

输入受限的漂浮基多柔性空间机器人轨迹跟踪 的混合控制及振动主动抑制*

谢立敏^{1,2} 于潇雁³

1(福建农林大学机电工程学院 福州 350002)

2(福建省农业信息感知技术重点实验室 福州 350002)

3(福州大学机械工程及自动化学院 福州 350116)

摘 要 空间机器人在实际运作中往往会遇到控制系统输入受限的情况,这将严重影响系统的控制品质。考虑输入受限的情况,对漂浮基多柔性空间机器人系统进行研究。通过对系统进行运动学和动力学分析,构建系统的动力学方程。采用奇异摄动方法,将刚柔耦合系统分为慢变子系统和快变子系统,并为各个子系统设计控制方法。最终提出由改进的鲁棒滑模模糊控制方法、速度差值反馈控制法和线性二次最优控制方法组成的混合控制方法。该控制方法能够主动减小空间机器人完成期望运动所需的力矩,使系统适应输入受限的工作条件;同时能够补偿系统的不确定参数和外部干扰,最终实现系统运动的精确控制和振动的主动抑制。仿真对比实验证明了在输入受限的情况下,所提出的混合控制方法的有效性和强适应性。

关键词 漂浮基空间机器人, 输入受限, 柔性, 运动控制, 振动抑制

中图分类号 TP241

Trajectory Tracking Hybrid Control and Vibration Suppression of Free-floating Multi-flexible Space Robot with Limited Input

XIE Limin^{1,2} YU Xiaoyan³

1(College of Mechanical and Electrical Engineering, Fujian Agriculture and Forestry University, Fuzhou 350002)

2(Fujian Key Laboratory of Agricultural Information Sensing Technology, Fuzhou 350002)

3(School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116)

* 国家自然科学基金项目(51741502),福建省自然科学基金面上项目(2020 J01450)和福建省教育厅中青年教育科研项目(科技类)(JAT210082)共同资助

2022-01-19 收到原稿, 2022-10-11 收到修定稿

E-mail: lucy_min@163.com

©The Author(s) 2023. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Abstract In the actual operation of a space robot, the input of the control system is often limited, which will seriously affect the control quality of the system. In this paper, a flexible space robot system based on floating substrate is studied with limited input. The system's dynamics equation is established through the system's kinematics and dynamics analysis. For the rigid-flexible coupling system, the singular perturbation method decomposes the system into slow and fast independent subsystems, and control methods are designed for each subsystem. Finally, a hybrid control method consisting of an improved robust sliding mode fuzzy control method, a velocity difference feedback control, and a linear-quadratic optimal control is proposed. The control method can actively reduce the torque required by the space robot to complete the desired movement and make the system adapt to the working conditions with limited input. At the same time, it can compensate for the uncertain parameters and external disturbance and realize the precise control of the system motion and active suppression of vibration. Simulation experiments show that the proposed hybrid control method is effective and adaptable when limited input.

Key words Free-floating space robot, Limited input, Flexible, Motion control, Vibration suppression

0 引言

目前,空间技术受到广泛关注与高度重视,空间机器人相关研究也取得了一些成果^[1-5]。随着研究的深入,一些实际应用问题必须得到重视。首先,实际的空间机器人系统往往为刚柔性耦合系统,包含许多柔性部件,其中最常见的为柔性杆和柔性关节。柔性杆具有惯性小、重量轻、能耗低、工作空间大、工作效率高等优点,但容易变形和引起振动。机器人各个关节处的驱动装置通常含有谐波减速器和行星齿轮,这些结构可以减少机械手在抓取目标物体时因碰撞造成的损伤,但会产生误差和振动,影响控制精度,这种关节称之为柔性关节。为保证系统的控制精度和稳定性,在对空间机器人进行研究时必须考虑柔性部件的存在。目前,有关多柔性空间机器人的研究已在开展,但是相对较少。Pan等^[6]对柔性杆、柔性关节空间机械臂系统进行了动力学分析和建模;Fu等^[7]设计了反馈重复学习算法,Zhang等^[8]提出 L_2 增益鲁棒控制,Hong等^[9]提出T-S模糊轨迹跟踪控制,Liang等^[10]提出小波基模糊神经网络控制,Xie等^[11]提出了鲁棒模糊滑模控制。

目前在对机器人系统进行控制设计时往往假设驱动器始终能够提供机器人完成期望运动所需输入量。但是在工程实际操作中,输入受限的情况时常发生。输入受限指的是驱动器受到自身或外界条件的约束,其输出不能满足机器运行需要的输入。尤其在

空间运行中,期望采用的驱动器尽可能小巧轻盈。但是通常小型驱动器的驱动能力较差,在机器人完成任务的过程中极有可能出现过饱和状态。同时,空间环境中温度、辐射、压强等不确定因素会对驱动器的蓄电池造成影响^[12]。因此,驱动器通常无法保证总是能够给机器人提供足够大的力矩,而且驱动器可能始终处于饱和状态,这必然会影响到控制品质,甚至引起系统不稳定。目前针对输入受限的控制系统,通常在控制律中加入饱和函数。Liu等^[13]利用奇异摄动法,提出一种神经网络控制方法,该方法利用平滑饱和函数和径向基函数对系统所需输入进行上下界主动限制。Pliego-Jimenez等^[14]提出一种基于二阶滑模控制器与非奇异终端滑模相结合的非线性控制算法。Ding等^[15]提出一种基于神经网络的自适应混合阻抗控制,利用平滑的饱和函数限制输入。但是上述研究对象都是地面固定基座的刚性机器人系统。Shi等^[16]针对自由漂浮双臂空间机器人输入受限的问题,提出一种基于Riccati方程和饱和函数的优化控制方法。Pang等^[17]针对柔性杆空间机器人设计了一种基于双曲正切函数的自适应模糊神经网络控制。针对柔性关节空间机器人,Xie等^[18]提出一种鲁棒模糊滑模控制方法;Lui等^[19]提出一种基于反步技术和扰动观测器的鲁棒控制方法。但是针对输入受限的多柔性空间机器人的研究还很少见。

本文针对漂浮基多柔性空间机器人系统,提出一种基于系统输入受限的混合控制方法,并对其进行仿

真。首先,根据柔性关节简化模型、假设模态法^[20]、动量定理以及拉格朗日第二类方程对该系统进行运动学和动力学分析,并给出该系统的动力学方程。为便于控制设计,根据奇异摄动理论^[21],定义具有不同时间标的新变量,建立系统的奇异摄动模型。根据慢变、快变特性,将系统分解为慢变、快变两个子系统,并建立系统的动力学奇异摄动方程。然后为慢变子系统设计一种改进的鲁棒模糊滑模混合控制方法。其中,鲁棒控制器可以对不确定的参数和外界干扰进行补偿,模糊控制器可提高系统响应速度且抑制滑模控制系统中的固有抖振现象。针对输入受限的情况,采用双曲正切函数实现控制力矩的有界性主动限制。针对快变子系统,应用基于速度误差的反馈控制和基于线性二次型调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)^[22]的最优控制,补偿系统柔性变量的影响,实现对系统柔性振动的主动抑制。最后,通过 MATLAB 进行对比仿真实验。仿真结果表明,所提出的混合控制方法能够主动限制系统所需输入力矩,确保在较小的输入条件下,空间机器人能够渐近稳定地追踪关节运动的期望轨迹,补偿柔性关节和柔性杆引起的系统误差和变形,抑制柔性振动。同时,当输入受限发生时,该控制方法能够保证系统的控制精度和稳定性,体现出了强适应能力。

1 系统动力学建模

图 1 给出了机器人关节的简化模型。图 1(a)为刚性关节的连接状态,可以看出,此时连杆 B_i 、电机转子、连杆 B_{i+1} 之间的连接是刚性的。电机转子的转角和与之相连的连杆转角相等,均为 θ_i 。刚性关节连接为一种理想状态,与实际不太相符,且容易使机器人在运动过程中受到损坏。因此,在实际工程中,电机

