Space Sci., 2005, 25(2): 81—85

部分开放多极磁场中的日冕磁绳灾变*

彭　忠　胡友秋

(中国科学技术大学地球与空间科学学院　合肥 230026)

摘　要　采用球坐标下二维三分量理想 MHD 模型，研究部分开放多极背景磁场中日冕磁绳的灾变现象. 背景磁场由含 3 个闭合双极场的冕流和带赤道中性电流片的开放场构成，磁绳位于中心双极场的下方，其特性由环向磁通和轴向磁通表征. 对给定的环向磁通，存在轴向磁通的一个临界值；对给定的轴向磁通，也存在环向磁通的一个临界值. 在该临界值以下，磁绳附着于太阳表面，系统处于平衡状态；该临界值一旦被超越，磁绳将脱离太阳表面向上喷发，说明部分开放多极背景磁场中的日冕磁绳系统存在灾变现象. 本文算例表明，灾变点对应的磁能阈值超过对应部分开放场（中心双极场开放，两侧的双极场仍维持闭合）能量约 15%，其超过部分可为日冕物质抛射一类太阳爆发提供能源.

关键词　磁流体力学；灾变现象；　MHD 数值模拟

中图法分类号　P 353

Coronal Flux Rope Catastrophe in Partly-Open Multipolar Magnetic Field

PENG Zhong　HU Youqiu

(*School of Earth and Space Science, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026)

Abstract　Using a 2.5-dimantional ideal MHD model in spherical coordinates, the catastrophe of a coronal magnetic flux rope embedded in a partly-open multipolar background magnetic field has been studied. The background field consists of a coronal streamer containing three closed bipolar fields and an open magnetic field with an equatorial current sheet. The magnetic flux rope lies below the central bipolar field, characterized by its annular and axial magnetic fluxes. There exists a critical axial flux for a given annular flux, or a critical annular flux for a given axial flux such that below each of these critical fluxes, the magnetic flux rope remains to be attached to the solar surface and the whole system stays in equilibrium. On the other hand, if the critical fluxes are exceeded, the flux rope leaves the solar surface and erupts upward, implying an existence of catastrophe for a coronal flux rope embedded in a partly-open multipolar background magnetic field. For the given example, the corresponding threshold of magnetic energy at the catastrophic point is found to be about 15% larger than the energy of the corresponding partly-open magnetic field in which the central bipolar field is fully open whereas those at the flank remain closed. The excessive energy may serve as an energy source for solar explosions such as coronal mass ejections.

Key words　Magnetohydrodynamics, Catastrophic phenomenon, MHD simulation

* 国家自然科学基金项目 (40274049, 10233050) 和国家科技部项目 (NKBRSF G2000078404) 共同资助
2004-07-01 收到原稿，　2005-01-06 收到修定稿

1 引言

磁绳是日冕的典型结构，与日冕物质抛射一类太阳活动有着十分密切的关系[1],[2]. 对日冕磁绳系统的平衡特性和灾变现象做过大量研究[3]−[14]. 这些研究表明, 在特定的条件下, 日冕磁绳系统存在灾变现象. 在直角坐标下, 当背景磁场为闭合场时, 系统特性随磁绳特性连续变化, 不出现灾变[7],[8]; 只有当背景场为部分开放或全开放时, 才会有灾变发生[9]−[12]. 另外, 对球坐标下的双极背景场, 无论是部分开放还是完全闭合, 磁绳系统均存在灾变现象[13],[14].

在日冕磁绳平衡特性的研究中, 一个重要问题是判断系统是否存在灾变, 以及存在灾变时的灾变能阈. 这一问题的研究将为日冕物质抛射等太阳爆发现象的形成机制和能量来源提供物理解释. 太阳活动区的磁场接近无力场. Aly[15] 曾就无力场的能量提出一个猜想, 即当给定底部边界磁场的法向分量并要求磁力线至少一端扎根底部, 所有无力场的能量不会超过相应的全开放场的磁能. 该猜想得到一系列解析研究[16]−[18] 和数值模拟研究[19]−[22] 的支持. Hu[23] 分析了光球剪切导致的多极无力场的能量储存, 提议 Aly 猜想可以推广到部分开放场, 即将磁场的某部分实施剪切, 所得到的无力场的磁能不会超过对应部分开放场 (仅打开剪切部分, 未剪切部分仍维持闭合) 的磁能.

