

空间飞行体远尾区内场和密度的 非稳态非线性计算

马善钧 万国香 徐学翔

(江西师范大学物理与通信电子学院 南昌 330027)

摘 要

对空间飞行体远尾区内等离子体与场之间非稳态非线性相互作用的耦合方程,在考虑了时间导数项后,进行了数值模拟计算.计算中考虑到场量具有轴对称的特点,利用二维三分量的初始条件,采用 FTCS 有限差分格式方法,得到了场和密度扰动的分布.结果表明,这种非线性相互作用也会引起场的塌缩并出现密度空洞,但塌缩的速度较快.通过对密度空洞变化的探测,可以对隐身飞行体进行跟踪探测.

关键词 远尾区; 高频调制场; 隐身飞行体

1 引言

空间飞行体进入外层空间和重返大气层时,会与周围的等离子体发生复杂的非稳态非线性相互作用.由于越来越多的飞行体进入外层空间,这就使得研究这种相互作用变得非常重要.这种相互作用产生的结果将对飞行体的安全飞行及探测问题提供有益的启示和帮助.尤其随着隐身技术的深入研究^{[1],[2]}和材料科学的快速发展,隐身飞行体对雷达波的反射越来越弱,所以寻找一种新的更有效的探测具有隐身能力的飞行体的方法就显得日益重要.研究飞行体和周围等离子体的相互作用的主要目的也就在于试图寻找更有效的探测方法.我们知道,飞行体在电离层运动时,会激发各种等离子体波和引起等离子体的不稳定性.加上天线系统辐射出的高频电磁波,这些波作为激发源在与等离子体相互作用时;由于非线性效应,会导致波的强度发生很大的变化,产生塌缩现象,形成电磁孤波.反过来,场的变化又将引起带电粒子密度的变化,这种粒子密度的变化是可以被雷达探测到的.近年来,有不少实验工作和理论工作做了相关的仔细深入的研究. Susumu Sasaki^[3]等人利用 SFU(一种位于 480 km 高空轨道的实验平台),研究了由太阳阵势所导致的航天器的势和混合等离子体效应. Tajmar^[2]利用反向电流和具有电荷交换的等离子体同周围等离子体和航天器漂移势相互作用的耦合模型,作了相关研究.理论工作还给出飞行体近尾区、远尾区以及前端压缩区内场和密度的扰动分布情况^{[5]-[7]}.在飞行器近尾区,飞行器对带电粒子产生的密度扰动,由于无法得到解析的形式,采用了离散快速傅立叶变换的方法,直接得到密度扰动的离散数值,代入与之耦合的 Zakharov 方程,进行数值差分计算,最终得到了电场和密度扰动随时间演化的变化规律^[5].但由于问题的复杂

2003-10-16 收到原稿, 2004-07-03 收到修定稿

性, 目前相关研究工作主要的弱点和问题是没有考虑时间二次导数项对密度扰动和电场分布的影响.

本文在考虑了时间二次导数项的情况下, 从理论上对远尾区内飞行体和等离子体之间的非稳态非线性相互作用的耦合方程, 进行了数值计算. 利用二维三分量的轴对称模型, 采用了 FTCS 有限差分格式数值模拟的计算方法, 从数值上分析了场和密度扰动的分布情况. 结果表明, 由于飞行体天线辐射出的高频调制场的不稳定性, 会产生能被探测到的密度空洞和电磁孤波, 这为探测和跟踪隐身飞行体提供了新的思路和设计方法.

2 非稳态非线性耦合方程

我们采用磁流体方程来描述电子的运动, 结合麦克斯韦方程组, 有

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{V}_e) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e = \frac{e}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{V}_e \times \mathbf{B} \right) - \frac{\gamma_e T_e}{m_e n_e} \nabla n_e, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i = -\frac{e}{m_i} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{V}_i \times \mathbf{B} \right) - \frac{\gamma_i T_i}{m_i n_i} \nabla n_i, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi e}{c} (n_e \mathbf{V}_e - n_i \mathbf{V}_i), \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (7)$$