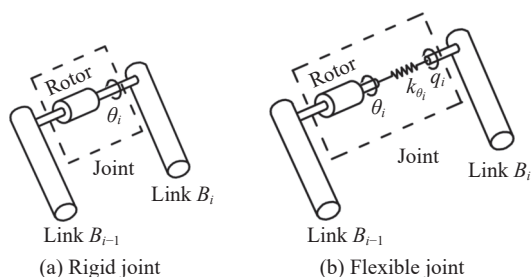


图 1 机器人关节简化模型

Fig. 1 Simple model of robot joint

转子与连杆之间往往存在其他传动机构。这必然带来传动误差,即存在柔性。在小变形的情况下,关节处的柔性连接可简化成一个弹簧^[23],如图 1(b)所示。此时,连杆 B_{i-1} 、电机转子、连杆 B_i 之间存在着弹簧连接。受弹簧弹性力的影响,电机转子的转角 θ_i 与连杆 B_i 的转角 q_i 不相等, $\theta_i \neq q_i$,即产生柔性关节误差 $\sigma_i = q_i - \theta_i$ 。

空间机器人的连杆通常比较细长,质量较轻,因此容易发生横向变形。基于 Euler-Bernoulli 梁理论^[24]和假设模态法,柔性杆 B_i 的横向弹性变形如图 2 所示。

变形量 $v_i(x_i, t)$ 可表示为

$$v_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^{n_j} \varphi_{ij}(x_i) \delta_{ij}(t). \quad (1)$$

式中, $\varphi_{ij}(x_i) = -\frac{[\sin(g_j) + \sinh(g_j)]}{[\cos(g_j) + \cosh(g_j)]} \cdot \{[\cos(c_j x_i) - \cosh(c_j x_i)] + [\sin(c_j x_i) - \sinh(c_j x_i)]\}$, $c_j = g_j/l_i$, g_j 为振动模态; n_j 为 B_i 的模态阶数; $\varphi_{ij}(x_i)$ 为 B_i 的第 j 阶假设模态函数; $\delta_{ij}(t)$ 为 B_i 的第 j 阶模态坐标。

基于以上提出的柔性关节和柔性杆模型,漂浮基多柔性空间机器人系统的平面力学模型如图 3 所

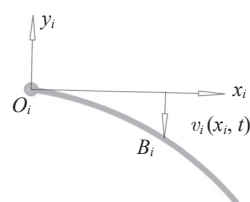


图 2 柔性杆 B_i 的弹性变形

Fig. 2 Elastic deformation of the flexible link B_i

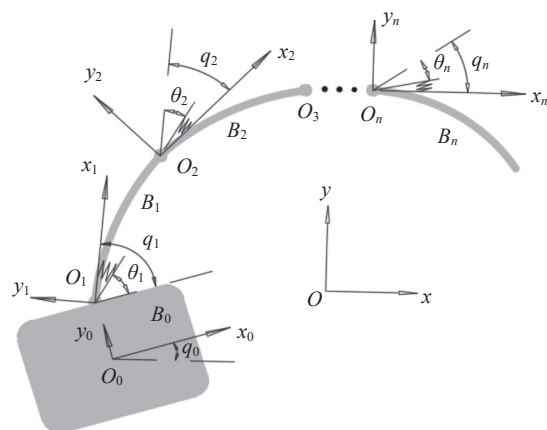


图 3 漂浮基多柔性空间机器人系统

Fig. 3 Free-floating flexible space robot system

示。该系统由一个自由漂浮的刚性基座 B_0 , n 个柔性臂 $B_1 \sim B_n$ 和 n 个柔性关节 $O_1 \sim O_n$ 组成。在平面任意位置建立惯性坐标系(Oxy), 在刚性基座 B_0 中心建立刚性基座的坐标系($O_0x_0y_0$)以及在每个连杆 B_i 的关节 O_i 处建立固联坐标系($O_ix_iy_i$), $i = 1, 2, \dots, n$ 。每个分体都在(Oxy)平面内作平面运动。 q_0 为刚性基座 B_0 的运动转角。

在空间环境中, 物体不受外力作用。为不失一般性, 设系统初始动量、动量矩为零, 根据动量守恒关系及拉格朗日第二类方程可以得到刚性基座位姿均不受控的漂浮基多柔性系统动力学方程, 即

$$J_0\ddot{\theta} + K_0(\theta - q_0) = \tau + \tau_d. \quad (2)$$

$$D(q) \begin{bmatrix} \ddot{q}_0 \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + C(q, \dot{q}, \delta, \dot{\delta}) + \begin{bmatrix} -K_0(\theta - q_0) \\ K_\delta \delta \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{\left(n + \sum_{i=1}^n n_i\right) \times 1}. \quad (3)$$

式中: $q_\theta = [q_1 \ \dots \ q_n]^T$; $q = [q_0 \ q_\theta^T]^T$; $\delta = [\delta_{11} \ \dots \ \delta_{1n_1} \ \dots \ \delta_{nn_i}]^T$; $\theta = [\theta_1 \ \dots \ \theta_n]^T$; $J_\theta = \text{diag}(J_{\theta 1}, \dots, J_{\theta n})$ 为由 n 个电机转子转动惯量 $J_{\theta 1} \sim J_{\theta n}$ 组成的对角矩阵; $D(q) \in R^{\left(n + \sum_{i=1}^n n_i\right) \times \left(n + \sum_{i=1}^n n_i\right)}$ 为空间机器人的惯性矩阵, 具有对称正定性; $C(q, \dot{q}, \delta, \dot{\delta}) \in R^{\left(n + \sum_{i=1}^n n_i\right) \times 1}$; $K_\theta = \text{diag}(k_{\theta 1}, \dots, k_{\theta n})$; $K_\delta = \text{diag}(k_{\delta 11}, \dots, k_{\delta 1n_1}, \dots, k_{\delta nn_i})$ 为由每个柔性杆刚度系数组成的对角矩阵, 其中 $k_{\delta ij} = \int_0^{l_i} EI \varphi_{ij}''^T \varphi_{ij}'' dx_i$; $\tau = [\tau_1 \dots \tau_n]^T$ 为由电机输出力矩 τ_i 组成的矩阵; $\tau_d \in R^{n \times 1}$ 为外部干扰信号列向量。

2 基于奇异摄动法的控制系统设计

由于该系统是刚柔耦合的, 因此系统刚性变量和柔性变量存在相互影响, 对系统的控制较为困难。这种情况下, 采用奇异摄动法可以将系统中的快变量和慢变量进行分离^[21], 建立互不干扰、相互独立的慢变子系统和快变子系统。

假设 k_m 为矩阵 K_θ 和 K_δ 的最小元素, 定义奇异摄动因子 $\varepsilon^2 = 1/k_m$ 。则快变子系统的时间尺度为 t/ε , 新的快变量 $z_\delta = \delta/\varepsilon^2$ 和 $z_0 = \sigma/\varepsilon^2$ (其中 σ 为由柔性关节误差 $\sigma_i = q_i - \theta_i$ 组成的列向量, $\sigma = [\sigma_1 \ \dots \ \sigma_n]^T = [(q_1 - \theta_1) \ \dots \ (q_n - \theta_n)]^T$), 新参数矩阵 $K_{\delta\varepsilon} =$

$$\varepsilon^2 K_\delta, K_{\theta\varepsilon} = \varepsilon^2 K_\theta.$$

由于矩阵 $D(q)$ 对称正定, 其逆矩阵可表示为

$$M = D(q)^{-1} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (4)$$

式中, $D_{11} \in R^{n \times n}$, $D_{12} = D_{21}^T \in R^{n \times \left(\sum_{i=1}^n n_i\right)}$ 和 $D_{22} \in R^{\left(\sum_{i=1}^n n_i\right) \times \left(\sum_{i=1}^n n_i\right)}$ 为 $D(q)$ 的子矩阵。

可将系统动力学方程式(2)和式(3)改写为如下奇异摄动形式:

$$\begin{cases} \varepsilon^2 \ddot{z}_0 = -J_0^{-1} K_{\theta\varepsilon} z_0 + J_0^{-1} (\tau + \tau_d) - \ddot{q}_0, \\ \ddot{q}_0 = -M_{11} C_1 - M_{12} C_2 - M_{12} K_{\delta\varepsilon} z_\delta + M_{11} K_{\theta\varepsilon} z_0, \\ \varepsilon^2 \ddot{z}_\delta = -M_{21} C_1 - M_{22} C_2 - M_{22} K_{\delta\varepsilon} z_\delta + M_{21} K_{\theta\varepsilon} z_0. \end{cases} \quad (5)$$

