# 利用电离层参量推断电子浓度剖面的一种简单方法*

陈艳红[1,2]　万卫星[2]　刘立波[2]　毛　田[2]

[1](中国科学院空间科学与应用研究中心　北京 100080)

[2](中国科学院地质与地球物理研究所)

**摘　要**

由武汉电离层观象台实测的电离层 $F_2$ 层临界频率 $f_0F_2$、3000 km 传播因子 M (3000)$F_2$ 的月中值资料，统计分析分别得出它们的经验模式，模式结果能够较好地再现这些参数的观测值. 利用 $f_0F_2$、M(3000) $F_2$ 以及 TEC 的经验模式，获得 $F_2$ 层的峰值参数，输入到电子浓度的 Chapman $\alpha$ 函数中，推断出了电子浓度的高度剖面；将剖面在一定的高度范围内积分，得到该区域内的电子含量并与实际观测 TEC 相比较，结果表明，在 100—1000 km 高度范围内积分的电子含量与观测结果能够较好的符合.

**关键词**　电离层；电子浓度剖面；统计经验模式

## 1　引言

电离层的电子浓度随空间、时间及地理地磁条件而变化. 利用全球密布的测高仪台网，人们对电离层峰以下的电子浓度剖面有了较深入的了解. 利用非相干散射雷达 (ISR) 可以测量到 1000 km 的电子浓度高度剖面，但是观测地点十分有限. 采用星载测高仪进行预测探测，可获得大范围的顶部电离层信息，但时间分辨率很差. 因此，对电子浓度顶部信息的获得尚不能满足研究的需要，如何利用现有的观测资料推断电离层顶部剖面成为一个非常重要的研究课题. 马淑英 [1] 在 1983 年统计分析了 $F_2$ 层峰下与峰上的电子含量的关系，并讨论了这种联系在电离层上部电子含量预测等方面的可能应用. 吴键 [2] 利用观测的 TEC 和电离图推导出了顶部的电子密度剖面并讨论了这种方法的适用性；Huang[3] 利用数字测高仪获得的底部剖面资料，结合一定的剖面函数，模拟出了电子浓度的高度分布. 半经验低纬电离层模式 SLIM[4] 则是 Anderson 利用 Chapman 函数再现低纬条件下的各种结果.

由这些工作可以看出，如何确定电子浓度的剖面函数是决定电子浓度模拟是否准确的关键. 虽然电离层 $F_2$ 层的形成不能用 Chapman 理论解释，但 Chapman 分布函数作为描述 $F_2$ 层电子浓度剖面的一个模式，能基本反映 $F_2$ 层电子浓度分布. 因此，在本文中试图假定电子浓度满足 Chapman 函数分布形式，并利用武汉地区实测的电离层资料，

* 国家自然科学基金 (49974039, 40134020)，国家重点基础研究规划项目 (G2000078407) 共同资助

2003-05-20 收到原稿，　2004-03-04 收到修定稿

采用与构建 TEC 经验模式相同的方法 [5] 模拟 $F_2$ 层的峰值高度和峰值浓度，然后输入到 Chapman 函数中，推断出电子浓度的高度分布.

## 2　$f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 的模式构建

关于电离层的模拟，国际上有著名的国际参考电离层 (IRI) 模式，针对中国地区，刘瑞源等 [6] 提出了国际参考电离层用于中国地区的修正计算方法 (CRI)，能得到比 IRI 更准确的结果. 在本文中采用与构建 TEC 模式 [5] 类似的方法建立 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 单个台站的模式，首先利用 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 与太阳活动的相关关系，在模式中将它们与太阳 10.7 cm 射电流量指数 $F_{10.7}$ 的关系表示为

$$F(t,m) = K_0(t,m) + K_1(t,m)\cdot F_{10.7}. \tag{1}$$

式中 $F_{10.7}$ 为月平均值，$t$ 为地方时间 (h)，$m$ 为月份，$F$ 为 $f_0F_2$ 或 M(3000)$F_2$. 由于这两个参数随地方时变化具有明显的周期性，必然会体现在 $K_0$ 和 $K_1$ 对地方时的周期性依赖关系上. 将 $K_0$ 和 $K_1$ 对时间 $t$ 作傅里叶级数展开，即