虽然 Aly 猜想的正确与否仍有待严格证明, 但是讨论具悬浮磁力线的无力场的磁能是否可能超过相应全开放场或部分开放场的磁能是有意义的. Hu 等[13] 指出带日冕磁绳的二维磁场的磁能的确可以超过全开放场磁能, Li 和 Hu[14] 进一步得到超过部分的比例为 8%. 上述研究采用的背景场为双极场. 本文将对背景场为部分开放多极场的日冕磁绳的灾变现象进行探讨, 考察灾变能阈与磁绳的环向磁通和轴向磁通的关系, 并将灾变能阈与对应部分开放场磁能进行比较.

2 基本方程和初始条件

对球坐标下的二维问题, 可引入磁通函数 $\psi(t,r,\theta)$, 将磁场表示为

$$\boldsymbol{B}=\nabla\times\Big(\frac{\psi}{r\sin\theta}\hat{\varphi}\Big)+B_\varphi,\quad \boldsymbol{B}_\varphi=B_\varphi\hat{\varphi},\tag{1}$$

则子午面内的二维三分量理想 MHD 方程可化为如下无量纲形式:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})=0,\tag{2}$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}+\frac{\beta}{2}\nabla T+\frac{\beta T}{2\rho}\nabla\rho+\frac{1}{\rho}[L\psi\nabla\psi+\boldsymbol{B}_\varphi\times(\nabla\times\boldsymbol{B}_\varphi)]+\frac{1}{\rho r\sin\theta}\nabla\psi\cdot(\nabla\times\boldsymbol{B}_\varphi)\hat{\varphi}+\frac{g}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}=0,\tag{3}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla\psi=0,\tag{4}$$

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t}+r\sin\theta\nabla\cdot\Big(\frac{B_\varphi\boldsymbol{v}}{r\sin\theta}\Big)+\Big[\nabla\psi\times\nabla\Big(\frac{v_\varphi}{r\sin\theta}\Big)\Big]_\varphi=0,\tag{5}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla T+(\gamma-1)T\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0.\tag{6}$$

式中,

$$L\psi\equiv\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\Big(\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}-\frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\Big),\tag{7}$$

g 为太阳表面无量纲重力加速度, γ 为多方指数, β 为气压与磁压之比的特征值,

$$\beta=2\mu\rho_0RT_0R_0^4/\psi_0^2,\tag{8}$$

μ 为真空磁导率, R 为大气常数, ρ_0 和 T_0 为底部密度和温度, R_0 为太阳半径, ψ_0 为磁通函数的特征值. 在以下计算中, 取 $\rho_0=1.67\times10^{-13}\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $T_0=2\times10^6\mathrm{K}$, $\gamma=1.05$, $\beta=10^{-2}$, 据此按式 (8) 得 $\psi_0=5.69\times10^{14}\mathrm{Wb}$, $B_0=\psi_0/R_0^2=1.18\times10^{-3}\mathrm{T}$, $v_0=B_0/\sqrt{\mu\rho_0}=2.57\times10^3\mathrm{km\cdot s^{-1}}$, $\tau_\mathrm{A}=R_0/v_0=271\,\mathrm{s}$, τ_A 为阿尔芬波渡越时间.

初始大气处于等温静力学平衡, 无量纲化温度和密度分布分别为 $T=1$ 和 $\rho=\exp[2g(1-r)/\beta r]$. 为确定初态背景磁场的无量纲磁通函数, 可以从如下磁通函数[24] 出发:

$$Z=Z_1-\alpha Z_3,\tag{9}$$

式中,

$$Z_1=r(1-v^2)\Big[(1+u^2)\tan\Big(\frac{1}{u}\Big)-u\Big]-\frac{\pi a^2\sin^2\theta}{2r}+2a(\eta-1),\tag{10}$$

$$Z_3=\frac{3}{4}r(1-v^2)(5v^2-1)\cdot$$

$$\left[-3(1+u^2)(5u^2+1)\arctan\left(\frac{1}{u}\right)+15u^3+13u\right]+\frac{45\pi a^4\sin^2\theta(5\cos^2\theta-1)}{8r^3}+\frac{9\pi a^2\sin^2\theta}{2r}+12a(\eta-1), \tag{11}$$

$$u^2=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)^2+\frac{4a^2}{r^2}\cos^2\theta\right]^{1/2}-\frac{1}{2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right), \tag{12}$$

$$v^2=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)^2+\frac{4a^2}{r^2}\cos^2\theta\right]^{1/2}+\frac{1}{2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right), \tag{13}$$

$$\eta^2=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right)^2+\frac{4r^2}{a^2}\cos^2\theta\right]^{1/2}+\frac{1}{2}\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right), \tag{14}$$