式中, $C_1 \in R^{n \times 1}$ 和 $C_2 \in R^{\left(\sum_{i=1}^n n_i\right) \times 1}$ 为 $C(q, \dot{q}, \delta, \dot{\delta})$ 的子矩阵。

$$M_{11} = (D_{11} - D_{12} D_{22}^{-1} D_{21})^{-1},$$

$$M_{12} = -D_{11}^{-1} D_{12} (D_{22} - D_{21} D_{11}^{-1} D_{12})^{-1},$$

$$M_{21} = -D_{22}^{-1} D_{21} (D_{11} - D_{12} D_{22}^{-1} D_{21})^{-1},$$

$$M_{22} = (D_{22} - D_{12} D_{11}^{-1} D_{21})^{-1}.$$

2.1 慢变子系统

在慢变子系统中 $\varepsilon \rightarrow 0$, 该子系统可视为仅与系统刚性运动变量有关的刚性系统。令 $\varepsilon = 0$, $\delta = 0$, $\theta = q_0$, 可将式(5)重新写为如下慢变时标形式:

$$\begin{cases} 0 = -J_0^{-1} \bar{K}_{\theta\varepsilon} \bar{z}_0 + J_0^{-1} (\tau_s + \tau_d) - \ddot{\bar{q}}_0, \\ \ddot{\bar{q}}_0 = -\bar{M}_{11} \bar{C}_1 - \bar{M}_{12} \bar{C}_2 - \bar{M}_{12} \bar{K}_{\delta\varepsilon} \bar{z}_\delta + \bar{M}_{11} \bar{K}_{\theta\varepsilon} \bar{z}_0, \\ 0 = -\bar{M}_{21} \bar{C}_1 - \bar{M}_{22} \bar{C}_2 - \bar{M}_{22} \bar{K}_{\delta\varepsilon} \bar{z}_\delta + \bar{M}_{21} \bar{K}_{\theta\varepsilon} \bar{z}_0. \end{cases} \quad (6)$$

式中, τ_s 为慢变子系统的控制律。 $\bar{A}$ 表示当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时 A 对应的量, 即在慢变时标中计算的量。

对式(6)进行整理, 得到表征系统刚性运动的慢变子系统动力学方程为

$$D_s \ddot{\bar{q}}_0 + C_s = \tau_s + \tau_d. \quad (7)$$

式中,

$$D_s = [\bar{M}_{11} - \bar{M}_{12} \bar{M}_{22}^{-1} \bar{M}_{21}]^{-1} + J_0;$$

$$C_s = [\bar{M}_{11} - \bar{M}_{12} \bar{M}_{22}^{-1} \bar{M}_{21}]^{-1} (\bar{M}_{11} - \bar{M}_{12}) \cdot C_1.$$

将动力学方程式(7)准线性化为

$$D_s \ddot{\bar{q}}_0 + H_s \dot{\bar{q}}_0 = \tau_s + \tau_d. \quad (8)$$

式中相关矩阵具有以下性质。

性质 1 D_s 对称正定且有界, 即存在正常数 ε_1 和

ξ_2 , 使得对于任意变量, 满足

$$0 < \xi_1 \|x\|^2 \leq x^T D_s x \leq \xi_2 \|x\|^2, \quad x \in R^{(n + \sum_{i=1}^n n_i) \times 1}.$$

性质 2 $H_s \in R^{(n + \sum_{i=1}^n n_i) \times (n + \sum_{i=1}^n n_i)}$ 有界, 其具体形式不唯一, 通过适当选取可使其与矩阵 D_s 的一阶导矩阵 $\dot{D}_s$ 满足

$$x^T (\dot{D}_s - 2H_s)x = 0.$$

性质 3 存在正常数 ζ_h , 使得

$$\|H_s\| \leq \zeta_h \|\dot{q}_0\|.$$

性质 4 系统所受外部干扰 τ_d 有界, 即存在正常数 ζ_d , 使得

$$\|\tau_d\| \leq \zeta_d.$$

令连杆 B_i 实际转角 q_{0i} 与期望转角 q_{di} 的误差 $e_i = q_{0i} - q_{di}$, 则整个系统的转角误差向量可表示为 $e = [e_1 \cdots e_n]^T$; 令连杆 B_i 的实际转角速度 $\dot{q}_i$ 与期望转角速度 $\dot{q}_{di}$ 误差 $\dot{e}_i = \dot{q}_{0i} - \dot{q}_{di}$, 则整个系统的速度误差向量可表示为 $\dot{e} = [\dot{e}_1 \cdots \dot{e}_n]^T$.

为慢变子系统设计如下鲁棒控制方法:

$$\tau_s = u - K_p e - K_v \dot{e}. \quad (9)$$

式中, u 为鲁棒补偿项, K_p 和 K_v 为正定对角参数矩阵.

定义滑模切换函数

$$s = \dot{e} + \lambda e. \quad (10)$$

设计鲁棒补偿控制为

$$u = -\frac{\zeta_v^2 s}{\|s\| \zeta_v + w}. \quad (11)$$

式中, w 为滑模边界层的宽度.

整个慢变控制系统可表示为

$$D_s \ddot{q}_0 + H_s \dot{q}_0 = u - K_p e - K_v \dot{e} + \tau_d. \quad (12)$$

定义 e 和 $\dot{e}$ 为系统的状态变量, 将式(12)转换为状态方程的形式, 有

$$\dot{y} = Ay + B(u + v). \quad (13)$$

式中, $y = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ A_1 & A_2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ D_s^{-1} \end{bmatrix}$, $A_1 = -D_s^{-1}(K_p + \lambda H_s)$, $A_2 = -D_s^{-1}(H_s + \lambda D_s + K_v)$, $\lambda = K_p/K_v$, $v = D_s(\lambda \dot{e} - \ddot{q}_d) + H_s(\lambda e - \dot{q}_d) + \tau_d$.

根据性质 1、性质 3 和性质 4 可知 v 有界, 即存在正常数 ζ_v , 使得

$$\|v\| \leq \zeta_v. \quad (14)$$

注意到式(11)中采用了滑模函数, 但是滑模控制本身存在抖振现象, 容易导致控制系统失效。其解决办法为, 采用模糊控制器减弱或消除滑模自身抖振并提高系统的响应速度。该模糊控制器将 $\|y\|$ 和 $\|\dot{y}\|$ 作为输入, w 作为输出。对 $\|y\|$ 和 $\|\dot{y}\|$ 选取论域 $\{0, 0.1, 0.2, 0.3\}$, 其隶属度函数如图 4 所示; 对 w 选取论域 $\{0, 5, 10, 15\}$, 隶属度函数如图 5 所示。模糊子集为 $\{PL, PM, PS\}$, 这里 PL 代表“正大”, PM 代表“正中”, PS 代表“正小”。

模糊规则如下。

当 $\|y\|$ 为 PL 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PL 时, w 为 PL。

当 $\|y\|$ 为 PL 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PS 时, w 为 PM。

当 $\|y\|$ 为 PL 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PM 时, w 为 PM。

当 $\|y\|$ 为 PS 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PL 时, w 为 PM。

当 $\|y\|$ 为 PS 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PM 时, w 为 PS。

当 $\|y\|$ 为 PS 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PS 时, w 为 PS。

当 $\|y\|$ 为 PM 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PL 时, w 为 PM。

当 $\|y\|$ 为 PM 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PM 时, w 为 PM。

当 $\|y\|$ 为 PM 且 $\|\dot{y}\|$ 为 PS 时, w 为 PS。

解模糊时采用重心法。

定理 对于慢变子系统式(8), 所提出的鲁棒模糊滑模控制方法可保证

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e} = 0.$$

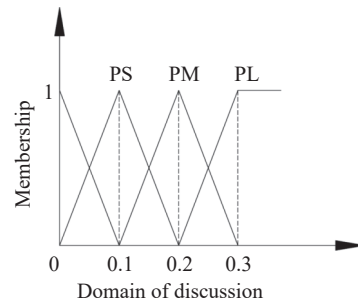


图 4 输入变量 $\|y\|$ 和 $\|\dot{y}\|$ 的隶属度函数

Fig. 4 Membership function of $\|y\|$ and $\|\dot{y}\|$

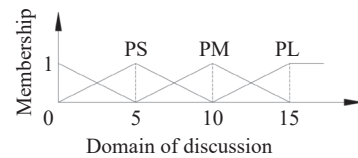


图 5 输出变量 w 的隶属度函数

Fig. 5 Membership function of w

证明 构造 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{Q} \mathbf{y}. \quad (15)$$

$$\text{式中, } \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p + \lambda^2 \mathbf{D}_s & \lambda \mathbf{D}_s \\ \lambda \mathbf{D}_s & \mathbf{D}_s \end{bmatrix}.$$