其中, e 取负值, n 和 $\mathbf{V}$ 分别是电子的密度和速度, 下标 i 和 e 分别代表离子和电子, $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 γ_e 和 T_e 分别是电场强度、磁感应强度、电子的比热比和以能量为单位的电子温度. 其他符号具有通常的意义. 在 (2)、(4) 式中, 已略去了较小的碰撞项. 采用双时标近似, 所有的场量都分为快时标量和慢时标量, 且假定在慢时标尺度上对快时标量的平均为零. 即

$$A = A_f + A_s, \quad \langle A_f \rangle = 0.$$

经过推导可以得到快变场振幅和电子的密度扰动之间满足的一组耦合方程^[8].

$$2i\omega_{pe} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + c^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - 3v_{Te}^2 \nabla [\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] + \frac{\delta n}{n_0} \omega_{pe}^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\delta n}{n_0} \right) - c_s^2 \nabla^2 \left(\frac{\delta n}{n_0} \right) = \nabla^2 \left[\frac{|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2}{16\pi n_0 m_i} \right]. \quad (9)$$

式中, $c_s^2 = (\gamma_e T_e + \gamma_i T_i) / (m_e + m_i) \approx \frac{\gamma_e T}{m_i}$.

推导中还用到了如下条件:

$$n_{e,s} = n_{i,s} \equiv n_s, \quad n_s = n_0 + \delta n, \quad n_0 \gg |\delta n|^{[8]}.$$

为了得到方程 (8) 和 (9), 推导中也引入了如下形式的高频调制场和快变场振幅条件

$$\mathbf{E}_f = \frac{1}{2}[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)e^{i\omega t} + c.c], \quad (10)$$

$$\overline{W}_f = |\mathbf{E}_f|^2 / 4\pi n_e^0 T_e < 1. \quad (11)$$

式中 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 是时间的慢变函数, 对横等离子体, 我们有色散关系 $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2$, $\omega_{pe} \gg kc$. 方程 (8) 和 (9) 应用了此条件. 引入无量纲变量

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}\sqrt{\mu}\frac{\mathbf{r}}{\lambda_d} &\rightarrow \hat{\mathbf{r}}, & \frac{2}{3}\mu\omega_{pe}t &\rightarrow \hat{t}, \\ \mu = m_e/m_i, & \alpha = \frac{c^2}{3v_{Te}^2}, \\ \frac{\sqrt{3}}{8(\mu T_e \pi n_0)^{1/2}} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &\rightarrow \hat{\mathbf{E}}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{t}), & \frac{3\delta n}{4\mu n_0} &\rightarrow \hat{n}. \end{aligned}$$

这样方程 (8) 和 (9) 就写为

$$i\frac{\partial}{\partial \hat{t}}\hat{\mathbf{E}} + \alpha\nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{E}} - \nabla(\nabla \cdot \hat{\mathbf{E}}) + \hat{n}\hat{\mathbf{E}} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \hat{t}^2}\hat{n} - \nabla^2\hat{n} = \nabla^2(|\hat{\mathbf{E}}|^2). \quad (13)$$

其中, $\hat{\mathbf{E}}$ 和 $\hat{n}$ 为无量纲量.

3 数值模拟的结果

对方程 (12) 和 (13) 进行数值模拟, 能够得到 $\hat{\mathbf{E}}$ 和 $\hat{n}$ 的扰动分布情况, 如采用空间三维形式求解, 计算量将变得极其巨大, 甚至无法求解. 由于飞行体尾部区域沿运动速度 V_0 方向轴对称, 所有的量都具有旋转对称的特性. 我们可以只计算包含中心对称轴的一个平面上的场量. 我们这里采用二维三分量模型, 利用 FTCS(时间向前差分、空间中心差分) 有限差分格式, 可得到 $\hat{\mathbf{E}}$ 和 $\hat{n}$ 在模拟区域的扰动分布. 将其绕飞行体运动方向旋转一周, 便可得到整个尾部区域 $\hat{\mathbf{E}}$ 和 $\hat{n}$ 的分布情况.