$a=3$ 为赤道电流片的内沿半径，α 为正常数. 以下取 $\alpha=1/36$, 相应的磁场由含三个闭合双极场的冕流和带赤道中性电流片的开放磁场构成，如图 1(a) 所示. 图中箭头表示各区磁力线的走向，粗实线为赤道电流片. 图 1(b) 是此背景场对应的部分开放磁场位形，中间的双极场完全被打开，两侧的双极场仍维持闭合，出现三个电流片 (粗实线). 由式 (9) 表示的 Z 出发，选择无量纲初态磁通函数 $\psi=Z/Z_{\rm m}$. 其中，$Z_{\rm m}=\max(|Z|)$, 它在极轴 ($\theta=0$) 上为零，在两侧双极场底部中心处取极小值 -1, 在赤道上 ($r=1,\theta=\pi/2$) 取最大值 0.56. 于是，以上提到的磁通函数的特征值 ψ_0 即为两侧双极场底部中心处的磁通函数的绝对值.

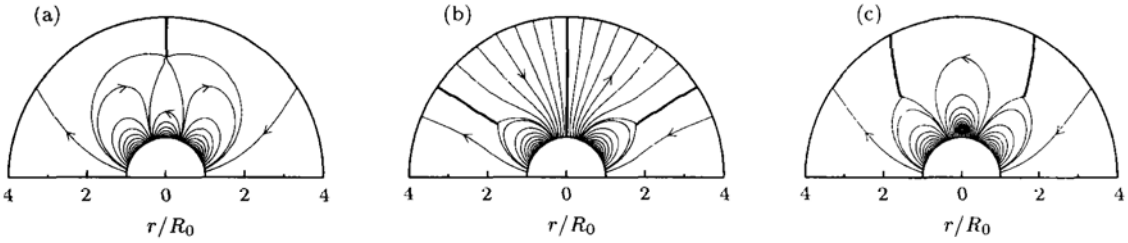


图 1 (a) 初始磁场，(b) 对应的部分开放磁场，(c) 含日冕磁绳的磁场

Fig.1 Magnetic configurations for (a) the initial magnetic field, (b) the corresponding partly-open field, and (c) the field containing a flux rope

按文献 [13] 给出的步骤，让一磁绳从图 1(a) 表示的初态磁场的中心双极场底部浮出，然后通过时变模拟使之达到平衡. 所得到的含磁绳的平衡态的磁场位形示于图 1(c), 粗实线表示由磁绳挤压形成的横向电流片，赤道电流片则因上升至 $4R_0$ 之外而不出现于图中. 磁绳的轴向磁通为 $\Phi_{\varphi 0}=5.16\times10^{13}$ Wb，单位弧度的环向磁通为 $\Phi_{\rm p0}=2.84\times10^{14}$ Wb·rad^{-1}.

3 计算结果

解域为 $1\leqslant r\leqslant 30$, $0\leqslant\theta\leqslant\pi/2$, 方程 (2)—(6) 用多步隐格式 [25] 求解. 底部的物理量维持初态不变，顶部采用势场条件，有关细节参见文献 [13]. 从上述含磁绳的平衡态出发，我们逐渐改变磁绳的轴向磁通 Φ_φ 和环向磁通 $\Phi_{\rm p}$, 使之分别达到 $\Phi_\varphi=\alpha_\varphi\Phi_{\varphi0}(\alpha_\varphi\geqslant1)$ 和 $\Phi_{\rm p}=\alpha_{\rm p}\Phi_{\rm p0}(\alpha_{\rm p}\geqslant1)$, 通过时变模拟让系统达到新的平衡态. 在数值模拟中，为严格实现无力场条件，我们仿照文献 [23] 的做法，在每个时间步将温度和密度恢复初值，使之恒满足引力场下的静平衡条件，从而所得到的平衡磁场为无力场，与 β 的取值无关. 为消除跨越电流片的数值重联，我们仿照文献 [13] 和 [23] 的做法，在每个时间步对 ψ 值进行修正，使原赤道电流片和新生电流片的 ψ 维持不变，彻底消除跨越电流片的数值重联. 其中，新生电流片包括在磁绳挤压下，在中心双极场与冕流外部背景场之间形成的横向电流片，以及磁绳一旦脱离太阳表面，在其下方拉出的垂直电流片.