$$\begin{aligned} K_i(m) &= \sum_{j=0}^{k} A_{ij}(m)\cos\left\{\frac{2\pi j[t-t_{ij}(m)]}{T}\right\} \\ &= \sum_{j=0}^{k}\left[C_{ij}(m)\cos\frac{2\pi jt}{T}\right] + \sum_{j=0}^{k}\left[S_{ij}(m)\sin\frac{2\pi jt}{T}\right]. \end{aligned} \tag{2}$$

其中，

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sqrt{C_{ij}^2+S_{ij}^2}, \\ t_{ij} &= \frac{T}{2j\pi}\arctan\frac{S_{ij}}{C_{ij}}, \quad j>0. \end{aligned} \tag{3}$$

$i=0$、1，$T=24$ h(周期)，这里 $S_{i0}=0$，$t_{i0}=0$. $k$ 为展开的阶数，对于临界频率 $f_0F_2$，$k$ 只需要取至 2 阶就能很好地预测结果，而对于 M(3000)$F_2$，则 $k$ 需要取至 4. 把 (2) 式带入 (1) 式，可以将 $F$ 表示为

$$\begin{aligned} F &= \sum_{j=0}^{k} F_j. \\ F_j &= A_{0j}\cos\left[\frac{2\pi j(t-t_{0j})}{T}\right] + A_{1j}\cos\left[\frac{2\pi j(t-t_{1j})}{T}\right]\cdot F_{10.7}. \end{aligned} \tag{4}$$

其中，$F_j$ 分别代表 $F$ 的第 $j$ 阶分量，$A_{ij}$ $(i=0,1)$ 和 $t_{ij}$ $(i=0,1)$ 分别表示相应的幅度和相位.

可见，构建参数 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 的经验模式，实际上是从观测数据的统计分析中，确定幅度 $A_{ij}$ 和相位 $t_{ij}$. 实际分析中，我们首先利用实测数据的月中值和 $F_{10.7}$ 参数的月平均值，采用最小二乘法，由 (1) 式计算得到 $K_0(t,m)$ 和 $K_1(t,m)$，然后由 (2) 式利用最小二乘法计算出系数 $C_{ij}$ 和 $S_{ij}$，并由 (3) 式计算出幅度 $A_{ij}$ 和相位 $t_{ij}$，最后由 (4) 式计算出给定月份 $m$ 和太阳活动参数 $F_{10.7}$ 情况下的电离层 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$.

## 3 模式与观测结果的比较

利用武汉地区测量得到的 1969—1980 年间的 $f_0F_2$ 的资料，按照上面的方法构建 $f_0F_2$ 的经验模式，由于我们的 $f_0F_2$ 的数据覆盖了两个太阳周期，所以可以用这种方法计算其他太阳周期的结果，而从图 1 中可以看出在下一个太阳周期的 1985 年，这种方法的预报结果与真实的测量值比较接近. 图 2 显示出 1985 年模式预测 M(3000)$F_2$ 与实际观测结果的比较，在模式建立中所选的数据为 1970—1980 年间的资料，由图 2 可以看出，在所选数据之外的年份，模式计算结果与实际观测结果也能符合得较好.

