

无碰撞电流片哨声波不稳定性^{*}

周国成¹ 魏新华^{1,2} 曹晋滨¹ 王德驹¹ 蔡春林¹

¹(中国科学院空间科学与应用研究中心 北京 100080)

²(中国科学院研究生院)

摘 要 通过数值求解文献 [4] 中物理模型 A 得到的一般形式的色散关系, 讨论了无碰撞电流片低频波不稳定性问题. 结果表明, 哨声波能被无碰撞电流片直接激发. 在中性片上 ($z/d_i = 0$), 在较宽的波数范围内, 斜哨声波是可以传播的, 但它基本上是稳定的. 在离子惯性区内 ($z/d_i < 1$, 电子惯性区外), 斜传播的哨声波是不稳定的. 在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1$), 斜传播的哨声波仍然是不稳定的, 增长率更大, 不稳定的波频率范围更高. 此外, 朝向中性片方向传播 ($k_z d_i < 0$) 的哨声波比离开中性片方向传播 ($k_z d_i > 0$) 的哨声波有更大的增长率.

关键词 哨声波; 不稳定性; 无碰撞电流片

中图法分类号 P 353

Whistler Wave Instabilities in the Collisionless Current Sheet

ZHOU Guocheng¹ WEI Xinhua^{1,2} CAO Jinbin¹ WANG Deju¹ CAI Chunlin¹

¹(Center for Space Science and Applied Research, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

²(Graduate School, The Chinese Academy of Sciences)

Abstract Whistler wave instabilities in the collisionless current sheet have been studied in the present paper by solving general dispersion relation obtained from the 2.5-dimensional and incompressible MHD model (Physical model A) of the paper [4]. In this MHD model, the electron pressure tensor is used in the generalized Ohm's law. The results show that whistler waves can be directly excited by the collisionless current sheet. At the neutral sheet ($z/d_i = 0$), whistler waves are basically stable in a broad range of wave number. Inside the ion inertial region ($z/d_i < 1$), obliquely propagating whistler waves are unstable. At the edge of ion inertial region ($z/d_i = 1$), obliquely propagating whistler waves have larger growth rate and higher frequency range. Besides, waves propagating towards the neutral sheet ($k_z d_i < 0$) have larger growth rate than that propagating away from the neutral sheet ($k_z d_i > 0$). There are two kinds of whistler waves: one with the parallel wave number larger and the other with the parallel wave number smaller than the perpendicular wave number.

Key words Whistler wave, Instability, Collisionless current sheet

^{*} 国家自然科学基金项目 (40174042) 和国家杰出青年科学基金项目 (40025413) 共同资助
2004-11-10 收到原稿, 2005-03-25 收到修定稿

1 引言

无碰撞等离子体效应(如 Hall 电流效应, 电子压力张量效应和电子惯性效应) 不仅强烈影响磁重联的结构, 还影响重联层内等离子体的色散性质, 使得一些波模被抑制, 而其他波模在磁重联物理过程中起着不同寻常的作用. 因此, 研究无碰撞等离子体电流片的色散性质和波是很有意义的.

Drake^[1], Biskamp 等^[2], Wang 等^[3] 和周国成等^[4] 研究了磁重联层电流片内无碰撞等离子体的色散性质和波, 主要结果是, 在大于离子惯性长度尺度范围, 存在 Alfvén 波; 在离子惯性长度和电子惯性长度之间, 存在哨声模波和动理学 Alfvén 波 (the kinetic Alfvén waves); 在电子惯性长度以内, 存在电子回旋波. 但这些研究还没有涉及波的激发机制.

Vetoulis 等^[5] 用二维三分量电子磁流体力学 (EMHD) 模型研究了地球磁层顶项向电流的横场梯度激发哨声湍流的机制, 模型包含了电子惯性效应、Hall 电流效应和磁剪切效应, 忽略电子压力梯度效应和可压缩效应. 结果发现, 整个谱是线性不稳定的, 不是电流梯度不稳定性, 就是扭折模 (the kink mode) 不稳定性.