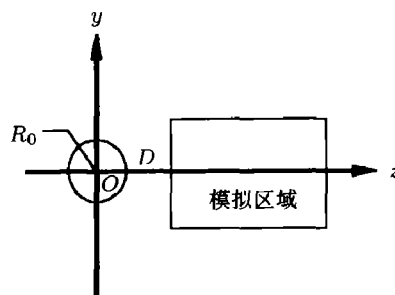


图 1 模拟示意图

Fig.1 Diagram of simulation

如图 1 所示, 横坐标为 z 轴, 采用周期性边界条件. 纵坐标为 y 轴, 采用自然边界条件. 初始横场取为:

$$\begin{aligned}\hat{E}(\hat{r}, \tau = 0) = & \hat{E}_0 \sin\left(\frac{2\pi\hat{z}}{\hat{z}_0}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{\hat{y}}{\hat{y}_0}\right) \mathbf{e}_x + \hat{E}_0 \sin\left(\frac{2\pi\hat{z}}{\hat{z}_0}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{\hat{y}}{\hat{y}_0}\right) \mathbf{e}_y \\ & - \hat{E}_0 \left(\frac{\hat{z}_0}{2\pi\hat{y}_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi\hat{z}}{\hat{z}_0}\right) \tanh\left(\frac{\hat{y}}{\hat{y}_0}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{\hat{y}}{\hat{y}_0}\right) \mathbf{e}_z.\end{aligned}\quad (14)$$

式中 $\hat{z}$, $\hat{z}_0$, $\hat{y}$, $\hat{y}_0$ 都为无量纲量, $\hat{z}_0$ 是周期, $\hat{y}_0$ 为电场包络的宽度. 初始扰动场满足条件 $\nabla \cdot \hat{E}(\hat{r}, \tau = 0) = 0$, 且有极大值 $|\hat{E}|_{\max}^2(\tau = 0) = 4.5 \times 10^{-2}$. 计算中电离层参数选 $V_0 = 10^6 \text{ cm/s}$, $T_e = 2780 \text{ K}$, $n_e^0 = 1 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$. 其他参数为 $R_0 = 100 \text{ cm}$, $\hat{E}_0 = 0.15$, $\hat{z}_0 = 38.5$, $\hat{y}_0 = 5.8$ 换算成有量纲量 $z_0 = 30 \text{ m}$, $y_0 = 4.6 \text{ m}$. 本文采用 FTCS 有限差分格式的计算方法, y , z 方向分别采用 40 个格点, y 轴和 z 轴格点间距取为 $\Delta y = \Delta z = 1$. 其中 z 坐标的正方向为飞行器运动方向的相反方向, 并利用了表 1 中式 $\hat{n} = \delta n/n_0$, $\hat{\tau} = \tau_n \times \delta \hat{\tau}$, $\delta \hat{\tau} = 1 \times 10^{-6}$. 在 (14) 式的初始条件下, 方程 (12) 和 (13) 的随时间的演化计算结果如图 2 和图 3.