当固定环向磁通 ($\alpha_{\rm p}=1$)、增加轴向磁通 ($\alpha_\varphi>1$), 或固定轴向磁通 ($\alpha_\varphi=1$)、增加环向磁通 ($\alpha_{\rm p}>1$) 时，发现对 α_φ 和 $\alpha_{\rm p}$ 各存在一个阈值，前者的阈值位于 1.15 和 1.16 之间，后者位于 1.12 和 1.13 之间. 当该阈值被超越时，系统将出现灾变，表现为磁绳脱离太阳表面，向上喷发. 对 ($\alpha_{\rm p}=1,\alpha_\varphi=1.15$) 和 ($\alpha_{\rm p}=1,\alpha_\varphi=1.16$) 算例，几个不同时刻的磁场位形示于图 2, 图中粗实线表示由磁绳挤压形成的横向电流片，以及磁绳上升

过程中在下方拉出的垂直电流片. 由该图可见, 当 $\alpha_{\rm p}=1$, $\alpha_{\varphi}=1.15$ 时, 磁绳附着于太阳表面, 系统处于平衡态, 如图 2(a)—(c) 所示; 而当 $\alpha_{\rm p}=1$, $\alpha_{\varphi}=1.16$ 时, 磁绳将脱离太阳表面向上喷发, 喷发速度为 0.1—0.2 倍阿尔芬波速, 如图 2(d)—(f) 所示. 当固定轴向磁通增加环向磁通时, 也得到类似结果.

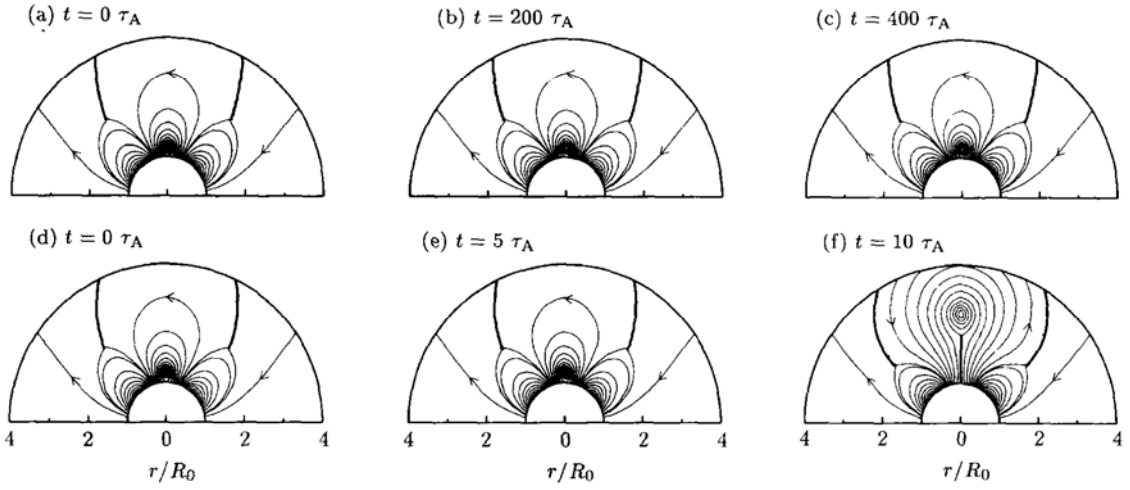


图 2 灾变点前后磁绳的时间演化, (a)—(c) 当 $\Phi_{\rm p}=\Phi_{\rm p0}$, $\Phi_{\varphi}=1.15\Phi_{\varphi 0}$ 时, 磁绳附着于太阳表面, 处于平衡状态; (d)—(f) 当 $\Phi_{\rm p}=\Phi_{\rm p0}$, $\Phi_{\varphi}=1.16\Phi_{\varphi 0}$ 时, 磁绳脱离太阳表面向上喷发

Fig.2 The temporal evolution of the magnetic flux rope right before and after catastrophe. The rope is attached to the solar surface in equilibrium for $\Phi_{\rm p}=\Phi_{\rm p0}$ and $\Phi_{\varphi}=1.15\Phi_{\varphi 0}$ (a)—(c), and escapes from the solar surface and erupts upward for $\Phi_{\rm p}=\Phi_{\rm p0}$ and $\Phi_{\varphi}=1.16\Phi_{\varphi 0}$ (d)—(f)