周国成等^[4] 采用二维三分量无碰撞不可压缩磁流体力学 (MHD) 模型, 计入了电子压力张量效应, 得到了电流片的低频电磁模波色散关系的一般形式, 但文中只讨论了电流片中心区和远离中心区两种特殊情况. 结果表明, 在长波区或对流区 ($kd_i < 1$), 除了 Alfvén 波外, 还有离子声波; 在短波区 ($kd_i > 1$), 除了斜 Alfvén 哨声模波外, 还有快磁声-动理学 Alfvén 波. 但是这些讨论没有涉及波的稳定性问题. 本文通过数值求解文献^[4] 中物理模型 A 得到的一般形式的色散关系, 讨论了这些波模的稳定性问题. 结果表明, 哨声波是不稳定的, 它被无碰撞电流片直接激发.

关于三维可压缩无碰撞电流片的低频电磁不稳定性问题, 我们已在文献^[6] 中讨论.

2 色散关系及其数值解结果

为了讨论方便, 这里列出文献^[4] 中物理模型 A 得到的色散关系:

$$\begin{vmatrix} A & B & C & D \\ E & F & G & H \\ k^2 d_i \omega & k_x B_{0x} & 0 & I \\ J & d_i \omega & I & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

其中,

$$A \equiv k^2 \omega^2 - \beta_e p_{e0}(z) \left\{ 4k_x^2 k_z^2 + (k_x^2 - k_z^2)^2 \right. \\ \left. \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1} \right\},$$

$$B \equiv -\beta_e p_{e0}(z) k_x \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right) \left\{ 2k_z^2 + (k_x^2 - k_z^2) \right. \\ \left. \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1} \right\},$$

$$C \equiv \omega (k^2 k_x B_{0x}) + d_i \beta_e p_{e0}(z) k_x k^2 \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right) \\ \cdot \left\{ 2k_z^2 + (k_x^2 - k_z^2) \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1} \right\},$$

$$D \equiv d_i \beta_e p_{e0}(z) \left\{ 4k_x^2 k_z^2 + (k_x^2 - k_z^2)^2 \right. \\ \left. \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1} \right\},$$

$$E \equiv -\beta_e p_{e0}(z) k_x (k_x^2 - k_z^2) \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right) \\ \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1},$$

$$F \equiv \omega^2 - \beta_e p_{e0}(z) \left\{ k_x^2 \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1} + k_z^2 \right\},$$

$$G \equiv d_i \beta_e p_{e0}(z) k^2 \left\{ k_x^2 \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1} + k_z^2 \right\},$$

$$H \equiv k_x \left\{ \omega B_{0x} + d_i \beta_e p_{e0}(z) (k_x^2 - k_z^2) \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right) \right. \\ \left. \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i B_{0x}}{d_e^2 \omega} \right)^2 \right]^{-1} \right\}.$$

$$I = \omega(1 + k^2 d_e^2), \quad J = \left(k_x B_{0x} - i \frac{k_x k_z}{k^2} \frac{\partial B_{0x}}{\partial z} \right).$$

在这些表达式中, 各物理量都已无量纲化: 波频率 $\omega t_A \rightarrow \omega$, 波矢量 $a\mathbf{k} = (ak_x, ak_z) \rightarrow (k_x, k_z)$, 坐标 $z/a \rightarrow z$, 离子和电子惯性长度 $d_{i,e}/a \rightarrow d_{i,e}$, 磁场 $B_{0x}/B_{0x}(\pm\infty) \rightarrow B_{0x}$, 压力 $p_{e0}/p_{e0}(0) \rightarrow p_{e0}$. 这里, 平衡磁场 $\mathbf{B}_0 = B_{0x}\mathbf{e}_x$, $B_{0x} = B_{0x}(z) = \tanh(z)$, 平衡压力 $p_{e0}(z) = 1 - \tanh^2(z)/2\beta_e$, $\beta_e = \mu_0 p_{e0}(0)/B_0^2(\pm\infty)$, $z = 0$ 为电流片的中心位置, $z = \pm\infty$ 为电流片的边界. 所采用的无量纲单位及相关量: a 为电流片的半厚度, Alfvén 时间 $t_A = a/V_A$, Alfvén 速度 $V_A = B_0(\pm\infty)/\sqrt{\mu_0 m_i n_0(0)}$, $d_{i,e} \equiv$

$c/(\omega_{pi,e})$, 等离子体频率 $\omega_{pi,e} = \sqrt{e^2 n_0(0)/(\epsilon_0 m_{i,e})}$, c 为光速, 脚标 i 和 e 分别代表离子和电子.

