第6卷 第1期 空间科学学报 Vol. 6, No. 1
1986 年 1 月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Jan., 1986

多功能惯性敏感仪 DTAG* 的力学分析

王 惠 南
(南京航空学院)

摘 要

在干式调谐挠性陀螺仪 DTG**的基础上，使转子具有适当的不等转动惯量及转子的轴向摆性，可将 DTG 改进成一种多功能惯性敏感仪 DTAG. 它可以敏感正交轴向的角速度和线加速度.本文建立了 DTAG 的力学模型，导出了方程的稳态解. 从力学分析的角度证明了 DTAG 实现多功能的可行性.

另外，若仅就 DTG 而言解决了用单环结构消除 $2N$ 角振动引起常值漂移的问题.

一、引 言

由于 DTAG 的多功能的特点，与其他惯性敏感元件构成的惯导系统来比，它能使系统所用元件减少、结构简单，体积小、重量轻，大大降低了系统的成本，有利于采用余度技术，增加系统可靠性. 本文给出了研制 DTAG 的可行性的力学证明.

二、基本假定和参考坐标系

本文中，假设 DTAG 的转子有径向不等转动惯量，及转子的轴向质量不平衡. 转子 1 借支承系统 2 和驱动电机轴 3 相连接. 支承系统由平衡环 g 及在平衡环赤道平面里正交安装的内、外扭杆 s_1、s_2 构成虎克接头. 参见(图 1).

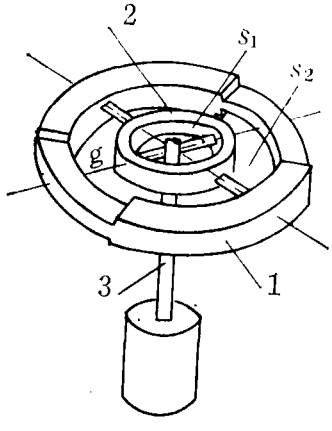


图 1

此简化结构模型满足以下假设条件:

1. 内、外扭杆轴线分别在平衡环及转子的赤道平面里，且互相正交.在平衡状态下，驱动轴轴线亦和内、外扭杆轴线所在平面正交，交点 O 即是 DTAG 的支承中心.

2. 转子和平衡环的质心均不在支承中心，即具有摆性. 设转子不平衡质量为 M_R，其在 $[R]$ 系中坐标为 $(x_r y_r z_r)$. 平衡环的不平衡质量为 M_g，其在 $[g]$ 系中的坐标为 $(x_g y_g z_g)$.

3. 当不考虑不平衡质量时，转子绕外扭杆轴及赤道

* DTAG 是 DRY-TUNED ACCELEROMETER/GYRO 的缩写.
** DTG 是 DRY-TUNED GYRO 的缩写.
本文于 1983 年 6 月 22 日收到.

平面中之另一正交轴具有不等转动惯量 A 和 B. 平衡环具有等赤道转动惯量 $a = b$.

4. 扭杆对绕自身轴线之小角扭转足够柔顺，但对于绕垂直于扭杆轴的弯曲则绝对刚硬.

5. 驱动过程已结束，驱动轴作匀速转动，转速为 N.

6. 转子极轴和平衡环极轴都在驱动轴附近的小范围里运动. 转子和平衡环绕内扭杆可一起转动 ν 角，转子绕外扭杆可以转动 ϕ 角.

7. 为使讨论更集中于 DTAG 的力学分析，不失一般性，略去阻尼力矩.

以支承中心 O 为原点建立如下坐标系：

1. $(\xi_i\eta_i\zeta_i)$：惯性坐标系 $[i]$.

2. $(\xi\eta\zeta)$：壳体坐标系 $[b]$.

3. $(x_0y_0z_0)$：驱动轴坐标系 $[s]$. Oz_0 和驱动轴轴线重合，Ox_0 与内扭杆重合.

4. $(x_1y_1z_1)$：平衡环坐标系 $[g]$. Ox_1 与内扭杆轴线相重合.

5. (xyz)：转子坐标系 $[R]$. Oy 和外扭杆轴线重合. 各坐标系之间的关系参见图 2 和图 3.