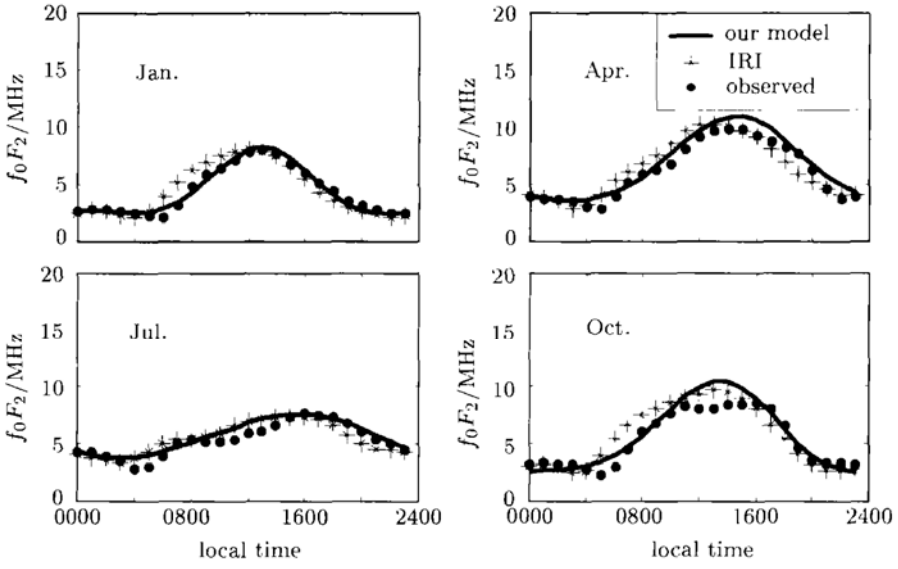


图 1 模式计算 1985 年 $f_0F_2$ 的月中值与实际观测值以及 IRI 的比较

Fig.1 Comparison of the $f_0F_2$ monthly median for typical month in 1985 observed at Wuhan with their predicions by our model and IRI

我们将模式计算结果与 IRI2001 结果进行系统比较，并求出统计量，模式误差

$$E = \text{计算值} - \text{实测值},$$

平均偏差

$$\delta = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E_i,$$

标准误差

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} E_i^2}.$$

其中， $N$ 为数据点数.

比较武汉地区 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 利用模式和利用 IRI2001 计算的误差，对 $f_0F_2$ 建模所选数据之外的其他 10 年 (1981—1990 年) 数据和 M(3000)$F_2$ 建模所选数据之外的其他 5 年 (1981—1985 年) 数据进行统计. 结果示于表 1, 从表中可以看出，无论是平均偏差

还是标准偏差，模式计算结果比 IRI 计算结果都要小，这也证明了这种方法对电离层 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 的计算较 IRI 更加准确.

**表 1　计算 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 的平均偏差和标准偏差**

**Table 1　Calculate the mean error and standard error of $f_0F_2$ and M(3000)$F_2$**

| $f_0F_2$ (MHz) | | | | | M(3000)$F_2$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 数据个数 | 平均偏差 | | 标准偏差 | | 数据个数 | 平均偏差 | | 标准偏差 | |
| 2737 | model | IRI | model | IRI | 1440 | model | IRI | model | IRI |
| | 0.24 | 0.45 | 0.97 | 1.24 | | 0.008 | 0.015 | 0.090 | 0.141 |