下面介绍对于实数波数 (k_x, k_z) 和复频率 $\omega = \omega_r + i\omega_i$ 数值求解色散关系 (1) 的结果, 这里 $\omega_r = \text{Re}\omega$ 为波频率, $\omega_i = \text{Im}\omega$ 为时间增长率 (> 0) 或阻尼率 (< 0). 为了考察电流片不同特征区域低频波不稳定性 ($\omega_i > 0$) 的性质, 计算中选取 $\beta_e = d_i = 0.5$, $z/d_i = 0, 0.5, 1.0$. 为了便于识别不稳定波模的性质, 作图时改为采用波频率 ω_r/Ω_i (和增长率 ω_i/Ω_i) 和波数 $(k_x d_i, k_z d_i)$, 这里离子回旋频率 $\Omega_i = eB_0(\pm\infty)/m_i$. 在所有增长率图中, 只给出增长率 ($\omega_i/\Omega_i > 0$) 的结果, 而阻尼率 ($\omega_i/\Omega_i < 0$) 的结果没有给出.

在中性片上 ($z/d_i = 0$), 增长率 ω_i/Ω_i 和波频率 ω_r/Ω_i 在波数空间 $(k_x d_i, k_z d_i)$ 的分布的计算结果表明 (这里没有给出图), 在较宽的波数空间范围内, 增长率极低, 色散曲面类似于斜传播的哨声波情形. 因此, 斜传播的哨声波基本上是稳定的.

在离开中性片的区域, 数值求解色散关系 (1) 得到两组不稳定的解.

2.1 平行波数大于垂直波数情形

在离子惯性区内 ($z/d_i = 0.5$), 增长率 ω_i/Ω_i 和波频率 ω_r/Ω_i 在波数空间 $(k_x d_i, k_z d_i)$ 的分布如图 1 所示. 首先指出, 在 $k_x d_i > 0$ 和 $k_x d_i < 0$ 两个方向 (即平行和反平行于背景磁场的传播方向) 的计算结果是完全对称的, 因此这里只给出 $k_x d_i > 0$ 方向的结果来讨论; 而在 $k_z d_i < 0$ (即朝向中性片传播, 如图 1(a)和 (b)所示) 和 $k_z d_i > 0$ (即离开中性片传播, 如图 1(c)和 (d)所示) 两个方向的计算结果则是不对称的. 可以看出, 对于图 1(a)和 (b)所示的朝向中性片传播 ($k_z d_i < 0$) 的波, 最大增长率 (ω_i/Ω_i)_{max} ≈ 80 , 不稳定的波数范围比较宽, 即 $15 < k_x d_i < 28$, $-14 < k_z d_i < 0$, 如图 1(a)所示, 不稳定的波频率 ($1 < \omega_r/\Omega_i < 400$) 是在哨声波的频率范围, 如图 1(b)所示. 对于离开中性片传播 ($k_z d_i > 0$) 的波 (见图 1(c)和 (d)), 增长率较弱些 ($\omega_i/\Omega_i \leq 40$), 不稳定的波数是在 ($18 < k_x d_i < 30$, $0 < k_z d_i < 14$) 范围内 (见图 1(c)), 相应的波频率 ($1 < \omega_r/\Omega_i < 400$) 是在哨声波的频率范围 (见图 1(d)), 即离开中性片斜传播的哨声波也是不稳定的. 因此, 在离子惯性区