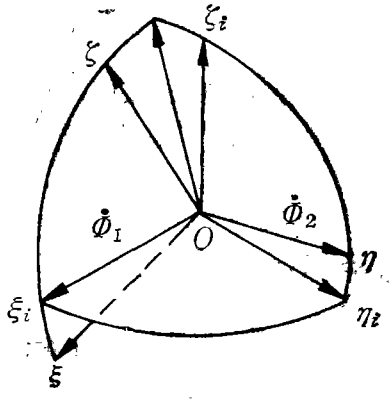


图 2

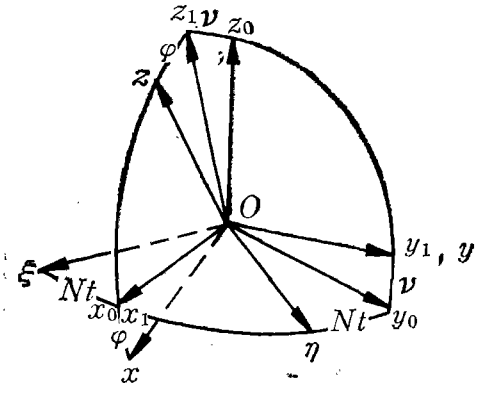


图 3

显然，各坐标系之间的关系可由下述坐标变换矩阵来描述：

$$C_b^i = \begin{bmatrix} \cos Nt & \sin Nt & 0 \\ -\sin Nt & \cos Nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_g^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\nu & -\sin\nu \\ 0 & \sin\nu & \cos\nu \end{bmatrix},$$

$$C_r^g = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix}.$$

三、DTAG 的力学模型

若 DTAG 的载体有绝对角速度 $\bar{\Omega}_b^i$，它在 $[b]$ 系中 $O\xi$ 和 $O\eta$ 轴上投影为 $\dot{\Phi}_1$ 和 $\dot{\Phi}_2$，载体有线加速度 $\bar{a}$，它在 $[b]$ 系中 $O\xi$、$O\eta$、$O\zeta$ 轴上投影为 a_ξ、a_η、a_ζ.

据速度合成定理，注意到 ν 和 ϕ 均为小角度推得转子绝对角速度 $\bar{\Omega}_r^i$ 在 $[b]$ 系上的投

影：

$$\bar{\Omega}_r^r = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\nu} - N\phi + u_1 \\ \dot{\phi} + N\nu + u_2 \\ N \end{bmatrix}, \tag{1}$$

其中

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos Nt & \sin Nt \\ -\sin Nt & \cos Nt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

设 $\bar{H}_r^r$ 为转子角动量在 [R] 系中的投影为 H_x, H_y, H_z. 将转子质量分两部份处理，一是动平衡质量部份，其关于 [R] 系的中心转动惯量为 A、B、C. 另一部份是处于 [R] 系中 (x_r, y_r, z_r) 处的不平衡质量 M_R. 则整个转子的转动惯性张量矩阵为

$$J^r = \begin{bmatrix} A + I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & B + I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & C + I_{zz} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

可推得转子角动量为

$$\bar{H}_r^r = \begin{bmatrix} H_{rx} \\ H_{ry} \\ H_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & B + I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & C + I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\nu} - N\varphi + u_1 \\ \dot{\phi} + N\nu + u_2 \\ N \end{bmatrix}. \tag{4}$$

类似于上述处理方法，可推得平衡环的角动量在 [g] 系下的表达式：

$$\bar{H}_g^g = \begin{bmatrix} H_{gx_1} \\ H_{gy_1} \\ H_{gz_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + I_{x_1x_1} & -I_{x_1y_1} & -I_{x_1z_1} \\ -I_{x_1y_1} & b + I_{y_1y_1} & -I_{y_1z_1} \\ -I_{x_1z_1} & -I_{y_1z_1} & c + I_{z_1z_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\nu} + u_1 \\ N\nu + u_2 \\ N \end{bmatrix} \tag{5}$$

其中 a、b、c 为平衡环动平衡质量关于 [g] 系的中心转动惯量. $I_{ij}(i, j = x, y_1, z_1)$，当 $i = j$ 时，为平衡环之不平衡质量绕 x_1、y_1、z_1 轴之转动惯量. 当 $i \neq j$ 时为平衡环的不平衡质量在 [g] 系中的惯性积.

