

CHAMP 卫星加速度计标校参数序列的谱分析^{*}

徐天河 杨元喜

(西安测绘研究所 西安 710054)

摘 要 给出了利用能量守恒方法求定 CHAMP 卫星加速度计标校参数的基本原理和算法. 对 2001 年 8 月—2003 年 12 月共约两年半的 CHAMP 卫星加速度计数据进行了标校, 导出了尺度、偏差和偏差漂移参数的时间序列, 分别采用最小二乘谱分析和抗差谱分析对这些时间序列进行了分析. 结果表明, 尺度、偏差和偏差漂移参数都有明显的周期变化, 但各主周期项略有差异. 尺度的主周期是 441 d、220 d、126 d 和 13.4 d 的周期变化, 其中 220 d 和 441 d 的周期变化的贡献相对较大. 偏差中有明显的 220 d、126 d 和 13.4 d 周期变化, 各周期变化的贡献几乎相当; 偏差漂移的主周期是 220 d、13.4 d 和 9 d 的周期变化, 其中 13.4 d 的周期变化最为显著, 几乎比其他周期项变化高出一个数量级. 另外尺度和偏差参数还有明显的长期变化, 而偏差漂移参数的长期变化不明显.

关键词 地球重力场模型; 时间序列; 抗差谱分析

中图法分类号 P 412

Spectral Analysis on Time Series of Calibration Parameters of CHAMP Accelerometer

XU Tianhe YANG Yuanxi

(Xian Research Institute of Surveying and Mapping, Xian 710054)

Abstract The theory and algorithm of determining system errors of CHAMP accelerometer are presented based on energy conservation method. The time series of scale factor, bias and bias drift is analyzed using about two and a half years' accelerometer data of CHAMP from August 2001 to December 2003. The long-term and principal periods variations are obtained by using LS spectral analysis as well as the robust one. The results show that there are clear periodic variations in the time series of scale factor, bias and bias drift. For scale factor, the principal periods are 441 d, 220 d, 126 d and 13.4 d. 441 d and 220 d periods make great contributions to scale factor. For bias, the principal periods are 220 d, 126 d and 13.4 d, and they make almost the same contributions. For bias drift, the principal periods are 220 d, 13.4 d and 9 d, and 13.4 d makes the greatest contribution. There are obvious long-term variations in the time series of scale factor and bias except bias drift. It is shown that the results of the robust spectral analysis are superior to that of LS one in the whole. Further investigations about why there are long-term and period variations in system errors of CHAMP accelerometer are necessary.

Key words Earth gravity field model, Time series, Robust spectral analysis

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (40274002, 40474001)

2004-07-28 收到原稿, 2005-01-12 收到修定稿

1 引言

CHAMP 卫星上的一个关键的科学仪器是星载加速度计,它用于测定非保守力摄动加速度.有了该数据,便可将地球引力加速度从卫星总加速度中分离出来,进而可通过轨道摄动方法恢复全球重力场模型.而要获得高精度的 CHAMP 卫星轨道,也必须精确获取非保守力摄动加速度.由此可见,加速度计数据的质量直接影响到 CHAMP 卫星轨道和最终获取的重力场模型的精度.目前 CHAMP 卫星已正常运转近 4 年时间,它为我们提供了丰富的各类观测数据,其中包括经过预处理的加速度计数据.用户可通过德国地学中心 (GFZ),获得该数据.许多文献研究表明: CHAMP 卫星加速度计数据存在尺度和漂移等系统差,如果不考虑这些误差将会对轨道确定及重力场恢复产生较大偏差^{[1]~[3]}.另一方面,加速度计系统差并非固定不变,而是随时间变化.由 GFZ 给出的标校参数是总体意义上的平均值,并不能表征加速度计系统差各天的实际变化^[4].充分利用这些数据分析 CHAMP 卫星加速度计系统差的变化规律,对于评价 CHAMP 卫星加速度计的稳定性和可靠性,合理使用加速度计数据,都将会起到积极地推动作用,也将对我国星载加速度计的研究提供一定的参考价值.基于此,本文将基于能量守恒方程,利用现有重力场模型标定方法,对 2001 年 8 月—2003 年 12 月约两年半的 CHAMP 卫星加速度计数据进行了标定,导出了加速度计尺度、偏差和偏差漂移参数的时间序列.对于时间序列的分析有多种理论和方法,如傅里叶分析,小波分析和功率谱分析.然而,目前所采用的时间序列分析方法都是基于最小二乘算法,最小二乘估计不具抗粗差能力,任何异常都将影响系统差参数的整体精度和可靠性.鉴于此,本文试图将抗差估计与谱分析相结合,详细分析 CHAMP 卫星加速度计标校参数的变化规律.