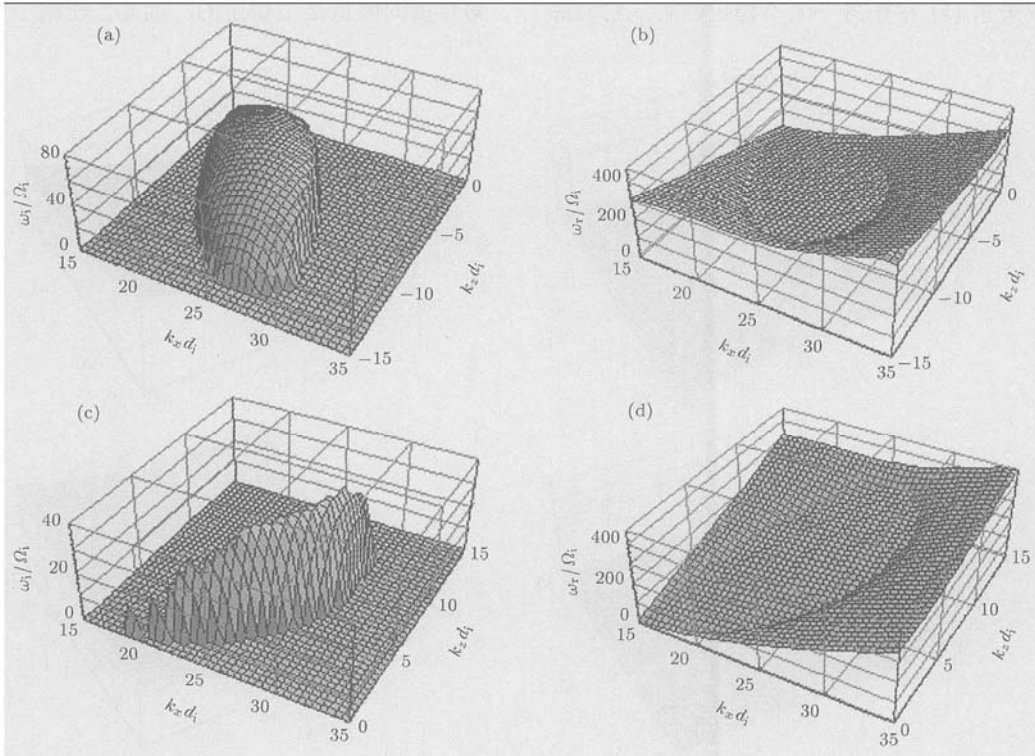


图 1 在离子惯性区内 ($z/d_i = 0.5$), 增长率 ω_i/Ω_i (a), (c) 和波频率 ω_r/Ω_i (b), (d) 在波数空间 $(k_x d_i, k_z d_i)$ 的分布

Fig.1 Growth rate ω_i/Ω_i (a), (c) and wave frequency ω_r/Ω_i (b), (d) distributions in the wave number space $(k_x d_i, k_z d_i)$ inside the ion-inertial region ($z/d_i = 0.5$)

内 ($z/d_i = 0.5$), 斜传播的哨声波是不稳定的, 平行波数 ($|k_x|d_i$) 大于垂直波数 ($|k_z|d_i$), 朝向中性片方向传播 ($k_z d_i < 0$) 的波比离开中性片方向传播 ($k_z d_i > 0$) 的波有更大的增长率。

在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1.0$), 计算结果如图 2 所示. 对于朝向中性片传播 ($k_z d_i < 0$) 的波 (见图 2(a) 和 (b)), 最大增长率 (ω_i/Ω_i)_{max} ≈ 120 , 不稳定的波数是在 ($33 < k_x d_i < 52$, $-21 < k_z d_i < 0$) 范围内 (见图 2(a)), 不稳定的波频率 ($1 < \omega_r/\Omega_i < 700$) 是在哨声波的频率范围 (见图 2(b)). 对于离开中性片传播 ($k_z d_i > 0$) 的波 (见图 2(c) 和 (d)), 增长率 $\omega_i/\Omega_i \leq 100$, 不稳定的波数是在 ($35 < k_x d_i < 54$, $0 < k_z d_i < 22$) 范围内 (见图 2(c)), 相应的波频率 ($1 < \omega_r/\Omega_i < 700$) 是在哨声波的频率范围 (见图 2(d)), 即离开中性片斜传播的哨声波也是不稳定的. 因此, 在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1.0$), 斜传播的哨声波仍然是不稳定的, 增长率更大, 平行波数 ($|k_x|d_i$) 大于垂直波数 ($|k_z|d_i$), 其余特征与图 1 的结果相似.

2.2 平行波数小于垂直波数情形

色散关系 (1) 存在另一组不稳定的解, 它们的

平行波数 ($|k_x|d_i$) 小于垂直波数 ($|k_z|d_i$), 可以仍然称这些不稳定的波为哨声波.

