophys. J.*, Vol. **128**, p. 664, 1958.
[2] Parker, E. N., Interplanetary Dynamical Processes, Interscience, 1963.
[3] Whang, Y. C. and C. C. Chang, *J. Geophys. Res.* Vol. **70**, p. 4175, 1965.
[4] Weber, E. J. and L. Davies, *Astrophys. J.*, Vol. **148**, p. 271, 1967.
[5] Pneuman, G. W. and R. A. Kopp, *Solar Phys.*, **Vol. 18**, p. 258, 1971.
[6] Hundhausen, A. J., Coronal Expansion and Solar Wind, Springer-Verlag, Berlin, 1972.
[7] Suess, S. T., *J. Geophys. Res.*, Vol. **77**, p. 567, 1972.
[8] Zirker, J. B. (Ed.), Coronal Holes and High Speed Wind Streams, Colorado Asso. Univ. Press, Boulder, 1977.
[9] Pizzo, V., *J. Geophys. Res.*, Vol. **87**, p. 4374, 1982.
[10] Sakurai, I., *Astron. Astrophys.*, Vol. **152**, p. 121, 1985.
[11] Low, B. C. and K. Tsinganos, *Astrophys. J.*, Vol. **302**, p. 163, 1986.
[12] Tsinganos, K. and B. C. Low, *Astrophys. J.*, Vol. **342**, p. 1037, 1989.
[13] Hu, Y. Q. and B. C. Low, *Astrophys. J.*, Vol. **342**, p. 1049, 1989.
[14] Hollweg, J. V., *Rev. Geophys. Space Phys.*, Vol. **16**, p. 689, 1978.
[15] Leer, E., T. E. Holzer and T. Fla, *Space Sci. Rev.*, Vol. **33**, p. 161, 1982.
[16] Pneuman, G. W., *Space Sci. Rev.*, Vol. **43**, p. 105, 1986.
[17] Tsinganos, K., *Astrophys. J.*, Vol. **252**, p. 775, 1982.
[18] Wang, S. and A. H. Wang, *Kexue Tongbao*, Vol. **30**, p. 1031, 1985.
[19] Wang, S., Y. Q. Hu and S. T. Wu, *Scientia Sinica*, Ser. A, Vol. **25**, p. 1305, 1982.
[20] Allen, C. V., Astrophysical Quantities, Athone Press, 1973.
[21] Crifo-Magnant, F. and J. P. Picat, *Astron. Astrophys.*, Vol. **88**, p. 97, 1980.

TWO-DIMENSIONAL MAGNETOHYDRODYNAMIC EQUILIBRIA IN THE SOLAR CORONA

Wang Shui

(Dept. of Earth and Space Science, University of Science and Technology of China, Hefei)

S. T. Wu A. H. Wang

(University of Atabama, Huntsville)

Abstract

By using a method in combination with analytical and numerical methods, the paper treats the two-dimensional magnetohydrodynamic equilibria of an inviscid compressible, perfectly conducting plasma with an embedded magnetic field in the spherically symmetric gravitational field of the sun. Two different solutions are obtained. (1) A class of steady, self-consistent plasma flows corresponding to the structure of magnetic field consisted of the closed and open regions is given. In the open region, the radial velocity of plasma can be reached the large values exceeded the local sound speed and Alfvén speed beyond the several radius of the sun. (2) The plasma velocity is always smaller than the local sound and Alfvén speeds. When the radial distance is large, it tend to zero.

Key words Solar wind, Magnetohydrodynamics