2 CHAMP 卫星加速度计系统差的标定

CHAMP 卫星加速度计系统差的标定通常采用两种方法: (1) 利用现有重力场模型进行标定; (2) 利用卫星轨迹交叉点进行标定.这两种方法都是基

于能量守恒方程,利用扰动位的不符值求解加速度计系统差.本文采用前一种方法.下面简单介绍一下 CHAMP 卫星的能量守恒方程.

惯性系下 CHAMP 卫星运行中的能量守恒方程可表示为^{[1]~[6]}

$$T = \frac{1}{2}|\mathbf{v}|^2 - V_{\text{sun}} - V_{\text{moon}} - \omega(xv_y - yv_x) - F - E_0 - U, \quad (1)$$

其中, T 为地球重力场扰动位; $\frac{1}{2}|\mathbf{v}|^2$ 为卫星的动能; $\mathbf{v} = (v_x \ v_y \ v_z)^T$ 为卫星的速度矢量; V_{sun} 和 V_{moon} 分别为太阳和月球产生的引力位; ω 为地球自转角速度; $\mathbf{x} = (x \ y \ z)$ 为卫星位置矢量; F 为由非保守力引起的能量损失或耗散; E_0 为积分常量; U 为地球重力场正常位 (不包括离心力位), 通常取 GRS80 正常重力位. 公式 (1) 是利用能量方法恢复地球重力场模型的基本方程.

耗散能量 F 的计算公式为

$$F = \int_{t_0}^t \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} dt, \quad (2)$$

其中, $\mathbf{a} = (a_x \ a_y \ a_z)^T$ 为非保守力引起的加速度矢量,它由星载加速度计测量得到.

由于 CHAMP 卫星加速度计的其中一个电极出现故障,导致所测径向方向的加速度值出现大的偏差^{[4]~[7]}.因此若径向方向的加速度观测值未得到合理的处理,利用 (2) 式计算耗散能量会产生较大的误差.目前大多建议采用如下公式^{[1]~[6]}:

$$F_{\text{drag}} = \int_{t_0}^t |\mathbf{v}| \cdot a_t dt, \quad (3)$$

其中, $|\mathbf{v}|$ 为速度矢量的模.利用该公式的理由是,非保守力中量级最大的是大气阻力,而大气阻力引起的摄动加速度正好是由加速度仪沿迹方向的分量 a_t 测得.鉴于上述原因,本文采用公式 (3) 计算非保守力引起的能量损失,而加速度计系统差的求解也基于该公式,即仅求定沿迹分量的系统差.

利用现有重力场模型求定加速度计系统差的基本原理是利用 EGM96 或最新公布的 EIGEN-2 等重力场模型,计算卫星高度处的扰动位,并代入 (1) 式中,计算尺度因子、偏差参数及偏差漂移 (许多文献未求此项,而采用高通滤波等方法进行处理).假定偏差参数、尺度因子和偏差漂移分别为 k_0 、 k_1 和 k_2 ,则方程 (1) 可改写成

$$\int_0^t |\mathbf{v}|(k_0 + k_1 a_t + k_2(t - t_0)) dt =$$

$$\frac{1}{2}|v|^2 - V_{\text{sun}} - V_{\text{moon}} - \omega(xv_y - yv_x) - T - E_0 - U. \quad (4)$$

文献 [4] 基于公式 (4), 提出了相邻历元间差分算法, 不仅大大简化了计算, 而且避免了积分常量 E_0 的计算. 令公式 (4) 右端为 L , 假定有 n 个观测历元, 所对应的观测时刻为 $t_1, t_2, \dots, t_n$, 则离散化后的差分方程为 [4]

$$\begin{aligned} k_0 + k_1 a_t(t_2) + \frac{3}{2}\Delta t \cdot k_2 &= \tilde{L}(t_2), \\ k_0 + k_1 a_t(t_3) + \frac{5}{2}\Delta t \cdot k_2 &= \tilde{L}(t_3), \\ &\dots \\ k_0 + k_1 a_t(t_n) + \frac{2n-1}{2}\Delta t \cdot k_2 &= \tilde{L}(t_n). \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\tilde{L}(t_i) = \frac{L(t_i) - L(t_{i-1})}{|v(t_{i-1})| \cdot \Delta t}$, $i = 2, 3, \dots, n$.