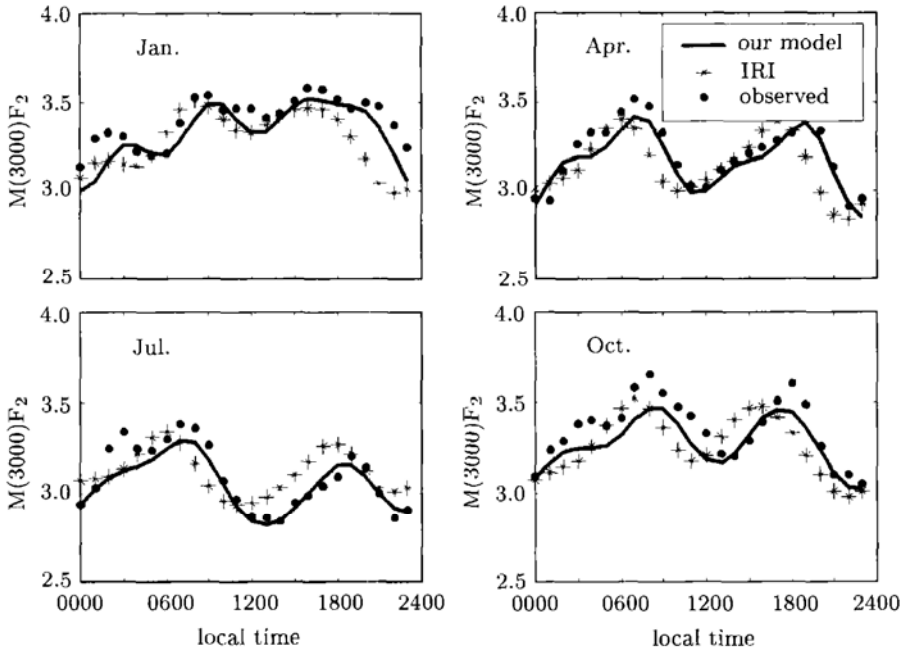


图 2　模式计算 1985 年的 M(3000)$F_2$ 月中值与实际观测值以及 IRI 的比较

Fig.2　Comparison of the M(3000)$F_2$ monthly median for typical month in 1985 observed at Wuhan with their predicions by our model and IRI

$F_2$ 层的峰值参数是研究电离层的重要参量，峰值电子浓度与 $F_2$ 层的临界频率的关系为

$$N_{\mathrm{m}} = 1.24 \times 10^{10}(F_{f_0F_2})^2. \tag{5}$$

式中 $N_{\mathrm{m}}$ 为 $F_2$ 层峰值电子浓度，单位为每立方米的电子数，$F_{f_0F_2}$ 为 $F_2$ 层临界频率的值，单位为 MHz. 这样，利用 $f_0F_2$ 的经验模式，可以求出相对应的峰值电子浓度.

对于 $F_2$ 层的另一个重要的峰值参数即电子浓度出现的最大高度 $h_{\mathrm{m}}F_2$ 通常是根据参数 M(3000)$F_2$ 确定，它们之间有一个非常熟知的经验关系

$$h_{\mathrm{m}} = \frac{1490}{F_{\mathrm{M(3000)F_2}} + \Delta M} - 176. \tag{6}$$

取修正项 $\Delta M = 0$. 式中， $h_{\mathrm{m}}$ 为 $\mathrm{F}_2$ 层峰值高度 (单位为 km), $F_{\mathrm{M(3000)F_2}}$ 代表 3000 km 传播因子 $\mathrm{M(3000)F_2}$ 的值，所以只要求出了 $F_{\mathrm{M(3000)F_2}}$, 就可以得到峰高.

## 4 电离层 TEC 与 $N_{\mathrm{m}}F_2$ 的相关分析

为了更明确地了解 TEC 与电离层 $f_0F_2$ 的关系，将 TEC 和利用 (5) 式得到的 $N_{\mathrm{m}}F_2$ 级数展开，即

$$F(t) = A_0 + A_1\cos[\omega(t-t_1)] + A_2\cos[2\omega(t-t_2)] + A_3\cos[3\omega(t-t_3)].$$
$$\omega = \frac{2\pi}{24}. \tag{7}$$

其中， $F(t)$ 为需要展开的参数，这里指 TEC 和 $N_{\mathrm{m}}F_2$. $A_0$ 为平均值， $A_1$ 为日变化的幅度， $t_1$ 为日变化的相位； $A_2$ 为半日变化的幅度， $t_2$ 为相应的半日变化的相位. $A_3$ 为三阶分量的幅度， $t_3$ 为三阶分量的相位，同时定义各阶分量与平均值的比为

$$A_{10} = \frac{A_1}{A_0}, \quad A_{20} = \frac{A_2}{A_0}, \quad A_{30} = \frac{A_3}{A_0}. \tag{8}$$