在离子惯性区内 ($z/d_i = 0.5$), 增长率 ω_i/Ω_i 和波频率 ω_r/Ω_i 在波数空间 ($k_x d_i, k_z d_i$) 的分布如图 3 所示. 同样, 由于在 $k_x d_i > 0$ 和 $k_x d_i < 0$ 两个方向 (即平行和反平行于背景磁场的传播方向) 的计算结果是完全对称的, 这里只给出 $k_x d_i > 0$ 方向的结果来讨论; 而在 $k_z d_i < 0$ (即朝向中性片传播, 如图 3(a) 和 3(b) 所示) 和 $k_z d_i > 0$ (即离开中性片传播, 如图 3(c) 和 3(d) 所示) 两个方向的计算结果也是不对称的. 可以看出, 对于朝向中性片传播 ($k_z d_i < 0$) 的波 (见图 3(a) 和 (b)), 最大增长率 (ω_i/Ω_i)_{max} ≈ 50 , 不稳定的波数范围比较宽 ($10 < k_x d_i < 28$, $k_z d_i < -20$, 见图 3(a)), 不稳定的波频率 ($\omega_r/\Omega_i > 0$) 是在哨声波的频率范围 (见图 3(b)). 对于离开中性片传播 ($k_z d_i > 0$) 的波 (见图 3(c) 和 (d)), 增长率较弱些 ($\omega_i/\Omega_i \leq 10$), 不稳定的波数是在 ($k_x d_i \approx 13-14$, $k_z d_i \approx 22-24$) 附近的较小范围内 (见图 3(c)), 相应的波频率 ($\omega_r/\Omega_i > 500$) 是在哨声波的频率范围 (见图 3(d)), 即离开中性片斜传播的波也是不稳定的. 因此, 在离子惯性区内

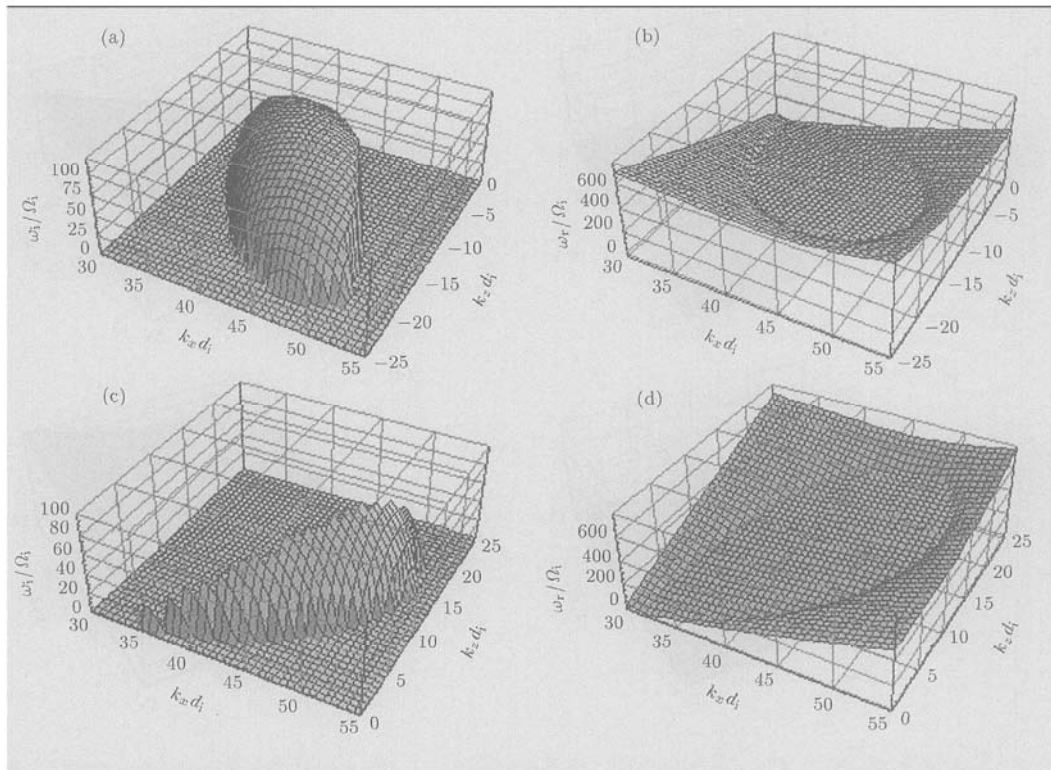


图 2 在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1.0$), 增长率 ω_i/Ω_i (a), (c) 和波频率 ω_r/Ω_i (b), (d) 在波数空间 ($k_x d_i, k_z d_i$) 的分布