由上述公式利用最小二乘估计便可解算出 3 个标校参数.

3 加速度计系统差时间序列谱分析

利用上一节的标校方法, 可获得尺度、偏差和偏差漂移的时间序列. 然而, 由这些参数的简单时间序列有时很难发现其中的运动规律, 尤其当某些变化规律不十分显著时, 简单时间序列更不能给我们以可靠的信息. 为此, 我们还需以系统差参数的时间序列作为观测值, 进行谱分析, 以期准确揭示其变化规律.

有一离散时间序列 x_m , $m = 1, 2, \dots, N$, 其采样间隔为 Δt , 其傅里叶变换式为 [7],[8]

$$W_j = \Delta t \sum_{m=1}^N x_m e^{i(-\frac{2\pi jm}{N})}. \quad (6)$$

其中, W_j 为频谱值, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$; $i = \sqrt{-1}$ 为虚数符号.

由于频谱值 W_j 没有直接意义, 可以转换成能量, 构成能量-频率图. 对应于频率 $f_j = j/(N \cdot \Delta t)$ 的谐振能量为 [7],[8]

$$Q_j = (\text{Re}(W_j))^2 + (\text{Im}(W_j))^2, \quad (7)$$

其中, $\text{Re}(W_j)$, $\text{Im}(W_j)$ 分别为频谱值的实部和虚部. 由能量-频率图可以判定时间序列是否有明显的长期项, 也可以准确地判断时间序列中周期分量的

频率, 并估计各周期分量的贡献. 对于长期项, 可采用多项式函数或指数函数等进行拟合. 对周期项, 可采用三角函数进行拟合. 拟合函数形式为

$$x_i = a + bt_i + \sum_{k=1}^p A_k \sin(2\pi f_k t_i + \varphi_k), \quad (8)$$

其中, a 为长期变化的常数项, b 为长期变化的系数项, p 为周期函数的个数, f_k 为对应周期项的频率, A_k 、 φ_k 分别为对应周期项的振幅和相位. 为计算方便, 可令

$$a_k = A_k \cos \varphi_k, \quad b_k = A_k \sin \varphi_k. \quad (9)$$

则 (8) 式的线性形式为

$$x_i = a + bt_i + \sum_{k=1}^p [a_k \sin(2\pi f_k t_i) + b_k \cos(2\pi f_k t_i)], \quad (10)$$

其中, A_k 、 φ_k 与 a_k 、 b_k 的函数关系为

$$A_k = (a_k^2 + b_k^2)^{1/2}, \quad \varphi_k = \arctan(b_k/a_k). \quad (11)$$

将上一节标定方法求解出的系统参数即尺度、偏差和偏差漂移的时间序作为观测值, 则可根据 (10) 式列出误差方程, 其简化形式为

$$V = A\beta - L, \quad (12)$$

式中, V 表示残差向量, β 为未知参数向量, A 为设计矩阵, L 为由观测值向量.

由最小二乘原理可得未知参数向量的估值

$$\hat{\beta} = (A^T P A)^{-1} A^T P L. \quad (13)$$

由于每天单独解算一组标校参数, 而各天结果之间不相关, 因此式中 P 可取对角阵, 其对角阵元素为标校参数估值方差的倒数. 利用上述方法便可计算出长期变化的常数项 a , 长期变化的系数项 b , 以及 a_k 、 b_k 的最小二乘解, 并可由 (11) 式进一步求得周期项的振幅 A_k 和相位 φ_k .

如前所述, GFZ 提供的加速度计数据中不可避免地存在一些异常观测, 由此计算出的加速度计标校参数也不可避免地存在异常误差. 为克服这一问题, 可采用抗差估计方法 [9],[10], β 的抗差解为

$$\hat{\beta} = (A^T \bar{P} A)^{-1} A^T \bar{P} L, \quad (14)$$

其中, $\bar{P}$ 为抗差等价权, 对角线元素 $\bar{p}_i$ 为

$$\bar{p}_i = \begin{cases} p_i, & |\bar{\nu}_i| = \left| \frac{\nu_i}{\sigma_i} \right| \leq c_0; \\ p_i \frac{c_0}{|\bar{\nu}_i|} \left(\frac{c_1 - |\bar{\nu}_i|}{c_1 - c_0} \right)^2, & c_0 < |\bar{\nu}_i| \leq c_1; \\ 0, & |\bar{\nu}_i| > c_1. \end{cases} \quad (15)$$

式中, $p_i = 1/\sigma_i^2$ 为观测量的权, σ_i 为观测误差的均方差; ν_i 为观测量的残差, $\bar{\nu}_i = \nu_i/\sigma_i$ 为观测量的标准化残差; c_0 和 c_1 为控制常量, 本文分别取 1.5, 3.0.