将 V 对时间求一阶导数, 并结合式(10)~(14)和性质 2, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\mathbf{y}}^T \mathbf{Q} \mathbf{y} + \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \dot{\mathbf{Q}} \mathbf{y} = \\ &[\mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{B}(\mathbf{u} + \mathbf{v})]^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p + \lambda^2 \mathbf{D}_s & \lambda \mathbf{D}_s \\ \lambda \mathbf{D}_s & \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} + \\ &\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T & \dot{\mathbf{e}}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^2 \dot{\mathbf{D}}_s & \lambda \dot{\mathbf{D}}_s \\ \lambda \dot{\mathbf{D}}_s & \dot{\mathbf{D}}_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \\ &-\mathbf{e}^T \lambda \mathbf{K}_p \mathbf{e} - \mathbf{s}^T \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{s}^T \mathbf{u} + \mathbf{s}^T \mathbf{v} \leq \\ &-\mathbf{y}^T \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{K}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_v \end{bmatrix} \mathbf{y} + \mathbf{s}^T \mathbf{u} + \mathbf{s}^T \mathbf{v} \leq \\ &-\lambda_{\min} \left\{ \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{K}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_v \end{bmatrix} \right\} \|\mathbf{y}\|^2. \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $\mathbf{D}_s$, $\mathbf{K}_p$, $\mathbf{K}_v$ 和 λ 均为正定矩阵, 因此根据式(15)和(16)可得 $V \geq 0$, $\dot{V} \leq 0$, V 在时间 $t \in (0, \infty)$ 内为有界。由于 V 是关于 $\mathbf{y}$ 的函数, 因此 $\mathbf{y}$ 也有界。由式(13)中 $\mathbf{y}$ 的定义可知, $\mathbf{e}$ 和 $\dot{\mathbf{e}}$ 有界。再根据式(10)可得 $\mathbf{s}$ 有界。由式(11)可知 $\mathbf{u}$ 也为有界。又由于 $\mathbf{v}$ 有界, 由式(13)可知 $\dot{\mathbf{y}}$ 有界, 因此 $\dot{V}$ 为一致连续。因为 V 有界且 $\dot{V}$ 不变号, 所以可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0$ 。再根据式(16)可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{y} = 0$, 进而可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{e}} = 0$ 。定理得证。

考虑到驱动电机输出受限的情况, 可以引入双曲正切函数, 将式(9)进一步改进为

$$\tau_s = \mathbf{u} - \mathbf{K}_p \tanh(\alpha \mathbf{E}) - \mathbf{K}_v \tanh(\beta \dot{\mathbf{e}}). \quad (17)$$

式中, $\mathbf{E} = \dot{\mathbf{e}} + \gamma \tanh(b\mathbf{e})$; α , β , γ 和 b 均为正常数; $\tanh(\boldsymbol{\mu}) = [\tanh(\mu_1) \cdots \tanh(\mu_n)]^T$, $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1 \cdots \mu_n]^T \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 。该方法采用具有有界性的双曲正切函数组成的向量矩阵主动限制系统所需控制力矩大小, 从而适应输入受限的情况。慢变子系统控制原理如图 6 所示。

2.2 快变子系统

快变子系统可视为与系统柔性变量有关的柔性系统。本文所考虑的柔性部件有柔性杆和柔性关节。柔性关节和柔性杆引起的系统振动程度不一定相同, 通常柔性关节引起的振动影响较大。如果想获得更好的控制效果, 可以将快变子系统进行再次分

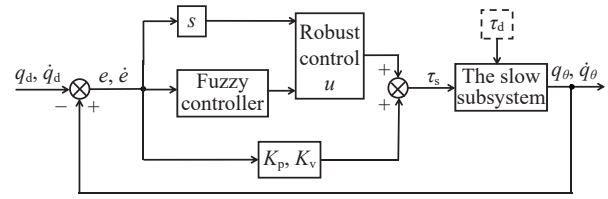


图 6 慢变子系统控制原理

Fig. 6 Control block diagram of the slow subsystem

解, 将其分解为刚性杆-柔性关节和柔性杆-刚性关节两个快变子系统, 并分别进行控制器设计。

2.2.1 刚性杆-柔性关节快变子系统

令式(5)中有关柔性杆的变量 $\delta = 0$, 建立刚性杆-柔性关节快变子系统的动力学奇异摄动方程, 有

$$\begin{cases} \varepsilon^2 \ddot{\mathbf{z}}_\theta = -\mathbf{J}_\theta^{-1} \bar{\mathbf{K}}_\theta \mathbf{z}_\theta + \mathbf{J}_\theta^{-1} \boldsymbol{\tau}_{k1} - \ddot{\mathbf{q}}_\theta, \\ \ddot{\mathbf{q}}_\theta = -\mathbf{D}_s^{-1} (\mathbf{C}_1 - \mathbf{K}_{\theta\varepsilon} \mathbf{z}_\theta). \end{cases} \quad (18)$$

式中, $\boldsymbol{\tau}_{k1} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_{f1} + \boldsymbol{\tau}_{d1}$ 。 $\boldsymbol{\tau}_{f1}$ 为刚性杆-柔性关节快变子系统的控制律。

$$\boldsymbol{\tau}_{f1} = \frac{\mathbf{K}_f(\dot{\mathbf{q}}_\theta - \dot{\boldsymbol{\theta}})}{\varepsilon^2}. \quad (19)$$

式中, $\mathbf{K}_f = \mathbf{K}_2/\varepsilon^2$, $\mathbf{K}_2$ 为正定对角阵。该控制律通过对转角的角速度差值反馈调节参数 $\mathbf{K}_f$, 保证系统的控制精度和稳定性。

2.2.2 柔性杆-刚性关节快变子系统

令式(5)中 $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{q}_\theta$, $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \dot{\mathbf{q}}_\theta$, 建立柔性杆-刚性关节快变子系统的动力学奇异摄动方程, 有

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{q}}_0 = -\mathbf{M}'_{11} \mathbf{C}_1 - \mathbf{M}'_{12} \mathbf{C}_2 - \mathbf{M}'_{12} \mathbf{K}_{\delta\varepsilon} \mathbf{z}_\delta + \mathbf{M}'_{11} \boldsymbol{\tau}_{k2}, \\ \varepsilon^2 \ddot{\mathbf{z}}_\delta = -\mathbf{M}'_{21} \mathbf{C}_1 - \mathbf{M}'_{22} \mathbf{C}_2 - \mathbf{M}'_{22} \mathbf{K}_{\delta\varepsilon} \mathbf{z}_\delta + \mathbf{M}'_{21} \boldsymbol{\tau}_{k2}. \end{cases} \quad (20)$$

式中, $\boldsymbol{\tau}_{k2} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_{f2} + \boldsymbol{\tau}_{d1}$; $\boldsymbol{\tau}_{f2}$ 为柔性杆-刚性关节快变子系统的控制律。 $\mathbf{M}'_{11} = (\mathbf{I}_{n \times n} + \mathbf{M}_{11} \mathbf{J}_0)^{-1} \mathbf{M}_{11}$; $\mathbf{M}'_{12} = (\mathbf{I}_{n \times n} + \mathbf{M}_{11} \mathbf{J}_0)^{-1} \mathbf{M}_{12}$; $\mathbf{M}'_{21} = \mathbf{M}_{21} - (\mathbf{I}_{n \times n} + \mathbf{M}_{11} \mathbf{J}_0)^{-1} \mathbf{M}_{21} \mathbf{J}_0 \mathbf{M}_{11}$; $\mathbf{M}'_{22} = \mathbf{M}_{22} - (\mathbf{I}_{n \times n} + \mathbf{M}_{11} \mathbf{J}_0)^{-1} \mathbf{M}_{21} \mathbf{J}_0 \mathbf{M}_{12}$ 。

定义快变时标 $t_f = t/\varepsilon$ 及其修正项 $\mathbf{z}_{f1} = \mathbf{z}_\delta - \bar{\mathbf{z}}_\delta$, $\mathbf{z}_{f2} = \varepsilon \dot{\mathbf{z}}_\delta$ 。在快变系统中可将慢变量视为常数, 即 $d\bar{\mathbf{z}}_\delta/dt_f = \varepsilon \dot{\bar{\mathbf{z}}}_\delta = 0$ 。此时, 令 $\varepsilon \rightarrow 0$, 得到柔性杆-刚性关节快变子系统的动力学方程为

$$\frac{d\mathbf{Z}_f}{dt_f} = \mathbf{A}_f \mathbf{Z}_f + \mathbf{B}_f \boldsymbol{\tau}_{f2}. \quad (21)$$