按照上面的方法，我们求出了从 1980—1990 年一个太阳活动周期内 TEC 和 $N_{\mathrm{m}}F_2$ 月中值的各阶幅度，图 3 显示了两个参量的 $A_{10}$、$A_{20}$、$A_{30}$ 比较，可以看出， TEC 与 $N_{\mathrm{m}}F_2$ 的周日分量及半日分量与零阶分量比值的变化趋势非常一致，三阶分量与平均值的比值则差异较大，但是， TEC 与 $N_{\mathrm{m}}F_2$ 主要是周日变化和半日变化，三阶分量很小，所以可以肯定 TEC 与 $N_{\mathrm{m}}F_2$ 存在很好的相关性，这也说明了 TEC 与 $\mathrm{F}_2$ 层临界频率的关系非常密切，因此，在实际应用中，可以根据 $f_0F_2$ 参数来确定电离层的总电子含量. Wright[7] 指出 TEC 可以用下式描述，

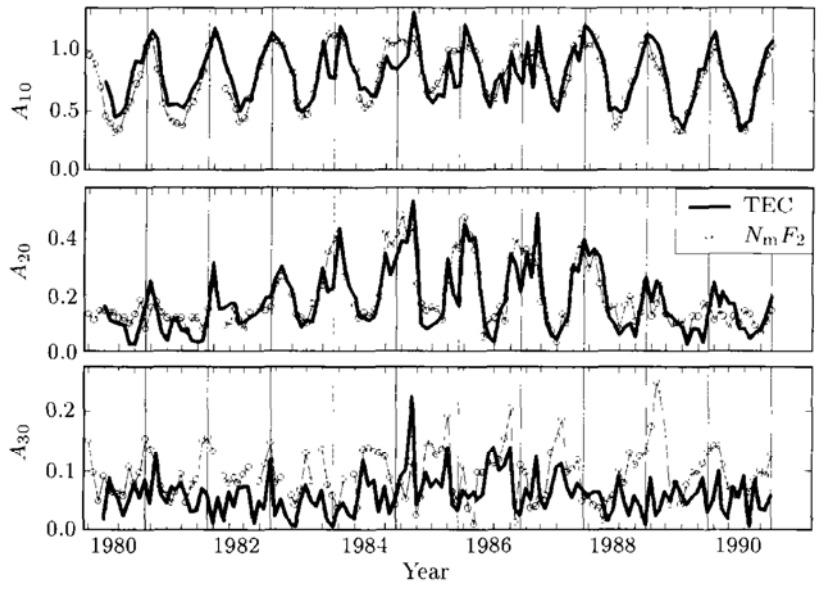


图 3 TEC 与 $N_{\mathrm{m}}F_2$ 各阶分量与其平均值的比较

Fig.3 Each step amplitude comparison of TEC and $N_{\mathrm{m}}F_2$

$$\mathrm{TEC} = 4.13 \times H \times N_{\mathrm{m}}. \tag{9}$$

其中，$N_{\mathrm{m}}$ 即为 $F_2$ 层峰值电子浓度，$H$ 为标高. 这个方程是在假设电子浓度满足 Chapman $\alpha$ 函数的条件下推出的，它在没有扰动的情况下是一个很好的近似. 后来，Ezquer[8] 将上式中的 $H$ 取为 O 原子在 400 km 处的标高.

## 5　利用 Chapman $\alpha$ 函数推断电子浓度的高度剖面

电离层电子浓度可以用 Chapman 函数来简化模拟，

$$N = N_{\mathrm{m}} \exp\{C[1 - Z - \exp(-Z)]\}, \quad Z = \frac{h - h_{\mathrm{m}}}{H}. \tag{10}$$

在 (10) 式中，$C = \dfrac{1}{2}$ 时为 Chapman $\alpha$ 函数，而 $C = 1$ 时为 Chapman $\beta$ 函数. 我们已经有了 TEC、$N_{\mathrm{m}}F_2$ 和 $h_{\mathrm{m}}F_2$ 的经验模式，若知道标高 $H$，就可以利用 Chapman 函数来反演电子浓度高度剖面. 若标高采用原子氧的标高，则由上面的 (9) 式可知，

$$H_{\mathrm{O}} = \frac{\mathrm{TEC}}{4.13 \times N_{\mathrm{m}}}. \tag{11}$$

这样就可以按照 (10) 式来模拟电子浓度随高度的变化，图 4 中给出了 1981 年 1 月地方时 0100 和 1200 用 Chapman $\alpha$ 函数模拟的结果.