由 (14) 和 (15) 式可得长期变化的常数项 a , 长期变化的系数项 b 以及 a_k 、 b_k 的抗差解, 由 (11) 式可进一步求得周期项的振幅 A_k 和相位 φ_k .

4 计算与分析

基于上述方法, 我们对 CHAMP 加速度计数据 (简称 ACC) 进行了处理. 数据取自 2001 年 8 月—2003 年 12 月共约两年半的加速度计数据, 其采样间隔为 10 s. CHAMP 星历数据采用快速科学轨道数据 (简称 RSO), 其采样间隔为 30 s. 用于标定的先验地球重力场模型取 EGM96 模型, 仅计算沿迹分量的尺度、偏差和偏差漂移. 计算步骤如下.

(1) 基于能量方程, 利用现有重力场模型标定方法计算尺度、偏差和偏差漂移的时间序列.

(2) 利用能量-频率图对各时间序列进行分析, 确定它们的主要周期项.

(3) 对时间序列的长期项和主要周期项进行拟合, 求解长期项以及周期项的振幅和相位.

两年半数据获得的尺度、偏差和偏差漂移的时间序列结果见图 1—图 3, 其能量-频率图见图 4—图 6, 尺度、偏差和偏差漂移长期变化结果见表 1, 各主要周期变化的振幅见表 2.

由计算结果, 可以得出如下结论.

(1) 由图 1—图 3 可知, 尺度、偏差和偏差漂移时间序列呈明显的周期变化, 但要获得准确的周期

或长期变化信息, 显然这些简单的时间序列图无法给出. 通过能量-频率分析之后, 各时间序列的长期项和主要周期项很清楚地展现出来. 由图 4—图 6 可以看出, 尺度的主周期是 441 d、220 d、126 d 和 13.4 d 的周期变化, 其中 220 d 和 441 d 的周期变化的贡献相对较大. 偏差中有明显的 220 d、126 d 和 13.4 d 周期变化, 各周期变化的贡献大小几乎相当; 偏差漂移的主周期是 220 d、13.4 d 和 9 d 的周期变化, 其中 13.4 d 的周期变化最为显著, 几乎高出一个数量级. 尺度、偏差和偏差漂移都有 220 d 和 13.4 d 周期变化, 引起这些周期变化的因素可能与

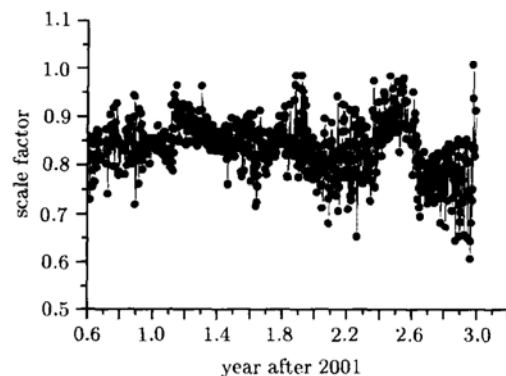


图 1 尺度参数的时间序列
Fig.1 Time series of scale factor

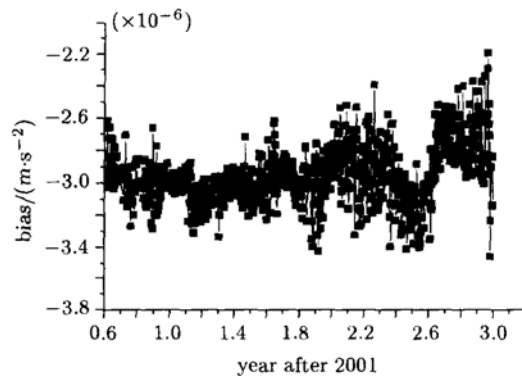


图 2 偏差参数的时间序列
Fig.2 Time series of bias

表 1 加速度计系统差的长期变化项

Table 1 Long-term variation of accelerometry system errors

系统差	常数项 LS 解	长期项 LS 解	常数项 Robust 解	长期项 Robust 解
尺度	0.857	-0.017	0.857	-0.017
偏差 / (m·s ⁻²)	-3.039 × 10 ⁻⁶	6.762 × 10 ⁻⁸	-3.012 × 10 ⁻⁶	2.916 × 10 ⁻⁸
偏差漂移 / (m·s ⁻³)	-6.870 × 10 ⁻¹⁵	-4.092 × 10 ⁻¹⁶	-9.169 × 10 ⁻¹⁵	-8.936 × 10 ⁻¹⁶