式中,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_f &= \begin{bmatrix} 0_{\left(\sum_{i=1}^n n_i\right) \times \left(\sum_{i=1}^n n_i\right)} & \mathbf{I}_{\left(\sum_{i=1}^n n_i\right) \times \left(\sum_{i=1}^n n_i\right)} \\ -\bar{\mathbf{M}}'_{22} \mathbf{K}_{\delta\epsilon} & 0_{\left(\sum_{i=1}^n n_i\right) \times \left(\sum_{i=1}^n n_i\right)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_f &= \begin{bmatrix} 0_{\left(\sum_{i=1}^n n_i\right) \times n} \\ \bar{\mathbf{M}}'_{21} \end{bmatrix}, \mathbf{Z}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{f1} \\ \mathbf{z}_{f2} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

式(21)线性可控, 因此可使用线性二次型调节器(LQR)对变量 $\mathbf{Z}_f$ 进行调节, 使其最终达到零。 $\mathbf{z}_{f1}$ 和 $\mathbf{z}_{f2}$ 是关于 δ 和 $\dot{\delta}$ 的变量, 当 $\mathbf{z}_{f1}$ 和 $\mathbf{z}_{f2}$ 为零时, δ 和 $\dot{\delta}$ 也为零, 意味着柔性杆的振动得到了抑制。选取最优控制的性能泛函数 $J_f = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{Z}_f^T \mathbf{Q}_f \mathbf{Z}_f + \tau_{f2}^T \mathbf{R}_f \tau_{f2}) dt$, 则可将 LQR 设计为

$$\tau_{f2} = -\mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_f. \quad (22)$$

式中, $\mathbf{Q}_f$ 和 $\mathbf{R}_f$ 均为对称正定矩阵, $\mathbf{P}$ 为 Ricatti 方程 $-\mathbf{P} \mathbf{A}_f - \mathbf{A}_f^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{B}_f \mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P} - \mathbf{Q}_f = 0$ 的解。

综上, 系统总控制律为

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_{f1} + \boldsymbol{\tau}_{f2}. \quad (23)$$

3 仿真

为证明控制系统的有效性, 在 MATLAB 平台上利用所提出的慢变子系统改进鲁棒模糊滑模控制方法 MRFSMC(Modified Robust Fuzzy Sliding Mode Control)以及快变子系统基于速度误差的反馈控制和 LQR 最优控制, 对 2 个柔性关节和 2 个柔性杆的漂浮基空间机器人系统进行仿真, 系统参数见表 1。

由于柔性杆的低阶模态对其振动和变形的影响起决定性作用, 因此选取前 2 阶模态进行计算即可保证精度要求且减少计算量^[25]。令式(1)中 $n_j = 2$, 则 $v_i = \sum_{i=1}^2 [\varphi_{i1}(x_i) \delta_{i1}(t) + \varphi_{i2}(x_i) \delta_{i2}(t)]$ 。又由于柔性杆较长较轻, 容易发生变形, 可以将柔性杆相关参数视

为不确定参数。

给定机器人关节的期望运动轨迹为

$$q_{1d} = \frac{\pi}{8} \left[\frac{t}{10} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) \right],$$

$$q_{2d} = \frac{\pi}{8} \left[1 - \frac{t}{10} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) \right].$$

运动初始值选取 $\mathbf{q}(0) = [0 \quad 0.048 \quad 0.35]^T \text{rad}$, $\boldsymbol{\theta}(0) = [0.05 \quad 0.35]^T \text{rad}$, $\boldsymbol{\delta}(0) = [0 \quad 0]^T \text{m}$ 。仿真时间 $t = 10 \text{ s}$ 。外部干扰信号 $\boldsymbol{\tau}_d = [\sin(t) \quad \cos(t)]^T \text{N}\cdot\text{m}$ 。

3.1 仿真 1: 控制效果验证

3.1.1 有效性验证

由于柔性杆的参数为不确定参数, 计算时可以在合理范围内选取估计值, 即 $\hat{l}_1 = 3 \text{ m}$, $\hat{l}_2 = 2.5 \text{ m}$, 密度 $\hat{\rho} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, 抗弯刚度 $E_i = 300 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 。相关控制参数选取为: $\alpha = 5$, $\beta = 1$, $b = 2$, $\zeta_v = 1$, $\mathbf{K}_p = \text{diag}(80, 80)$, $\mathbf{K}_v = \text{diag}(20, 20)$, $\mathbf{Q}_f = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01, 0.01)$, $\mathbf{R}_f = \text{diag}(50, 50, 50, 50)$ 。

图 7~11 为采用 MRFSMC 和快变控制器对系统进行仿真的结果。图 7 为关节 $\mathbf{O}_1$ 和 $\mathbf{O}_2$ 的转角运动跟踪轨迹; 图 8 为柔性杆 B_2 模态坐标变化曲线; 图 9 为柔性杆 B_2 的末端变形曲线; 图 10 为柔性关节转角误差 σ 。图 11 为系统运动过程中所需输入力矩 $\boldsymbol{\tau}$ 的变化曲线。

由图 7~10 的仿真结果可以看出, 当系统参数不确定且受到外部扰动时, 漂浮基多柔性空间机器人连杆的转角在 2 s 内即可精确跟踪上期望轨迹; 柔性杆 B_2 的前 2 阶振动模态均衰减至 0, 这表明柔性杆的振动得到快速抑制; 柔性杆 B_2 末端的变形量幅值由最初的 $\pm 0.004 \text{ m}$ 减小至 0; 柔性关节引起的电机转子与连杆转角之间的误差得到补偿, 其差值小于 0.003 rad, 趋近于 0。综上, 整个系统的控制精度得到保证, 振动得到抑制, 达到了预期控制目标。

表 1 仿真的漂浮基空间机器人系统参数

Table 1 System parameters of the simulated free-floating space robot

	质量/kg	转动惯量/($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)	长度/m	密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	刚性系数/($\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$)
刚性基座	100	34.17	1.5	—	—
杆 B_1	不确定	不确定	不确定	不确定	不确定
杆 B_2	不确定	不确定	不确定	不确定	不确定
电机转子1	0	0.5	—	—	300
电机转子2	0	0.5	—	—	300