由于 $\mathrm{TEC} = \int N\mathrm{d}h$，有了电子浓度的高度剖面，就可以求任意高度范围内的部分电子含量. 我们采用电子浓度的 Chapman $\alpha$ 形式，将 1981 年经验模拟得到的电子浓度在 200 km 至 800 km，以及 100—1000 km 之间积分，在各个时段将得到的积分电子含量与实际观测的 TEC 作比较，如图 5 所示，可以明显看出在 100 km 至 1000 km 积分得到的电

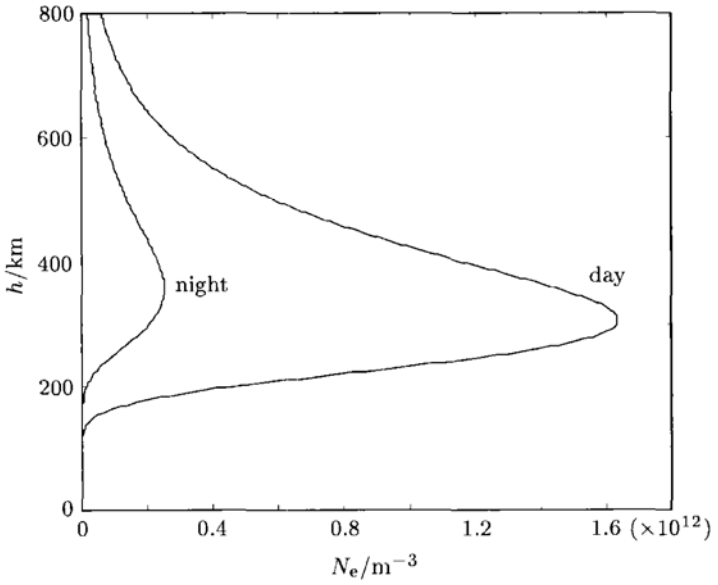


图 4　利用经验模式拟合的武汉地区的电子浓度剖面

Fig.4　Electron density profile obtained from our empirical model

子含量与实测的 TEC 吻合得较好，只是在冬季 (1 月份) 普遍比实测值小，这可能是由于 Chapman $\alpha$ 层对底部电离层的描述不够准确及标高随高度变化等原因所致. 我们将 1981—1985 年间在 100—1000 km 之间积分计算的电子含量与实际观测 TEC 相比，以了解模式计算的电子含量占实测电子含量的百分比，统计情况示于图 6, 从图 6 可以看到,

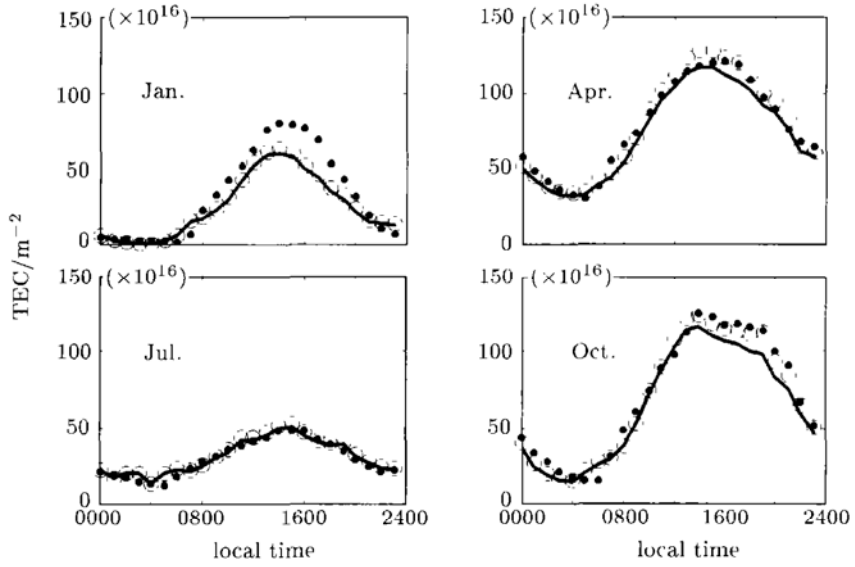


图 5 利用 Chapman $\alpha$ 函数模拟的电子浓度积分得到的 TEC 在 200—800 km 积分 (实线) 和在 100—1000 km 积分 (圆圈) 的结果与实测 TEC(点线) 的比较