表 2 主要周期项的振幅
Table 2 Amplitudes of the principal periods

	周期 /d	441	220	126	13.4	rms
尺度	LS 解	0.026	0.027	0.016	0.018	0.071
	Robust 解	0.020	0.021	0.015	0.017	0.057
偏差 / $10^{-8}(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	周期 /d	220	126	13.4	—	rms
	LS 解	7.284	6.227	7.234	—	19.367
	Robust 解	5.791	7.245	7.279	—	15.187
偏差漂移 / $10^{-14}(\text{m}\cdot\text{s}^{-3})$	周期 /d	220	13.4	9	—	rms
	LS 解	3.207	11.504	2.917	—	21.170
	Robust 解	3.379	11.784	2.901	—	20.828

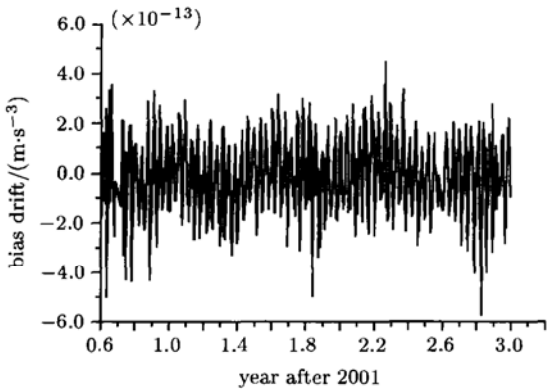


图 3 偏差漂移参数的时间序列
Fig.3 Time series of bias drift

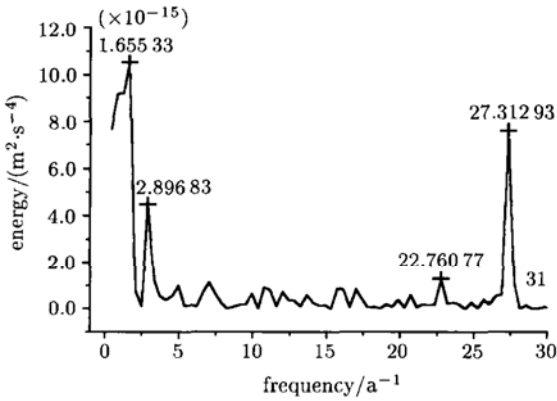


图 5 偏差的能量-频率
Fig.5 Power-frequency of bias

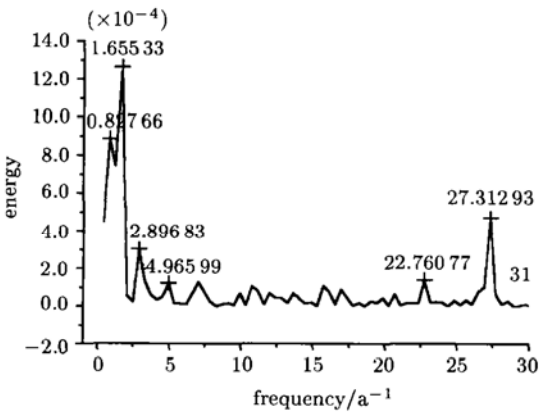


图 4 尺度的能量-频率
Fig.4 Power-frequency of scale factor

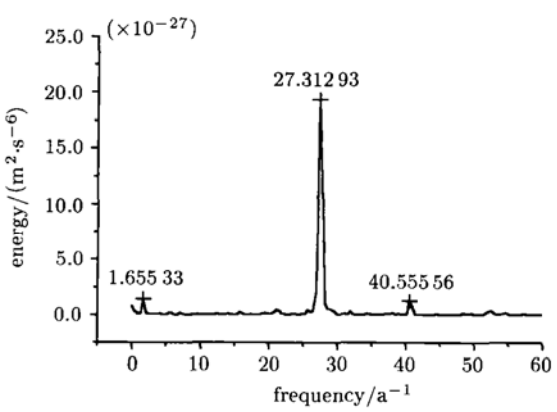


图 6 偏差漂移的能量-频率
Fig.6 Power-frequency of bias drift

卫星的运动、加速度计的姿态、空间环境，甚至与 GFZ 的加速度计预处理方法等有关，具体原因还有待进一步研究。

(2) 尺度和偏差还存在长期变化，其影响量级与主要周期项相当，而偏差漂移中的长期变化项的影

响要远小于其主要周期项，因此可以说偏差漂移中并无明显的长期变化。

(3) 表 1, 表 2 中的 LS 解和 Robust 解是分别基于最小二乘频谱分析和抗差谱分析求出的结果。由表 1、表 2 可以看出：抗差谱分析结果优于最小二乘频谱分析结果 (见表 2 中的均方根 rms 一栏)，其

中尺度和偏差的结果更为明显, 而偏差漂移的最小二乘解和抗差解相差不大, 其原因在于偏差漂移参数的影响量级较小, 因此差别不显著.

5 结论

对 2001 年 8 月—2003 年 12 月约两年半的 CHAMP 加速度计数据进行了标定, 导出了加速度计数据尺度、偏差和偏差漂移这些系统差参数的时间序列. 从谱分析的结果可以看出, CHAMP 卫星加速度计系统差参数存在明显的周期变化, 尺度和偏差还存在长期变化, 其影响量级与主要周期项相当, 而偏差漂移中的长期变化项的影响要远小于其主要周期项. 抗差谱分析能有效抵制异常观测影响, 其精度在整体上优于最小二乘谱分析. 有关 CHAMP 卫星加速度计系统差的长期或周期变化的原因还有待进一步探究.

致谢 德国 GFZ 数据中心提供了所需的 CHAMP 数据, 在此表示感谢.

参考文献

- [1] Howe E, Stensengt L, Tscherning C C. Analysis of one month of CHAMP state vector and accelerometer data for the recovery of the gravity potential. *Adv. Geosci.*, 2003, 1:1—4
- [2] Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, Svehla D. CHAMP gravity field recovery using energy balance approach. *Adv. Geosci.*, 2003, 1:73—80