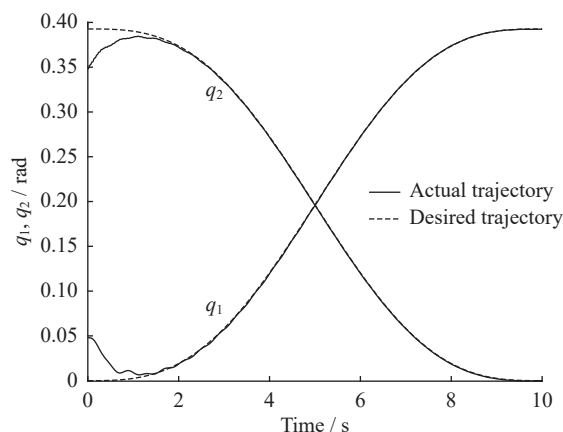


图7 关节转角的运动轨迹

Fig. 7 Trajectory of the joint angle

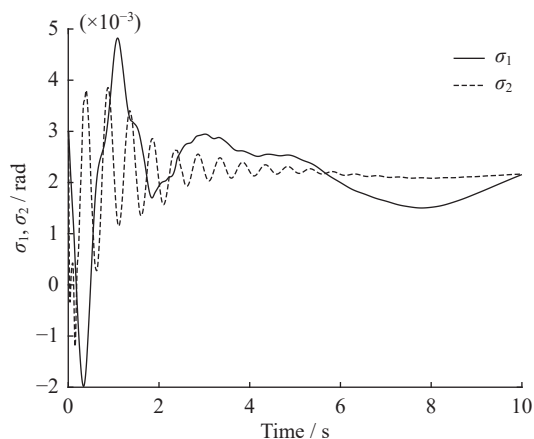


图10 柔性关节转角误差

Fig. 10 Flexible joint angle error

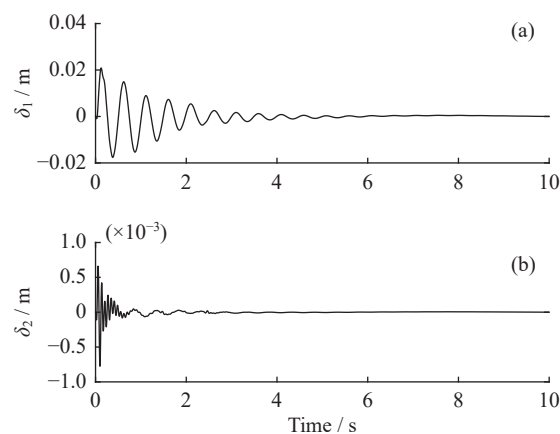
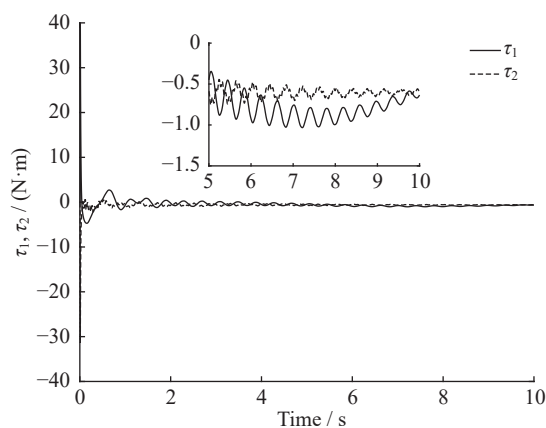
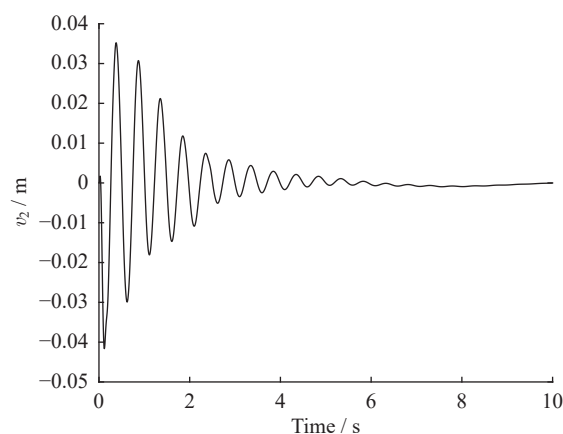
图8 柔性杆 B_2 模态坐标Fig. 8 Mode coordinate of flexible link B_2 

图11 MRFSMC 控制下的力矩

Fig. 11 Torque under MRFSMC

图9 柔性杆 B_2 的末端变形Fig. 9 Deformation of flexible link B_2

为证明本文提出的控制方法在输入受限情况下的控制优势,将该方法的控制效果与文献 [11] 中提出

的鲁棒模糊滑模控制方法 (Robust Fuzzy Sliding Mode Control, RFSCMC) 的控制效果进行对比。图 12 为采用 RFSCMC 控制时系统所需输入力矩。

由图 11 与图 12 的对比可以看出,在系统控制稳定阶段,例如从 5 s 开始对比,在 MRFSMC 中系统所需输入力矩为 $-1 \sim -0.5$ N·m,而在 RFSCMC 中系统所需输入力矩为 $-6 \sim -2$ N·m。整个过程中 MRFSMC 所需力矩都较小。这主要是由于采用了 $\tanh$ 函数,其能够主动限制系统所需输入力矩大小,使系统适应输入受限的条件,不易使驱动器过饱和。

3.1.2 输入受限时的控制效果

在其他条件和系统参数不变的情况下,设定此时安装在每个关节处的驱动器只能提供 $-10 \sim 10$ N·m 的输出力矩。这意味着空间机器人系统的输入受到

限制,在此情况下利用 MRFSMC 和 RFSMC 分别实现对空间机器人系统的控制。仿真结果如图 13 和图 14 所示。其中,图 13 为在 MRFSMC 中系统完成期望运动所需输入力矩;图 14 为在 RFSMC 中系统完成期望运动所需输入力矩。

由对比结果可以看出,在输入受限的情况下,MRFSMC 能够主动降低所需输入力矩的幅值,由图 11 中的 $-40 \sim 40 \text{ N}\cdot\text{m}$ 减小至 $-5 \sim 3 \text{ N}\cdot\text{m}$,保证整个控制过程不出现驱动器饱和现象。并且,当控制稳定时,力矩幅值仅为 $-1 \sim -0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。该控制方法不仅能够保证系统的运动精度,而且能有效保护系统的硬件安全和延长驱动器使用寿命。在输入受限的情况下,RFSMC 系统所需输入力矩出现多次到达临界的状态 ($\pm 10 \text{ N}\cdot\text{m}$)。此时,系统为完成期望运动将使驱动器保持过饱和现象,这将对系统的控制品质和驱动器

使用寿命造成影响。同时,从整体上看,当系统控制稳定时,MRFSMC 所需的力矩 ($-1 \sim -0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$) 明显比 RFSMC 所需的力矩 ($\pm 6 \text{ N}\cdot\text{m}$) 小得多。通过对比可见本文提出的 MRFSMC 能够主动调整、适应输入受限的发生,表明了该控制方法的有效性和优越性。

3.2 仿真 2: 关闭快变控制器 τ_f 后的控制效果

图 15~17 为关闭快变控制器 τ_f 后 5 s 内的控制结果。由于此时未对系统振动进行主动抑制,系统在运动的初始阶段已无法跟踪上期望轨迹,误差逐渐变大。柔性杆在 1 s 后就发生大幅振动,柔性杆变形量在 4 s 时就增大至 11 m,明显不合理。此时整个系统的控制失效。图 15~17 的仿真结果证明了快变控制器对非线性刚柔耦合系统控制的必要性和有效性,表明奇异摄动法对刚柔耦合系统控制具有优越性。

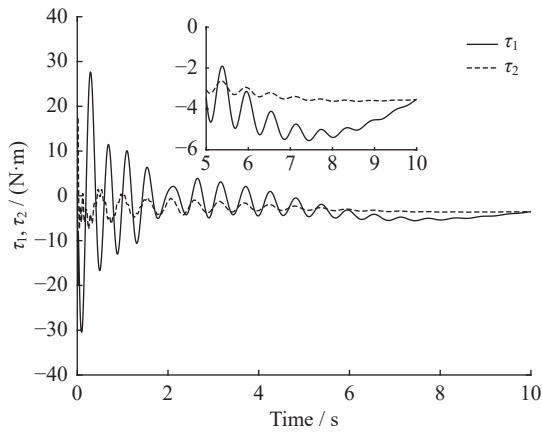


图 12 RFSMC 控制下的力矩
Fig. 12 Torque under RFSMC

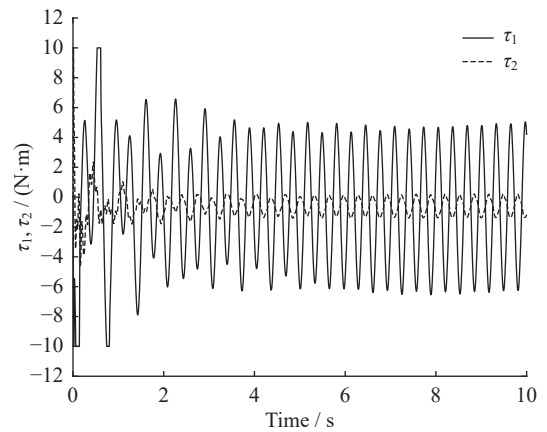


图 14 输入受限 RFSMC 控制下的力矩
Fig. 14 Torque under RFSMC with limited input

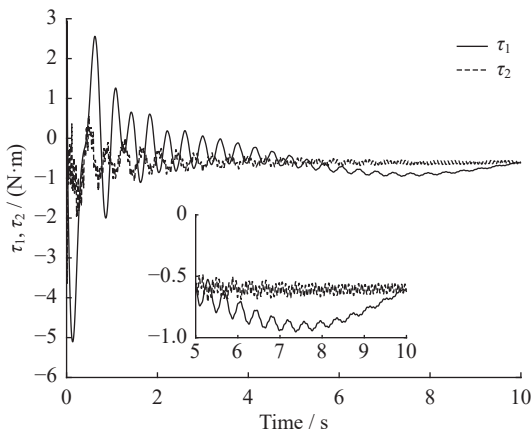


图 13 输入受限 MRFSMC 控制下的力矩
Fig. 13 Torque under MRFSMC with limited input

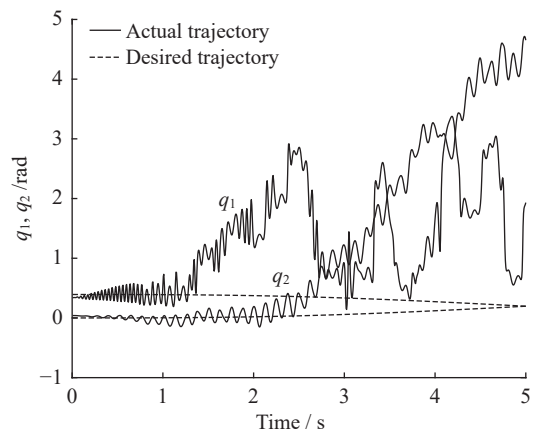


图 15 关闭快变控制器 τ_f 后关节转角的运动轨迹
Fig. 15 Trajectory of the joint angle when τ_f is closed