Fig.2 Growth rate ω_i/Ω_i (a), (c) and wave frequency ω_r/Ω_i (b), (d) distributions in the wave number space ($k_x d_i, k_z d_i$) at the edge of ion-inertial region ($z/d_i = 1.0$)

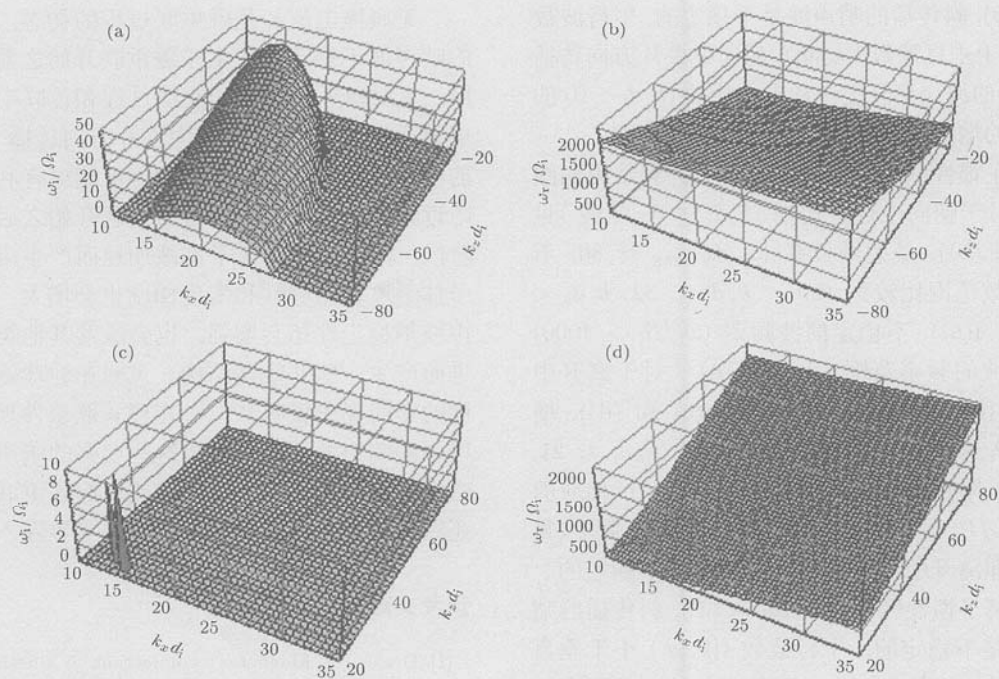


图3 在离子惯性区内 ($z/d_i = 0.5$), 增长率 ω_i/Ω_i (a), (c) 和波频率 ω_r/Ω_i (b), (d) 在波数空间 ($k_x d_i, k_z d_i$) 的分布
Fig.3 Growth rate ω_i/Ω_i (a), (c) and wave frequency ω_r/Ω_i (b), (d) distributions in the wave number space ($k_x d_i, k_z d_i$) inside the ion-inertial region ($z/d_i = 0.5$)