- [3] Han S C, Jekeli C, Shum C K. Efficient gravity field recovery using in situ disturbing potential observables from CHAMP. *Geophys. Res. Lett.*, 2002, 29(16):1789—1794
- [4] Xu Tianhe, Yang Yuanxi. CHAMP gravity field models derived from energy conservation method. In: Zhu Yaohong, Sun Heping. Progress in Geodesy and Geodynamics. Wuhan: Hubei Science Technology Press, 2004, 272—279. in Chinese (徐天河, 杨元喜. 能量守恒方法导出的 CHAMP 重力场模型. 见: 朱耀仲, 孙和平. 大地测量与地球动力学进展. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2004, 272—279)
- [5] Visser P N A M, Sneeuw N, Gerlach C. Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates. *J. Geod.*, 2003, 77:207—216
- [6] Jekeli C. The determination of gravitational potential differences from satellite-to-satellite tracking. *Cel. Mech. Dyn. Astron.*, 1999, 75:85—101
- [7] William J E, Richard E T. Data Analysis Methods in Physical Oceanography. Pergamon, 1997, 391—395
- [8] Xu Jinjun, Fu Sunzhong. The application of spectral analysis in curve fit. *J. Geom.*, 2001, 3:20—22. in Chinese (徐进军, 付孙钟. 频谱分析在周期拟合中的应用. 测绘信息与工程, 2001, 3:20—22)
- [9] Guo Hairong, Yang Yuanxi, Jiao Wenhai. Robust spectral analysis on time series of geocenter motion. *Acta Geod. Cartog. Sinica*, 2003, 32(4):308—312. in Chinese (郭海荣, 杨元喜, 焦文海. 地心运动时间序列的抗差谱分析. 测绘学报, 2003, 32(4):308—312)
- [10] Yang Yuanxi. Robust Estimation and Its Applications in Geodesy. Beijing: Bayi Publishing House, 1993. in Chinese (杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京: 八一出版社, 1993)
- [11] Wen Yuanlan, Yang Yuanxi, Wang Wei. Research on satellite precision orbit robust estimation. *Chin. J. Space Sci.*, 2001, 21(4):341—350. in Chinese (文援兰, 杨元喜, 王威. 卫星精密轨道抗差估计的研究. 空间科学学报, 2001, 21(4):341—350)