3.3 仿真 3: 关闭模糊控制器后的控制效果

图 18 和图 19 为关闭模糊控制器后的控制结果。由图中结果可以看出, 当未采用模糊控制时, 系统的关节转角和柔性杆在运动过程中都出现轻微抖振, 从而证明了该模糊控制器对消除系统抖振的有效性。

3.4 仿真 4: 不确定系统控制效果比较

对于参数不确定的系统, 在前三个仿真中选取任意估计值 $\hat{l}_1 = 3 \text{ m}$, $\hat{l}_2 = 2.5 \text{ m}$ 进行仿真实验, 结果表明系统能够达到期望的控制效果。为进一步说明本文所提出控制方法对不确定系统的有效性, 选取新的一组估计值 $\hat{l}_1 = 2.5 \text{ m}$, $\hat{l}_2 = 3 \text{ m}$, 且将杆的抗弯刚度

E_1 由原来的 $300 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 调整为 $100 \text{ N}\cdot\text{m}^2$, 即柔性变大。其他系统参数和控制参数不变, 仍采用本文所提出的混合控制方法对系统进行仿真, 结果如图 20~22 所示。从图中结果可见, 当参数发生改变后系统仍然能够精确、稳定地完成期望运动轨迹的渐近跟踪, 从而证明了该控制方法对不确定系统的有效性。

4 结论

本文考虑输入受限的情况, 针对参数不确定且有外部干扰的漂浮基多柔性空间机器人系统进行分析, 主要研究结果如下。

运用数学与力学的基本理论, 建立了具有多个柔

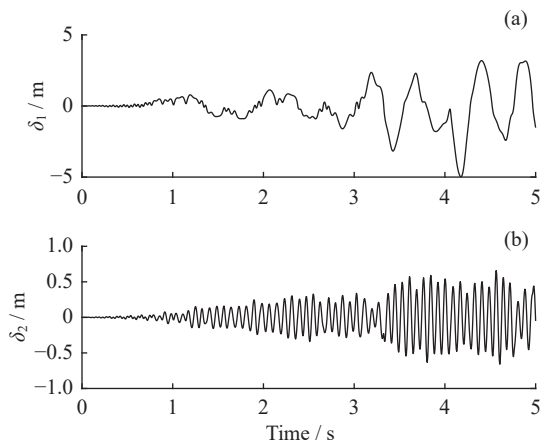


图 16 关闭快变控制器 τ_f 后柔性杆 B_2 的模态坐标
Fig. 16 Mode coordinate of flexible link B_2 when τ_f is closed

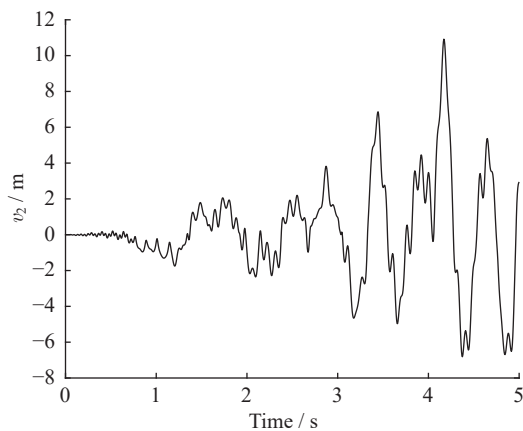


图 17 关闭快变控制器 τ_f 后柔性杆 B_2 末端变形
Fig. 17 Deformation of flexible link B_2 when τ_f is closed

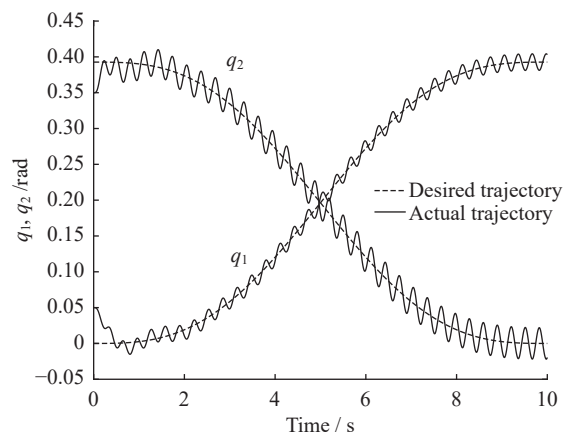


图 18 关闭模糊控制器后关节转角的运动轨迹
Fig. 18 Trajectory of the joint angle when the fuzzy control is closed

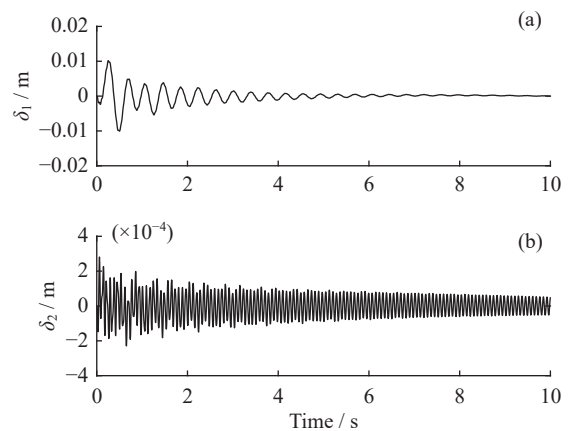


图 19 关闭模糊控制器后柔性杆 B_2 的模态坐标
Fig. 19 Mode coordinate of B_2 when the fuzzy control is closed

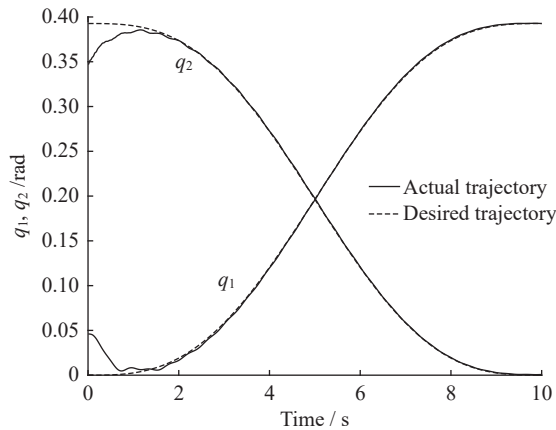
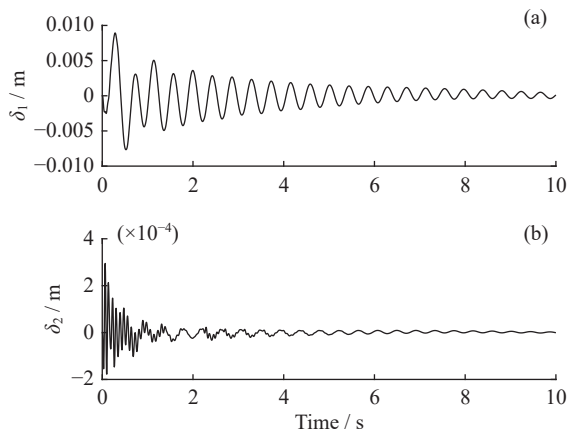
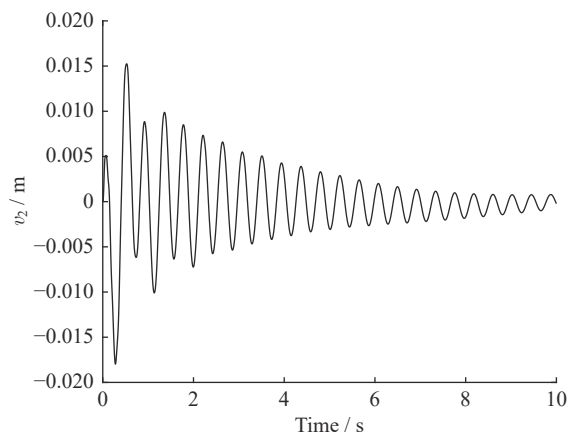