对所得到的平衡态, 我们可以用下式计算系统的磁能 [13]:

$$W_{\rm m}=\frac{1}{2}\int_1^{30}{\rm d}r\int_0^{\pi/2}B^2r^2\sin\theta{\rm d}\theta+\frac{30^3}{2}\int_0^{\pi/2}(B_r^2-B_\theta^2)\sin\theta{\rm d}\theta, \qquad (15)$$

式中, 第一项表示计算域内的磁能, 第二项表示顶部 ($r=30$) 以外的磁能, 按 $4\pi W_0$ ($W_0=B_0^2R_0^3/\mu=3.71\times10^{25}$ J) 归一化. 系统磁能与 Φ_{φ} 和 $\Phi_{\rm p}$ 有关, 结果列于表 1. 该表的前两行表示固定 $\Phi_{\rm p}=\Phi_{\rm p0}$ 时, 不同 Φ_{φ} 对应的系统磁能, 后两行表示固定 $\Phi_{\varphi}=\Phi_{\varphi 0}$ 时, 不同 $\Phi_{\rm p}$ 对应的系统磁能. 由表 1 可见, 磁能随 Φ_{φ} 或 $\Phi_{\rm p}$ 的增加单调增加. 在灾变点处 (见表 1 中最后一列) 的磁能对应灾变能阈, 两种情况下得到的灾变能阈相近, 分别为 1.73 和 1.74. 一旦磁绳向上喷发, 中心双极场最终会被打开, 两侧双极场仍维持闭合, 形成图 1(b) 所示的部分开放磁场. 该部分开放磁场的磁能为 1.51. 与之相比, 灾变能阈高出 15%. 这意味着, 在灾变点附近, 系统储存的磁能在将磁场部分打开之后还有剩余, 其剩余部分可为日冕物质抛射一类太阳爆发提供能源.

表 1 系统磁能 (W_m) 与磁绳轴向磁通 (Φ_{φ}) 和环向磁通 ($\Phi_{\rm p}$) 之间的关系

Table 1 Magnetic energy of the system ($W_{\rm m}$) versus the axial magnetic flux (Φ_{φ}) and the annular magnetic flux ($\Phi_{\rm p}$) of the flux rope

$\Phi_{\rm p}=\Phi_{\rm p0}$	$\Phi_{\varphi}/\Phi_{\varphi 0}$	1.00	1.05	1.10	1.15—1.16
	$W_{\rm m}/(4\pi W_0)$	1.68	1.70	1.72	1.73
$\Phi_{\varphi}=\Phi_{\varphi 0}$	$\Phi_{\rm p}/\Phi_{\rm p0}$	1.00	1.05	1.10	1.12—1.13
	$W_{\rm m}/(4\pi W_0)$	1.68	1.70	1.73	1.74

为考察灾变能阈和磁绳特性的关系, 还就固定 $\Phi_{\rm p}=0.8\Phi_{\rm p0}$、调节 Φ_{φ}, 以及固定 $\Phi_{\varphi}=0.8\Phi_{\varphi 0}$、调节 $\Phi_{\rm p}$ 这两种情况做过计算, 发现系统同样存在灾变现象, 不过找到的灾变能阈约为 1.70, 高出对应部分开放磁场能量 13% 左右. 这说明, 灾变能阈和磁绳特性具有一定关系, 我们将在后续研究中对这一关系进行细致的定量分析.

4 结论

本文采用二维三分量理想 MHD 模型，研究部分开放多极背景场中日冕磁绳的灾变现象. 结果表明，与双极背景场的情况类似，也存在灾变现象. 本文给出的算例表明，灾变能阈比对应部分开放场的磁能高出 15%. 灾变一旦出现，系统除将含日冕磁绳的中心双极场打开之外，还将有近 15% 的过剩磁能释放出来，用以加热和加速等离子体. 换句话说，含悬浮磁绳的多极磁场的灾变现象，可为日冕物质抛射一类太阳爆发现象提供能源.

本文采用了二维近似，磁绳被近似为悬浮在日冕中、环绕太阳一周的闭合圆环. 实际情况是，“悬浮”的磁绳将最终落回并扎根于太阳表面，这必然会对本文关于灾变能阈的结论带来影响. 有关这一影响的定量分析，必须通过三维 MHD 模拟加以解决. 不过，对于足够长的磁绳，本文的模拟结果近似反映了远离足点的中段磁绳的动力学性质，即当系统磁能积累到一定程度时，磁绳中部将突然脱离太阳表面向上喷发，导致下方电流片的形成，而跨越电流片的磁场重联对这一喷发将会起着推波助澜的作用，最终导致整个磁绳的喷发.