Fig.5 Comparison of TEC integrating from modeled electron density using Chapman $\alpha$ function with the observed TEC

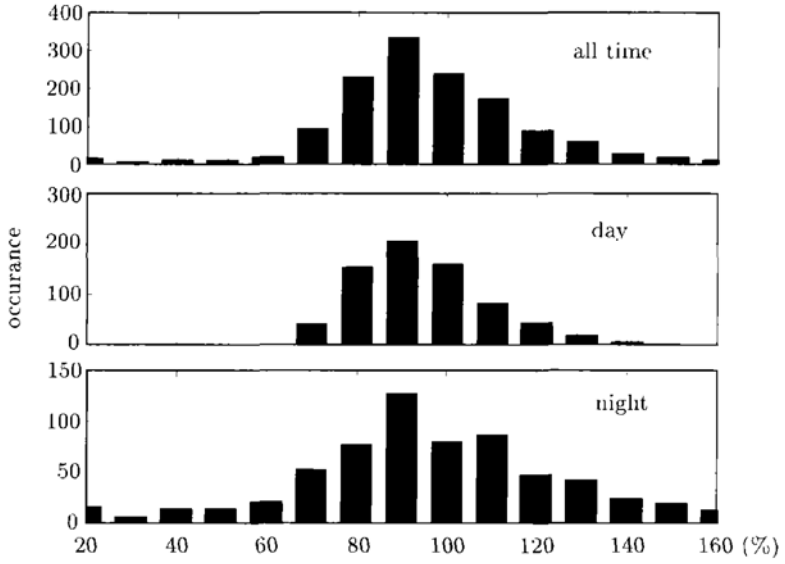


图 6 在 100—1000 km 之间积分计算的电子含量与实测总电子含量比的统计分析

Fig.6 Statistical analysis of the percent of integral electron content from 100 km to 1000 km to observed TEC

积分的电子含量与总电子含量的百分比主要在 80%—100% 之间，而在夜间出现百分比大于 100% 的情况比较多. 统计表明模式计算的 TEC 与实测 TEC 之比在 80%—120% (误差 ±20%) 之间的次数约占总次数的 70%.

## 6　小结

本文利用武汉电离层观象台实测的 $f_0F_2$ 和 M(3000)$F_2$ 的数据资料，采用最小二乘法经验拟合分别建立这两个参数的经验模式. 该模式采用傅里叶级数描述参数随当地时间的变化，采用线性函数描述其随太阳活动参数的变化，能较好地再现武汉地区的月中值.

利用 TEC、$N_mF_2$、$h_mF_2$ 的经验模式，并假设电子浓度满足 Chapman $\alpha$ 函数，模拟出电离层电子浓度的高度剖面，这样就能完全用经验的方法获得任意高度范围内的电子含量. 利用 Chapman $\alpha$ 函数模拟的电子浓度在 100—1000 km 之间积分得到的 TEC 与实际观测的 TEC 能够较好地符合.

本文对电子浓度剖面的推断，对研究实测资料相对缺乏的 $F_2$ 层顶部剖面具有重要的意义，同时利用经验模拟的电子浓度剖面，可以获得任意高度范围内的部分电子含量，这在实际应用中将会有重要的意义.