图 20 关节转角的运动轨迹

Fig. 20 Trajectory of the joint angle

图 21 柔性杆 B_2 的模态坐标Fig. 21 Mode coordinate of flexible link B_2 图 22 柔性杆 B_2 的末端变形Fig. 22 Deformation of flexible link B_2

性关节和柔性杆的漂浮基空间机器人系统动力学方程,其更加接近实际的空间机器人系统。利用奇异摄

动法将系统进一步分解为独立时变的快慢变子系统,分别建立各子系统的动力学方程并设计控制方法。提出了由基于双曲正切函数的改进鲁棒滑模模糊控制、速度差值反馈控制和线性二次最优控制组成的混合控制方法,实现系统的运动控制和振动主动抑制。

仿真结果证明,所提出的混合控制方法能够控制系统有效完成期望轨迹的渐近跟踪,并且主动抑制柔性臂和柔性关节引起的振动,消除柔性关节带来的关节运动误差。此外,通过对比仿真实验,证明该控制方法能够主动减小系统完成期望运动所需输入力矩,并且当输入力矩受限情况严重时,系统仍能够实现精确控制,这表明该控制方法具有强适应能力。

参考文献

- [1] STEFANO MD, BALACHANDRAN R, SECCHI C. A passivity-based approach for simulating satellite dynamics with robots: discrete-time integration and time-delay compensation[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2020, **36**(1): 189-203
- [2] DING Xihun, WANG Yecong, WANG Yyaobing, et al. A review of structures, verification, and calibration technologies of space robotic systems for on-orbit servicing[J]. *Science China Technological Sciences*, 2021, **64**(3): 462-480
- [3] ZHOU Yiqun, LUO Jianjun, WANG Mingming. Dynamic coupling analysis of multi-arm space robot[J]. *Acta Astronautica*, 2019, **160**: 583-593
- [4] AI Haiping, CHEN Li. Passivity active disturbance rejection collision avoidance compliant control of dual-arm space robot capture spacecraft[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2020, **40**(4): 584-594 (艾海平, 陈力. 空间机器人双臂捕获航天器操作的无源自抗扰避撞从顺控制[J]. *空间科学学报*, 2020, **40**(4): 584-594)
- [5] YU Zhangwei, GAO Mingzhou, CAI Guoping. Active control of a 6-DOF space robot with flexible panels using singular perturbation method[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2019, **66**(1): 83-99
- [6] PAN Dong, ZHAO Yang, ZHANG Yue, et al. Dynamic modeling and analysis of space manipulator considering the flexible of joint and link[J]. *Advanced Materials Research*, 2013, **823**: 270-275
- [7] FU Xiaodong, CHEN Li. Output feedback finite-dimensional repetitive learning control on virtual force for flexible-base flexible-link and flexible-joint space robot[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2021, **41**(5): 819-827 (付晓东, 陈力. 全柔性空间机器人基于虚拟力的输出反馈有限维重复学习控制及振动抑制[J]. *空间科学学报*, 2021, **41**(5): 819-827)
- [8] ZHANG Lijiao, CHEN Li. L_2 -gain robust control for flexible joints and flexible link space robot[J]. *Journal of Sys-*

- tem Simulation, 2018, **30**(4): 1448-1455 (张丽娇, 陈力. 柔性关节和柔性臂空间机器人的 L_2 增益鲁棒控制[J]. 系统仿真学报, 2018, **30**(4): 1448-1455)
- [9] HONG Zhaobin, CHEN Li, LI Wenwang. T-S fuzzy trajectory tracking and double-flexible parallel control of flexible-link flexible-joint space manipulator[J]. *China Mechanical Engineering*, 2016, **27**(15): 2020-2026 (洪昭斌, 陈力, 李文望. 柔性臂杆、柔性关节空间机械臂T-S模糊轨迹跟踪及双柔振动并行综合控制[J]. 中国机械工程, 2016, **27**(15): 2020-2026)
- [10] LIANG Jie, CHEN Li, LIANG Pin. The rigid-flexible coupling dynamics simulation and wavelet based fuzzy neural network control for space manipulator[J]. *Manned Spaceflight*, 2015, **21**(3): 286-294 (梁捷, 陈力, 梁频. 空间机械臂刚柔耦合动力学模拟及小波基模糊神经网络控制[J]. 载人航天, 2015, **21**(3): 286-294)
- [11] XIE Linmin, YU Xiaoyan, CHEN Li. Robust fuzzy sliding mode control and vibration suppression of free-floating flexible-link and flexible-joints space manipulator with external interference and uncertain parameter[J]. *Robotica*, 2022, **40**(4): 997-1019
- [12] AGUIÑAGA-RUIZ E, ZAVALA-RÍO A, SANTIBÁÑEZ V, et al. Global trajectory tracking through static feedback for robot manipulators with bounded inputs[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, **17**(3): 934-944
- [13] LIU Huashan, JIN Yuanlin, CHEN Xin, et al. Trajectory tracking control for flexible-joint robot manipulators with bounded torque inputs[J]. *Control Theory & Applications*, 2019, **36**(6): 983-992 (刘华山, 金元林, 程新, 等. 力矩输入有界的柔性关节机器人轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2019, **36**(6): 983-992)
- [14] PLIEGO-JIMENEZ J, ARTEAGA-PEREZ M A, LOPEZ-RODRIGUEZ M. Finite-time control for rigid robots with bounded input torques[J]. *Control Engineering Practice*, 2020, **102**: 104556
- [15] DING Shuai, PENG Jinzhou, ZHANG Hui, et al. Neural network-based adaptive hybrid impedance control for electrically driven flexible-joint robotic manipulators with input saturation[J]. *Neurocomputing*, 2021, **458**(2): 99-111
- [16] SHI Cun, GU Siyong, WANG Ying. Tracking control for dual-arm space robot under the conditions of the limited torque[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2020(11): 275-278,283 (时存, 古思勇, 王莹. 力矩受限双臂空间机器人轨迹跟踪与控制[J]. 机械设计与制造, 2020(11): 275-278,283)
- [17] PANG Zhenan, ZHANG Guoliang, YANG Fan, et al. Adaptive tracking control and vibration suppression by fuzzy neural network for free-floating flexible space robot with limited torque[J]. *Journal of Computer Applications*, 2016, **36**(10): 2799-2805,2821 (庞哲楠, 张国良, 羊帆, 等. 力矩受限的柔性空间机器人模糊神经网络自适应跟踪控制及振动抑制[J]. 计算机应用, 2016, **36**(10): 2799-2805,2821)
- [18] XIE Limin, CHEN Li. Robust fuzzy sliding mode control of free-floating space robot with flexible-joints and bounded torques[J]. *Engineering Mechanics*, 2013, **30**(8): 298-304 (谢立敏, 陈力. 力矩受限的柔性关节空间机器人的鲁棒模糊滑模控制[J]. 工程力学, 2013, **30**(8): 298-304)
- [19] LIU Liaoxue, YAO Wei, GUO Yu. Prescribed performance tracking control of a free-flying flexible-joint space robot with disturbances under input saturation[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, **358**(9): 4571-4601
- [20] SUN Changyin, GAO Hejia, HE Wei, et al. Fuzzy Neural network control of a flexible robotic manipulator using assumed mode method[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, **29**(11): 5214-5227
- [21] LENNARTSON B. Singular perturbation methods in control: Analysis and design: Petar Kokotović, Hassan K. Khalil and John O'Reilly[J]. *Automatica*, 1989, **25**(6): 953-954
- [22] BEMPORAD A, MORARI M, DUA V, et al. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems[J]. *Automatica*, 2002, **38**(1): 3-20
- [23] SPONG M W. Modeling and control of elastic joint robots[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1987, **109**(4): 310-318
- [24] KRALL A M. Asymptotic stability of the Euler-Bernoulli beam with boundary control[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1989, **137**(1): 288-295
- [25] GUO Zhenfeng, JIN Guoguang, CHANG Boiyan, et al. Research of dynamic modeling and performance for rigid-flexible manipulators[J]. *Journal of Tianjin Polytechnic University*, 2013, **32**(1): 70-74 (郭振锋, 金国光, 畅博彦, 等. 刚-柔性机械臂动力学建模及其动力学特性研究[J]. 天津工业大学学报, 2013, **32**(1): 70-74)