将 [R] 系下的 $\bar{H}_r^r$ 变换到 [g] 系中去，有

$$\bar{H}_r^g = \begin{bmatrix} H_{rx_1} \\ H_{ry_1} \\ H_{zr_1} \end{bmatrix} = c_r^g \bar{H}_r^r = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A + I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & B + I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & C + I_{zz} \end{bmatrix}$$
$$\times \begin{bmatrix} \dot{\nu} - N\varphi + u_1 \\ \dot{\phi} + N\nu + u_2 \\ N \end{bmatrix}. \tag{6}$$

转子和平衡环组合体的角动量 $\bar{H}_s^g$ 在 [g] 系中的投影为 H_{sx_1}、H_{sy_1}、H_{sz_1}，有

$$\bar{H}_s^g = \begin{bmatrix} H_{sx_1} \\ H_{sy_1} \\ H_{sz_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{rx_1}^g \\ H_{ry_1}^g \\ H_{rz_1}^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{gx_1}^g \\ H_{gy_1}^g \\ H_{gz_1}^g \end{bmatrix}. \tag{7}$$

据 Euler 动力学方程，选 [g] 系为动系，写出组合体沿 Ox_1 轴之投影式. 同理写出转子沿 Oy_1 (即 Oy) 轴的投影式：

$$\begin{cases} \dfrac{dH_{sx_1}}{dt} + q_1 H_{sz_1} - r_1 H_{sy_1} = M_{x_1}; \\ \dfrac{dH_{ry}}{dt} - qH_{rz} + rH_{rx} = M_{y_1}. \end{cases} \tag{8}$$

首先讨论上式中之外力矩 M_{x_1} 和 M_{y_1}。由于载体既有线运动 $\bar{a}$ 又有角运动 $\dot{\phi}_1$ 和 $\dot{\phi}_2$，而 DTAG 对此载体又有相对运动。设 $\dot{\phi}_1$ 和 $\dot{\phi}_2$ 是与 ν、ϕ 同样的一阶小量，为简便起见，在计算牵连惯性力时只考虑不平衡质量由于 $\bar{a}$ 引起的惯性力，其余惯性力因是高阶小量略去不计。这样，外力矩只包括内、外扭杆的弹性约束力矩和 M_R、M_g 不平衡质量由于 $\bar{a}$ 产生的惯性力矩两部分。将 $[b]$ 系下之 $\bar{a}^b$ 变换到 $[R]$ 系，有

$$\bar{a}^r = c_g^r c_t^g c_b^t \bar{a}^b, \tag{9}$$

即

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos Nt & \sin Nt & -\varphi \\ -\sin Nt & \cos Nt & -\nu \\ \phi\cos Nt & \phi\sin Nt & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_\xi \\ a_\eta \\ a_\zeta \end{bmatrix}. \tag{10}$$

设 Q_x、Q_y、Q_z 为 M_R 的惯性力沿 $[R]$ 系的轴向分量：

$$[Q_x Q_y Q_z]^T = -M_R[a_x a_y a_z]^T, \tag{11}$$

此惯性力对于 Ox 轴之矩略去二阶小量即为对 Ox_1 轴之矩 $M_{x_1 r}$。有

$$M_{x_1 r} = M_R(-z_r \sin Nt a_\xi + z_r \cos Nt a_\eta - y_r a_\zeta). \tag{12}$$

同理可得 M_g 的惯性力对于 Ox_1 轴的矩：

$$M_{x_1 g} = M_g(-z_g \sin Nt a_\xi + z_g \cos Nt a_\eta - y_g a_\zeta). \tag{13}$$

此外，沿 Ox_1 轴转子还受到内扭杆的弹性约束力矩 M_{s1}，有 $M_{s1} = -\nu K_x$。K_x 为内扭杆的扭转弹性系数。

根据以上讨论，转子和平衡环组合体沿 Ox_1 轴受到的外力矩为上述三者之和：

$$\begin{aligned} M_{x_1} = M_{x_1 r} + M_{x_1 g} + M_{s1} = &-(M_R z_r + M_g z_g) a_\xi \sin Nt \\ &+ (M_R z_r + M_g z_g) a_\eta \cos Nt - (M_R y_r + M_g z_g) a_\zeta - \nu K_x. \end{aligned} \tag{14}$$