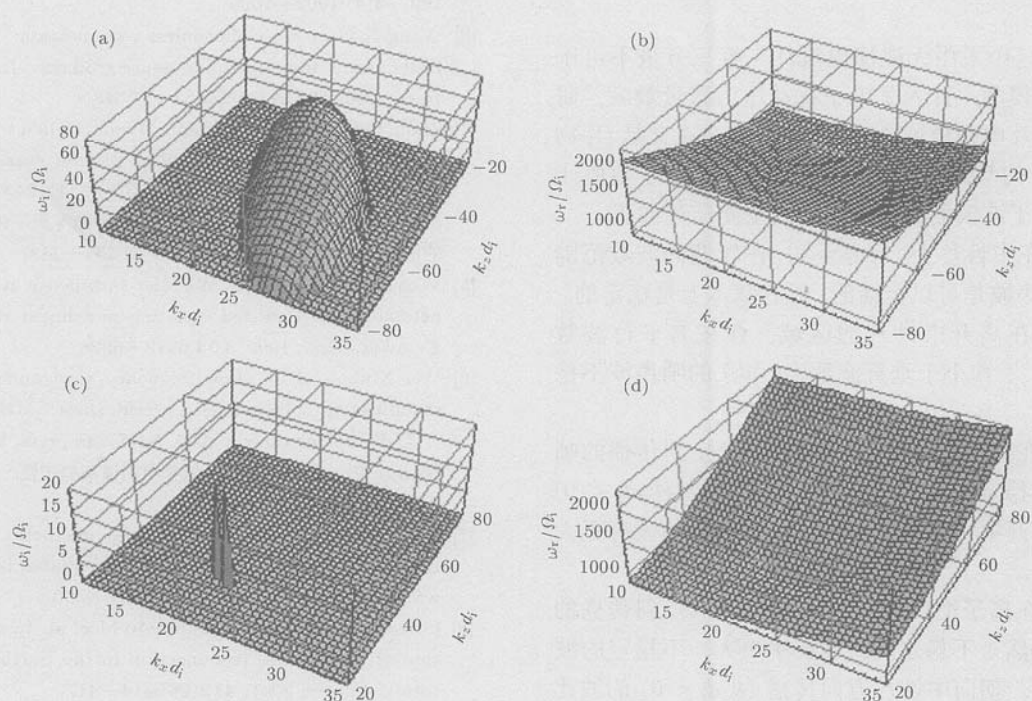


图4 在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1.0$), 增长率 ω_i/Ω_i (a), (c) 和波频率 ω_r/Ω_i (b), (d) 在波数空间 ($k_x d_i, k_z d_i$) 的分布
Fig.4 Growth rate ω_i/Ω_i (a), (c) and wave frequency ω_r/Ω_i (b), (d) distributions in the wave number space ($k_x d_i, k_z d_i$) at the edge of ion-inertial region ($z/d_i = 1.0$)

($z/d_i = 0.5$), 斜传播的哨声波是不稳定的, 平行波数 ($|k_x|d_i$) 小于垂直波数 ($|k_z|d_i$), 朝向中性片方向传播 ($k_z d_i < 0$) 的波比离开中性片方向传播 ($k_z d_i > 0$) 的波有更大的增长率和更宽的不稳定波数范围。

在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1.0$), 计算结果如图 4 所示。对于朝向中性片传播 ($k_z d_i < 0$) 的波 (见图 4(a) 和 (b)), 最大增长率 $(\omega_i/\Omega_i)_{\max} \approx 80$, 不稳定的波数范围比较宽 ($20 < k_x d_i < 32$, $k_z d_i < -30$) (见图 4(a)), 不稳定的波频率 ($\omega_r/\Omega_i > 1000$) 是在哨声波的频率范围 (见图 4(b))。对于离开中性片传播 ($k_z d_i > 0$) 的波 (见图 4(c) 和 (d)), 增长率 $\omega_i/\Omega_i \leq 20$, 不稳定的波数是在 ($k_x d_i \approx 21$, $k_z d_i \approx 33$) 附近的较小范围内 (见图 4(c)), 相应的波频率 ($\omega_r/\Omega_i > 1000$) 是在哨声波的频率范围 (见图 4(d)), 即离开中性片斜传播的波也是不稳定的。因此, 在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1.0$), 斜传播的哨声波仍然是不稳定的, 平行波数 ($|k_x|d_i$) 小于垂直波数 ($|k_z|d_i$), 增长率更大, 不稳定的波频率更高, 其余特征与图 3 的结果相似。

3 结论和讨论

文献 [4] 采用无碰撞电流片二维三分量不可压缩 MHD 模型, 计入了电子扰动压力张量效应, 研究了电流片电磁模波的色散性质。本文在文献 [4] 物理模型 A 的基础上, 对线性色散关系进行了数值计算, 研究了波模的稳定性问题。主要结论如下。