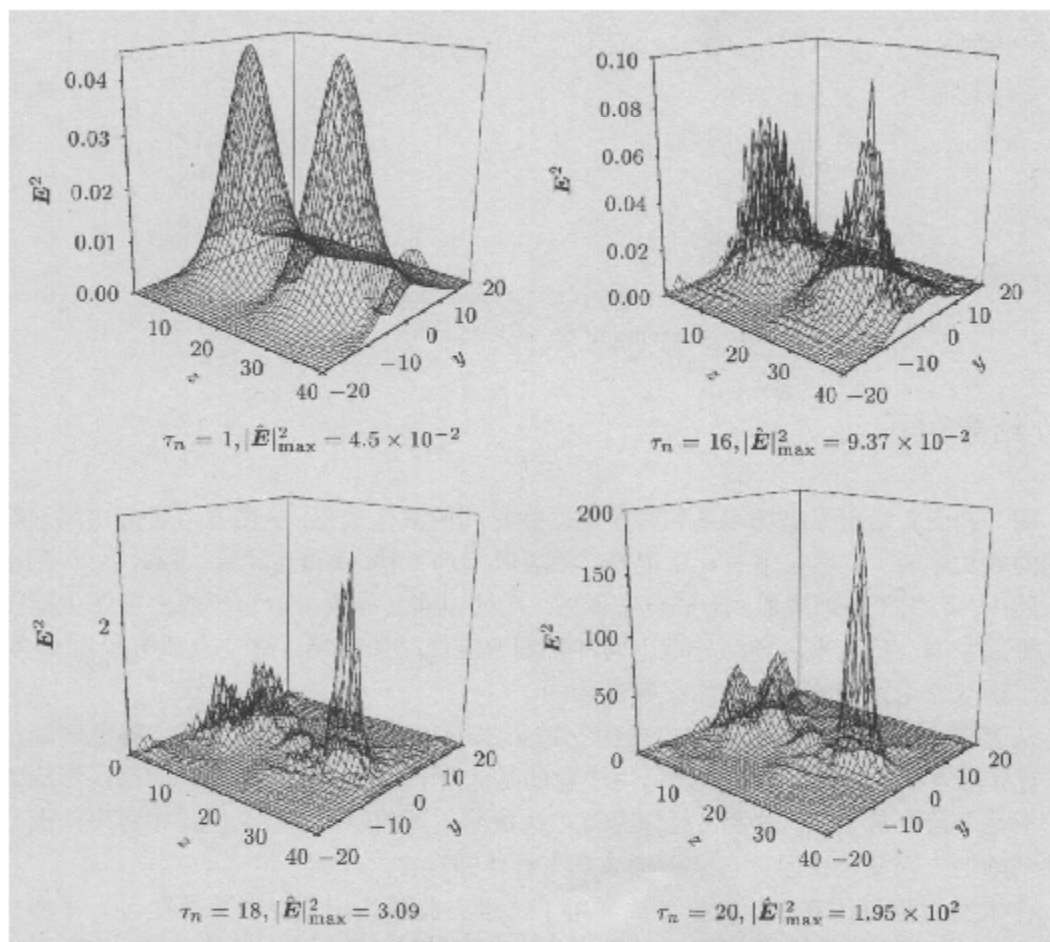


图 2 电场的三维塌缩演化过程

Fig.2 The space graphs of collapse of electric field

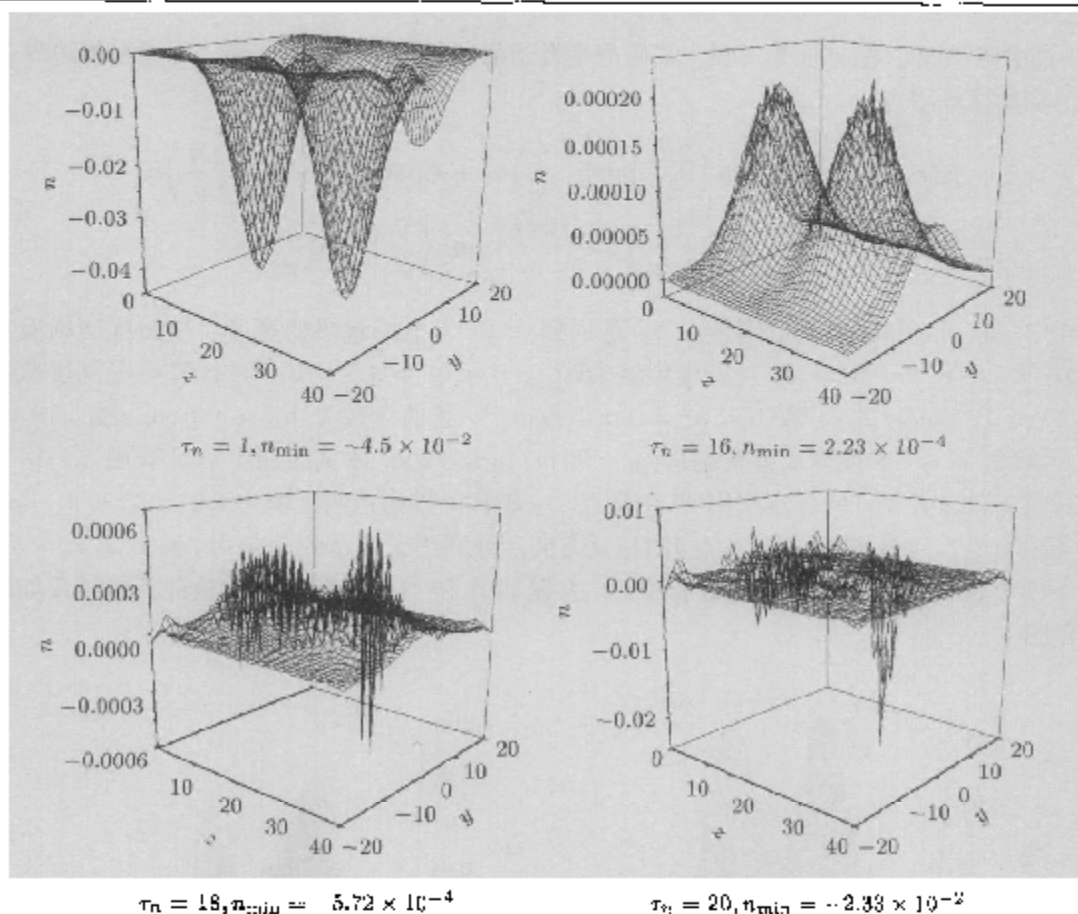


图3 密度扰动的三维演化过程

Fig.3 The space graphs of the evolution of density disturbance

4 结果讨论

图2和图3给出了电场塌缩和密度扰动随时间的演化过程.从图2可看出在塌缩峰内扰动的增长率较大,增长率正比于电场,随着时间的推移,场的强度越来越大,场的范围越来越小,产生了塌缩现象,形成电磁孤波.场的塌缩又导致带电粒子的密度产生稀化,形成密度空洞.反过来,场的分布也同样受到密度扰动的影响.这一点从方程(12)可以看出.这与理论预期的远尾区结果定性相同.

从方程(9)可看出密度扰动主要由左边第二项和右边场强导数决定,随着时间的增加,有质动力项变得越来越重要.值得注意的是,由于场的塌缩在飞行体远尾区形成的密度空洞是非常有意义的,尽管飞行体只有雷达探测不到的隐身特性,但这种密度空洞却是无法消除的,因此可以通过它来探测隐身飞行体的存在.

在本文的数值计算中,初始条件采用了二维三分量的形式,计算是在 $y-z$ 平面内进行的.这样做的原因是如果采用三维形式,计算量将变得非常大,甚至无法求解.另一方面,由于飞行体的尾区,绕飞行方向旋转对称,只需计算出过中心对称轴的一个面即可.值得注意的是,在不同的旋转面上,虽然电场强度大小的分布是相同的,但电场 y 分量