用同样的方法讨论 M_{y_1} 外力矩，可得：

$$M_{y_1} = -M_R z_r a_\xi \cos Nt + M_R z_r a_\eta \sin Nt + M_R x_r a_\zeta - \varphi K_y \tag{15}$$

这里 K_y 为外扭杆的扭转弹性系数。

将有关项代入 (8) 式中，略去非线性项，推得 DTAG 多功能惯性敏感仪在 $[R]$ 系下的力学模型：

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} A + a + M_R(y_r^2 + z_r^2) + M_g(y_g^2 + z_g^2) & -M_R x_r y_r \\ -M_R x_r y_r & B + M_R(x_r^2 + z_r^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\nu} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & -N(A + B - C + 2M_R z_r^2) \\ N(A + B - C + 2M_R z_r^2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} N^2[C - B + c - b + M_R(y_r^2 - z_r^2) + M_g(y_g^2 - z_g^2)] & -N^2 M_R x_r y_r \\ -N^2 M_R x_r y_r & N^2[C - A + M_R(x_r^2 + y_r^2)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ \varphi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -[A + M_R(y_r^2 + z_r^2) + a + M_g(y_g^2 + z_g^2)] & M_R x_r y_r + M_g x_g y_g \\ -M_R x_r y_r & -[B + M_R(x_r^2 + z_r^2)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$+\begin{bmatrix} -N(M_R x_r y_r + M_g x_g y_g) & -N[C-B+c-b+M_R(y_r^2-z_r^2)+M_g(y_g^2-z_g^2)] \\ N[C-A-M_R(x_r^2-z_r^2)] & NM_R x_r y_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} -(M_R z_r + M_g z_g)\sin Nt & (M_R z_r + M_g z_g)\cos Nt & M_R x_r \\ -M_R z_r \cos Nt & -M_R z_r \sin Nt & -M_R y_r + M_g y_g \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_\xi \\ a_\eta \\ a_\zeta \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} -N^2(M_R y_r z_r + M_g y_g z_g) \\ N^2 M_R y_r z_r \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -K_x & 0 \\ 0 & -K_y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \nu \\ \varphi \end{bmatrix}. \tag{16}$$

此是 DTAG 关于 Ox_1, Oy_1 轴的在动系下的线性方程. 将 M_R 和 M_g 的位置加以控制，使得 x_r, y_r, z_r 和 x_g, y_g, z_g 的量值与 ϕ、ν 一样是一阶小量，略去方程中的二阶小量. 同时考虑到 DTAG 的信号传感器是设置在壳体上的，为得到壳体系下 DTAG 的输出信号，将上方程变换到 $[b]$ 系中表出:

$$\begin{bmatrix} A+a & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot\beta \\ \ddot\alpha \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & N(C+2a) \\ -N(C+2a) & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot\beta \\ \dot\alpha \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} K_x+K_y-2\left(a-\frac{c}{2}\right)N^2 & 0 \\ 0 & K_x+K_y-2\left(a-\frac{c}{2}\right)N^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{-M_g z_g}{2}\sin 2Nt & \frac{2M_R z_r+M_g z_g+M_g z_g\cos 2Nt}{2} \\ \frac{-2M_R z_r - M_g z_g + M_g z_g\cos 2Nt}{2} & \frac{M_g z_g}{2}\sin 2Nt \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -[(M_R y_r - M_g y_g)\cos Nt + M_R x_r \sin 2Nt] \\ M_R x_r \cos Nt - (M_R y_r - M_g x_g)\sin Nt \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_\xi \\ a_\eta \\ a_\zeta \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} \frac{A+B+a}{2}+\frac{B-A-a}{2}\cos 2Nt & \frac{B-A-a}{2}\sin 2Nt \\ \frac{B-A-a}{2}\sin 2Nt & -\frac{B-A+a}{2}-\frac{B-A-a}{2}\cos 2Nt \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot\Phi_1 \\ \ddot\Phi_2 \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} \left(A-B+\frac{a+c-b}{2}\right)N\sin 2Nt, \\ -\left(A-B+\frac{a+c-b}{2}\right)N\cos 2Nt+\left(C+\frac{a-b+c}{2}\right)N, \\ \left(A-B+\frac{a+c-b}{2}\right)N\cos 2Nt-\left(C+\frac{a-b+c}{2}\right)N \\ -\left(A-B+\frac{a+c-b}{2}\right)N\sin 2Nt \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot\Phi_1 \\ \dot\Phi_2 \end{bmatrix}, \tag{17}$$