参考文献

[1] Forbes T G. A review on the genesis of coronal mass ejections. *J. Geophys. Res.*, 2000, **105**:23 153—23 165

[2] Low B C. Coronal mass ejections, magnetic flux ropes, and solar mechanism. *J. Geophys. Res.*, 2001, **106**: 25 141—25 163

[3] Forbes T G, Isenberg P A. A catastrophe mechanism for coronal mass ejections. *Astrophys. J.*, 1991, **373**:294—307

[4] Isenberg P A, Forbes T G, Démoulin P. Catastrophic evolution of a force-free flux rope: A model for eruptive flares. *Astrophys. J.*, 1993, **417**:368—386

[5] Forbes T G, Priest E R. Photospheric magnetic field evolution and eruptive flares. *Astrophys. J.*, 1995, **446**:377—389

[6] Lin J, Forbes T G, Isenberg P A. Prominence eruptions and coronal mass ejections triggered by newly emerging flux. *J. Geophys. Res.*, 2001, **106**:25 053—25 074

[7] Hu Y Q, Liu W. A2.5-dimensional ideal magnetohydrodynamic model for coronal magnetic flux ropes. *Astrophys. J.*, 2000, **540**:1119—1125

[8] Wang Z, Hu Y Q. Coronal Flux Rope Equilibria in Closed Magnetic Fields. *Chin. J. Astron. Astrophys.*, 2003, **3**:241—246

[9] Hu Y Q. Catastrophe of coronal magnetic flux ropes in partially open magnetic fields. *Solar Phys.*, 2001, **200**:115—126

[10] Hu Y Q, Jiang Y W. Catastrophe of coronal magnetic flux ropes caused by photospheric shear motions. *Solar Phys.*, 2001, **203**:309—319

[11] Hu Y Q, Jiang Y W, Liu W. Coronal magnetic flux rope equilibria and magnetic helicity. *Chin. J. Astron. Astrophys.*, 2001, **1**:77—84

[12] Li G Q, Hu Y Q. Catastrophe of coronal magnetic flux ropes in fully open magnetic fields. *Chin. Sci. (Ser. A)*, 2002, **31**(Supp.):53—59

[13] Hu Y Q, Li G Q, Xing X Y. Equilibrium and catastrophe of coronal flux ropes in axisymmetrical magnetic field. *J. Geophys. Res.*, 2003, **108**:1072—1080

[14] Li G Q, Hu Y Q. Magnetic energy of force-free fields with detached field lines. *Chin. J. Astron. Astrophys.*, 2003, **6**:555–562

[15] Aly J J. On some properties of force-free magnetic fields in infinite regions of space. *Astrophys. J.*, 1984, **283**:349—362

[16] Lynden-Bell D, Boily C. Self-similar solutions up to flashpoint in highly wound magnetostatics. *MNRAS*, 1994, **267**:146—152

[17] Aly J J. Asymptotic formation of a current sheet in an indefinitely sheared force-free field: an analytical example. *Astron. Astrophys.*, 1994, **288**:1012—1020

[18] Wolfson R. Shear-induced opening of the coronal magnetic field. *Astrophys. J.*, 1995, **443**:810—817

[19] Yang W H, Sturrock P A, Antiochos S K. Force-free magnetic fields —— The magneto-frictional method. *Astrophys. J.*, 1986, **309**:383—391

[20] Mikić Z, Linker J A. Disruption of coronal magnetic field arcades. *Astrophys. J.*, 1994, **430**:898—912

[21] Roumeliotis G, Sturrock P A, Antiochos S K. A numerical study of the sudden eruption of sheared magnetic fields. *Astrophys. J.*, 1994, **423**:847—853

[22] Amari T, Luciani J F, Aly J J, Tagger M. Very fast opening of a three-dimensional twisted magnetic flux tube. *Astrophys. J.*, 1996, **466**:L39—L42

[23] Hu Y Q. Energy buildup of multipolar fields by photospheric shear motion. *Astrophys. J.*, 2004, **607**:1032—1038

[24] Low B C. Models of partially open magnetospheres with and without magnetodisks. *Astrophys. J.*, 1986, **310**:953—965

[25] Hu Y Q. A multistep implicit scheme for time-dependent 2-dimensional magnetohydrodynamic flows. *J. Comput. Phys.*, 1989, **84**:441—460