(1) 在中性片上 ($z/d_i = 0$), 在较宽的波数范围内, 斜哨声波是可以传播的, 但它基本上是稳定的。

(2) 在离开中性片的区域, 存在着平行波数 ($|k_x|d_i$) 大于和小于垂直波数 ($|k_z|d_i$) 的哨声波不稳定性。

(3) 在离子惯性区内 ($z/d_i = 0.5$), 斜传播的哨声波是不稳定的, 朝向中性片方向传播 ($k_z d_i < 0$) 的波比离开中性片方向传播 ($k_z d_i > 0$) 的波有更大的增长率。

(4) 在离子惯性区边缘 ($z/d_i = 1.0$), 斜传播的哨声波仍然是不稳定的, 增长率更大, 不稳定的波频率更高, 朝向中性片方向传播 ($k_z d_i < 0$) 的波比离开中性片方向传播 ($k_z d_i > 0$) 的波有更大的增长率。

综上所述, 哨声波在离子惯性区范围是不稳定的, 斜传播的哨声波有显著的时间增长率。

无碰撞电流片是磁重联过程的初态, 本文研究的哨声波不稳定性发生在磁重联开始之前的线性阶段, 它对研究磁重联的驱动过程和重联率的提高有重要意义。尤其是, 朝向中性片方向传播 ($k_z d_i < 0$) 的哨声波能更强烈地被激发, 可能更有利于中性片附近物理过程的研究。在磁重联开始之后的非线性阶段, 由于电子和离子都被加速而产生束流, 等离子体温度各向异性和密度梯度也会增大, 等等, 哨声波不稳定性还会增强, 也会激发其他类型的波, 进而产生一些非线性结构。飞船在地球磁层顶和磁尾的空间观测表明 [7]–[9], 在磁重联事件期间的确有增强的哨声波活动, 显然这些增强的哨声波活动是磁重联的产物。但是对驱动或引起磁重联的哨声波还缺乏仔细的观测研究, 值得进一步深入探讨。

参考文献

- [1] Drake J F. Magnetic reconnection: A kinetic treatment. In: Song P, Sonnerup B U O, Thomsen M F ed., *Physics of the Magnetopause*. Washington D C: American Geophysical Union, 1995. 155–165
- [2] Biskamp D, Schwarz E, Drake J F. Two-fluid theory of collisionless magnetic reconnection. *Phys. Plasmas*, 1997, 4(4):1002–1009
- [3] Wang X G et al. Collisionless reconnection: Effects of Hall current and electron pressure gradient. *J. Geophys. Res.*, 2000, 105(A12):27 633–27 648
- [4] Zhou Guocheng, Cao Jinbin, Wang Deju et al. Low-frequency waves in collisionless plasma current sheet. *ACTA Physica Sinica*, 2004, 53(8):234–243. in Chinese (周国成, 曹晋滨, 王德驹等. 无碰撞等离子体电流片中的低频波. 物理学报, 2004, 53(8):234–243)
- [5] Vetoulis G, Drake J F. Whistler turbulence at the magnetopause 1. Reduced equation and linear theory. *J. Geophys. Res.*, 1999, 104:6919–6928
- [6] Wei Xinhua et al. Low-frequency electromagnetic instabilities in collisionless current sheet: MHD model. *ACTA Physica Sinica*, 2005, 54(7): in press, in Chinese (魏新华等. 无碰撞电流片低频电磁模不稳定性: MHD 模型. 物理学报, 2005, 54(7))
- [7] Deng X H, Matsumoto H. Rapid magnetic reconnection in the Earth's magnetosphere mediated by whistler waves. *Nature*, 2001, 410(29): 557–560
- [8] Oieroset M, Phan T D, Fujimoto M et al. In situ detection of collisionless reconnection in the Earth's magnetotail. *Nature*, 2001, 412(26):414–417
- [9] Deng X H, Matsumoto H, Kojima H et al. Geotail encounter with reconnection diffusion region in the Earth's magnetotail: Evidence of multiple X lines collisionless reconnection? *J. Geophys. Res.*, 2004, 109, A05206, doi:10.1029/2003JA010031