其中

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos Nt & -\sin Nt \\ \sin Nt & \cos Nt \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \nu \\ \phi \end{bmatrix}. \tag{18}$$

由上式可看出，若DTAG只有转子的轴向摆性，即 $x_r = y_r = 0$，$z_r \neq 0$；平衡环没有摆性，即 $x_g = y_g = z_g = 0$，则可以利用转子的轴向摆性来敏感沿 $[b]$ 系的 a_η、a_ξ。

为了清楚看出DTAG的多功能力学原理，不失一般性地假设载体具有绕 $[b]$ 系中 $O\xi$ 轴的常值角速度 $\dot{\Phi}_1$，即 $\ddot{\Phi}_1 = \ddot{\Phi}_2 = 0$，$\dot{\Phi}_1 = \text{con}\,st$，$\dot{\Phi}_2 = 0$，则上方程简化为

$$\begin{bmatrix} A+a & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (C+2a)N \\ -(C+2a)N & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta K & 0 \\ 0 & \Delta K \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & M_R z_r \\ -M_R z_r & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_\xi \\ a_\eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ H^* & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\Phi}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_\sigma N \sin 2Nt & 0 \\ I_\sigma N \cos 2Nt & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\Phi}_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{19}$$

其中 $\Delta K = \left[(K_x + K_y) - 2\left(a - \frac{c}{2}\right)N^2\right]$ 为剩余弹性系数；$H^* = \left(C + \frac{c}{2}\right)N$ 为DTAG输入角动量；$I_\sigma = \left(A - B + \frac{c}{2}\right)$ 为转子轴向不等转动惯量；$a = b$ 平衡环具有相等赤道转动惯量。

由(19)式右端可以看出：转子的轴向摆性可以敏感载体的 a_ξ 和 a_η。而DTAG的输入角动量 H^* 可以敏感载体的角速度 $\dot{\Phi}_1$。同时，转子的故意设置的不等转动惯量 A、B 及平衡环极转动惯量可以敏感调制在 $2N$ 频率上的 $\dot{\Phi}_1$。因此，对于这样一个具有两个进动自由度的力学模型，有两个固有频率 σ_1 和 σ_2。若能有效调整DTAG的有关参数，使模型的固有频率 σ_1、σ_2 与方程右端的激振频率相等，则可以在低频和高频处获得有效的输出信号，它以某种关系描述了输入信号。由方程容易看出：输出中的低频信号对应着线加速度 a_ξ 和 a_η，同时也对应着角速度 $\dot{\Phi}_1$。在DTG中由于将其固有频率调整在远离高频 $2N$ 的低频处，故调制在 $2N$ 频率处的角速度输出信号被衰减掉了，而在低频输出中，由于摆性的影响则造成角速度输出含有误差；只有消除摆性，使转子质心和支承中心重合，才能精确地得到角速度的输出信号。这就是DTG只能敏感载体角速度的力学原理。现在，我们的目标在于多功能，于是要求调制在 $2N$ 上的角速率要有最大的输出，且经过解调回路将它从 $2N$ 频率上取下来，与低频响应比较，从而得到加速度的响应信号。于是可分别获得线加速度和角速度的输出信号。由此说明DTAG实现多功能在力学原理上是成立的。

四、DTAG力学模型的解及其分析

DTAG的固有频率 σ_1 和 σ_2 可由频率方程导出：

$$\Delta(\sigma, N) = \begin{vmatrix} -(A+a)\sigma^2 + \Delta K & (C+2a)N\sigma \\ (C+2a)N\sigma & -B\sigma^2 + \Delta K \end{vmatrix} = 0, \tag{20}$$