和 z 分量的方向是不同的。

从计算结果可看出, 随着时间推移场的强度会越来越大的, 但实际上, 场的强度不可能无限的增大, 当时间到达某个演化层, 场的强度非常之大, 使得 $\bar{W}_f \leq 1$ 不再成立。本文中 $\tau = 20$ 是最高演化时间层, 此时 $\bar{W}_f \leq 1$ 不成立。对于 $\bar{W}_f > 1$, 场和粒子之间会发生更强的相互作用, 这个过程极其繁难复杂, 不过该过程非常短暂。

在本文的模拟计算中, 选取的时间间隔为 $\delta\tau = 1 \times 10^{-6}$, 其他相关研究文献中多选择 $\delta\tau = 5 \times 10^{-6}$, 本文选取的时间间隔相对较短。这说明考虑了 (13) 式后, 尽管时间层数基本不变, 但整个塌缩过程变快了。此外, 在时间层 $\tau_n = 1$ 到 $\tau_n = 16$ 之间, 塌缩过程进行得较慢, 随着时间的增加, 电场和密度的塌缩会越来越快。从图 (2) 和图 (3) 可看出, 当时间层到达 $\tau_n = 16$ 时, 电场和密度开始有明显的塌缩现象。从 $\tau_n = 16$ 到 $\tau_n = 20$ 这 5 个时间演化层, 塌缩过程迅速进行。 $\tau_n = 20$ 是最高时间演化层, 以后 $\bar{W}_f \leq 1$ 不再成立。