## 参 考 文 献


[1] Ma Shuying, Li Jun, Liang Baixian. Relations between ionospheric electron contents above and below $h_mF_2$ at Wuchang. *Chin. J. Geohys.*, 1983, **26**(3):205—212. in Chinese (马淑英, 李钧, 梁百先. 武昌电离层峰以上和峰以下电子含量之间的联系. 地球物理学报, 1983, **26**(3):205—212)

[2] Wu Jian, Long Qili, Wang Xinfa. A method for deducing the topsideionospheric profile from ionograms and measurements. *Chin. J. Geohys.*, 1996, **39**(supp.):18—25. in Chinese (吴键, 龙其利, 王新法. 利用观测的 TEC 和电离图推导顶部电离层剖面的一个方法. 地球物理学报, 1996, **39**(增刊):18—25)

[3] Huang X, Reinisch B W. Vertical electron content from ionograms in real time. *Radio Sci.*, 2001, **36**(2):335—342

[4] Anderson D N, Mendillo M, Herniter B. A semi-empirical low-latitude ionospheric model. *Radio Sci.*, 1987, **22**(2):292—306

[5] Chen Yanhong, Wan Weixing, Liu Libo, LI Libin. A Statistical TEC Model Based on the Observation at Wuhan Ionospheric Observatory. *Chin. J. Space Sci.*, 2002, **22**(1):27—35. in Chinese (陈艳红, 万卫星, 刘立波, 李利斌. 武汉地区电离层电子浓度总含量的统计经验模式研究. 空间科学学报, 2002, **22**(1):27—35)

[6] Liu Ruiyuan, Quan Kunhai, Dai Kailiang *et al.* A corrected method of the international reference ionosphere to be used in Chinese region. *Chin. J. Geohys.*, 1994, **27**(4):422—432. in Chinese (刘瑞源, 权坤海, 戴开良等. 国际参考电离层用于中国地区时的修正计算方法. 地球物理学报, 1994, **27**(4):422—432)

[7] Wright J W. A model of the $F$ region above $h_mF_2$. *J. Geophys. Res.*, 1960, **65**(1):185—191

[8] Ezquer R G *et al.* Predicted and measured total electron content at both peaks of the equatorial anomaly. *Radio Sci.*, 1994, **29**(4):831—838

[9] Wu Jian, Long Qili, Quan Kunhai. A statistical study and modeling of ionospheric TEC and the slab thickness with observations at Xinxiang, China. *Chin. J. Radio Sci.*, 1998, **13**(3):291—296. in Chinese (吴键, 龙其利, 权坤海. 新乡观测的电离层 TEC 和板厚的统计与建模研究. 电波科学学报, 1998, **13**(3):291—296)

# A SIMPLE METHOD OF MODELING ELECTRON DENSITY PROFILE USING IONOSPHERIC PARAMETERS

CHEN Yanhong[1,2] WAN Weixing[2] LIU Libo[2] MAO Tian[2]

[1](*Center for Space Science and Applied Research, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)

[2](*Institute of Geology and Geophysics, The Chinese Academy of Sciences*)

**Abstract**

Empirical models of ionospheric parameters $f_0F_2$ and M(3000)$F_2$ is obtained respectively by analyzing the observed data in Wuhan ionosphere Observatory. In these models, a linear function to describe the relationship between the two parameters and solar 10.7cm flux index is applied, and Fourier series analysis is used to investigate the diurnal and semidiurnal variations of $f_0F_2$ over Wuhan, and variations of M(3000)$F_2$ from the first step to the fourth step. The agreement between the prediction and the observed data is satisfactory. Then the $N_mF_2$ and $h_mF_2$ can be modeled from $f_0F_2$ and M(3000)$F_2$; And the oxygen scale height $H_O$ can be calculated using the modeled TEC and $N_mF_2$. Supposing that the height distribution of electron density fits Chapman $\alpha$ function, the $N_e$ profile is given by inputting the modeled $N_mF_2$, $h_mF_2$ and $H_O$. By integrating the profile with height in certain range, is estimated the partial electron content and compared with the observed TEC. The result suggests that the electron content integrated from 100 km to 1000 km are in agreement with the observed TEC at Wuhan. This method is useful for investigating the electron profile of $F_2$ layer around the top, which has scarce observed data.

**Key words** Ionosphere, Electron density profile, Statistical and empirical model