即

$$B(A+a)\sigma^4 - [(A+B+a)\Delta K + (C+2a)^2N^2]\sigma^2 + \Delta K^2 = 0. \tag{21}$$

为得到低频最大输出响应，可调整DTAG参数，使 $\sigma_1 = 0$，这样由(21)式推得

$$\Delta K = 0. \tag{22}$$

对此条件我们很熟悉，在DTG中称为动力调谐条件。这里的导出方法和一般文献中介绍的理想结构的DTG的动力调谐条件导出方法完全不同，但结果是完全一致的。

理想结构的 DTG，当满足动力调谐条件时，它的力学模型可由 DTAG 力学模型(19)式简化得到：

$$\begin{bmatrix} A+a & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & (C+2a)N \\ -(C+2a)N & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ H^*\dot{\Phi}_1 \end{bmatrix}. \tag{23}$$

不考虑高频微幅章动，并注意到 $2a \approx \frac{c}{2}$，则有解：

$$\beta = -\Phi_1. \tag{24}$$

这就是在动力调谐条件下，DTG 作为位置陀螺的表达式，其物理意义是明显的，即将自由转子看成惯空，壳体的对于惯空绕 $O\xi$ 的输入角度成为转子对壳体的反向的角位移.

由此可见：　DTAG 是对 DTG 的发展，它的力学模型包含了特殊的理想情况下的 DTG 的模型. 因此，它具有更一般的意义.

对于 DTG，尽管是动力调谐的，若输入角速度中含有 $2N$ 频率时，仍会整流出一常值误差力矩使陀螺漂移. 这一机理性误差，在国外习惯于采用结构复杂的多平衡环来解决. 若我们的目的不是 DTAG 之多功能，而是致力于提高 DTG 精度，由 (17) 式可见，由于采用了转子的不等转动惯量结构，可以找到采用单环结构来消除 $2N$ 角振动产生的误差. 当驱动轴作 $2N$ 角振动时，要使不出现常值误差力矩，只要使这些项前系数矩阵的元素中凡是含二次谐波项的因子的元素均为零，则即使有 $2N$ 角振动输入，也不会整流出常值误差力矩来. 由 (17) 式右端系数阵中元素推出：

$$\begin{cases} A - B = a, \\ a = b = \dfrac{c}{2}. \end{cases} \tag{25}$$

此式为消除 $2N$ 角振动影响的条件公式. 通过适当地设置转子的不等转动惯量，从而达到用单平衡环简单结构的方法消除 $2N$ 角振动产生的误差.

现在再回到 DTAG 上来. 为使 DTAG 具有多功能，将 (19) 式的第一、二项输入函数看成是调制在零值附近的低频 ($f_\omega \approx 0$) 信号. 对于此低频输入的调谐条件，由频率方程 (21) 导出：令 $\sigma_1 = f_\omega \approx 0$，$\sigma_1^4 \approx \sigma_1^2 \approx 0$，有

$$\Delta K = (K_x + K_y) - 2\left(a - \frac{c}{2}\right)N^2 = if_\omega \approx 0. \tag{26}$$

此条件和 $\sigma_1 = 0$ 的动力调谐条件相差甚微. 因此仍可用 (22) 式来代替.

为使 (19) 式的第三项、即调制于 $2N$ 频率上的角速度有尽可能大的输出响应，一方面可使这项输入函数有尽可能大的幅值，即在 DTAG 设计中，使转子的不等转动惯量有尽量大的差值. 另一方面是调整 DTAG 的参数，使它的 σ_2 在激振频率 $2N$ 的附近. 若 f_ω 在零值附近，取 $\sigma_2 = 2N \pm f_\omega$，为书写方便，只写出 $\sigma_2 = 2N$ 的条件. 将 $\sigma_2 = 2N$ 代入频率方程，有

$$K_x + K_y = \frac{4B(A+a) + (2a-c)(A+B+a) - (C+2a)^2}{A+B+a}N^2. \tag{27}$$

在此条件下，推求 (19) 式对二次谐波输入的解. 设特解为

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu\cos 2Nt \\ \sin 2Nt \end{bmatrix}\dot{\Phi}_1 tf, \tag{28}$$