参 考 文 献

- [1] Zhang Yunfei, Zhang Kao, He Qingzhi. Stealth effect calculation of aircraft on condition of electrical jamming. *J. Beijing Univ. Aeron. Astron.*, 2001, **27**(1):57—61. in Chinese (张云飞, 张考, 何庆芝. 在电子干扰环境中飞行器隐身性能计算. 北京航空航天大学学报, 2001, **27**(1):57—61)
- [2] Yang Bo, Huang Guibing. The studies of key problems on stealth design process of moving body in plasma. *Winged Missiles J.*, 2003, (4):35—37. in Chinese (杨波, 黄桂兵. 等离子体飞行器隐身设计过程的几个关键问题研究. 飞航导弹, 2003, (4):35—37)
- [3] Susumu Sasaki, Koji Tanaka. Space plasma effects on spacecraft surface driven by solar array voltage. *Acta Astron.*, 2002, **51**(10):693—697
- [4] Tajmar M. Electric propulsion plasma simulations and influence on spacecraft charging. *J. Spacecraft Rockets*, 2002, **39**(6):886—893
- [5] Ma Shanjun, Cheng Xiaojin. The collapses of electric field and formation of density cavitons in the wake of moving body in space. *Chin. J. Space Sci.*, 2002, **22**(4):314—320. in Chinese (马善钧, 程小金. 空间飞行器近尾区内场的塌缩和密度空洞的形成. 空间科学学报, 2002, **22**(4):314—320)
- [6] Ma S J, Li X Q. The density cavitons generated by interactions of plasma with a moving body in its wake region in space. *J. Plasma Phys.*, 2002, **67**:205—213
- [7] Ma Shanjun, Xu Xuexiang. Numerical simulation of non-steady interaction between moving bodies and plasma in compression region. *Chin. J. Space Sci.*, 2001, **21**(4):305—310. in Chinese (马善钧, 徐学翔. 空间飞行器与前端压缩区内等离子体非稳态相互作用的数值模拟. 空间科学学报, 2001, **21**(4):305—310)
- [8] Li Xiaoqing. The turbulence on space plasma physics. *Prog. Phys.*, 1993, **13**(4):595—605. in Chinese (李晓卿. 等离子体天体物理中的强湍动. 物理学进展, 1993, **13**(4):595—605)

THE NONSTEADY AND NONLINEAR INTERACTION BETWEEN PLASMA WITH THE FIELD IN WAKE REGION OF A MOVING BODY IN SPACE

MA Shanjun WAN Guoxiang XU Xuexiang

(*Institute of Physics and Communication Engineering, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027*)

Abstract

The interaction between a body in space and its plasma environment is one of the basic problems in space plasma physics. Based on a set of the coupled equations that describe the non-steady and non-linear interactions between plasma and the electromagnetic field in the wake region of a moving body in space, using the method of numerical simulation, the evolutions of the density distributions of charged particles and collapses of electric field are obtained. Considering the property of axial symmetry of field quantity, the initial conditions of two dimensions with three field components and the method of limited differential, FTCS (time forward-differential and space central-differential method), have been used. The initial condition must satisfy the condition of transverse wave $\nabla \cdot \hat{\mathbf{E}}(\hat{\mathbf{r}}, \tau = 0) = 0$ and the basic parameters in numerical calculation are $V_0 = 10^6$ cm/s, $T_e = 2780$ K, $n_e^0 = 1 \times 10^5$ cm $^{-3}$, $R_0 = 100$ cm, $\hat{\mathbf{E}}_0 = 0.15$. It is noticeable that we take into account the effect of time derivative on the density disturbance and field distribution, which is not considered in previous researches. The results of numerical calculations show that the density cavitons and potential solitons are formed due to the modulational instability. Comparing with the previous works^{[5]-[7]}, the velocity of the collapse is faster relatively. By detecting the distribution of density caviton, the moving body can be traced out by means of the change of the density caviton, although the body may be a stealth vehicle which can not be detected by the radar.

Key words Wake region, High frequency modulational field, Stealth vehicle