将上式代入到方程 (19) 式，并注意到 DTAG 固有频率 $\sigma_2 = 2N$ 的条件，可求出待定系数：

$$\mu = \frac{2(C+2a)N^2}{4(A+a)N^2 - \Delta K} = \frac{4BN^2 - \Delta K}{2(C+2a)N^2}; \tag{29}$$

$$f = \frac{A - B + \frac{c}{2}}{(C+2a)\mu - 4B}. \tag{30}$$

再求方程 (19) 式对于常值角速度下的低频响应，由于 $\sigma_1 = f_\omega \approx 0$，即 $\Delta K \approx 0$，故有

$$\dot{\beta} = -\frac{H^*}{(C+2a)N}\dot{\Phi}_1. \tag{31}$$

略去章动项，设初始条件 $\beta_0 = 0$，推得

$$\beta = -\frac{H^*}{(C+2a)N}\dot{\Phi}_1 t. \tag{32}$$

适当设计二次谐波输出的解调放大回路，使有

$$\mu f = -\frac{H^*}{(C+2a)N}, \tag{33}$$

即使得高频响应经解调放大回路后，其模值和低频响应模值相等，将高、低频滤波信号相比较，则得到低频信号中的线加速度输出分量了.

由方程 (19)，可解得线加速度的输出信号：

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = \frac{M_R z_r t}{(C+2a)N}\begin{bmatrix} a_\xi \\ a_\eta \end{bmatrix}. \tag{34}$$

以上仅就载体有角速度 $\dot{\Phi}_1 = \text{const}$，$\dot{\Phi}_2 = 0$ 的情况进行了讨论. 显然，当载体有

$$\dot{\Phi}_1 = 0, \quad \dot{\Phi}_2 = \text{const}$$

角速度输入时，亦有相应的结果，其输出信号由另一传感器所敏感，分析方法与 $\dot{\Phi}_1 = \text{const}$ 情况完全相似. 这里不再赘述.

五、结 语

以上力学分析证明了 DTAG 实现同时测量载体角速度和线加速度在力学原理上是成立的. 关键是使 DTAG 的两固有频率调整在零和 $2N$ 频率附近. 这不仅和其结构参数如转动惯量、扭杆弹性系数有关，而且和驱动轴转速 N 有关.

另外，如果对 DTG 而言，提出了利用单环结构消除 $2N$ 角振动产生的常值误差的方法.

可以认为多功能惯性敏感仪 DTAG 在惯导系统中将是一种有前途的惯性元件.

参 考 文 献

[1] Craig, R. J. G., *IEEE Trans.*, Vol. **AES-8**, p. 280, 1972.
[2] 刘延柱，上海交通大学学报，第 2 期，第 35 页，1979.
[3] 动力调谐陀螺仪译文集(第三集)，国防工业出版社，第 20 页，

[4] 王惠南，空间科学学报，第 **3** 卷，第 310 页，1983.
[5] 王惠南，航空学报，第 **5** 卷，第67页，1984.
[6] Craig, R. J. G., *IEEE Trans.*, Vol. **AES-8**, p. 289, 1972.

Dynamical Theory of Multi-function Dry-tuned Accelerometer/gyro

Wang Hui-nan
(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract

In constrast to symmetric rotor of Dry-tuned GYRO (DTG), the rotor of Dry-tuned accelerometer/GYRO (DTAG) has different transverse moments of inertia and a proper rotor pendulosity. DTG can be improved to DATG. This instrument provides measurements of angular rate about two axes and linear accelerations along two axes. The study of DTAG is a significant effect on the development of Inertia Navegation System.

This paper presents the dynamical equations of DTAG. Under the condition of multi-frequency vibration, the stationary solution is computed according to the analyses of the dynamics. The feasibility of dry-tuned sensor technology for mechanizing an inertia grade four-axes multi-function senson is demonstrated.

This paper also presents the condition of eliminating error torques resulting from angular vibration inputs of double spin frequency of the driving shaft. This condition is obtained by way of simple construction of single gimbal GYRO.