

# 基于解体事件的空间碎片轨道演化算法研究<sup>\*</sup>

龚松波 徐敏强 崔平远 李 爽

(哈尔滨工业大学深空探测基础研究中心 哈尔滨 150001)

**摘 要** 针对航天器解体事件所生成的空间碎片的演化过程,进行了数学分析,确定了新生成的空间碎片的速度增量,在该增量作用下碎片轨道会发生变更,本文根据该增量得出了空间碎片在轨道变更后的轨道根数,分析了在大气阻力摄动作用下,空间碎片的数目和轨道分布的演化情况,给出了相关结果,结果表明此算法可行。

**关键词** 空间碎片; 解体事件; 轨道演化; 轨道分布

中图法分类号 V 528

## An Algorithm for the Orbital Evolution of Space Debris from Breakup Events

GONG Songbo XU Minqiang CUI Pingyuan LI Shuang

(Deep Space Exploration Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**Abstract** Space debris created by man's space activities has brought great risks to launch and operation of spacecrafts, especially in the following few years, there will be more and more space activities in the world. So it is necessary to know situation of current space debris environment and predict its development in the future, thus to provide important reference to protection design and operation of spacecrafts and measures of diminishing amount of space debris. An important component of the debris population that is presented in this paper is the debris generated by on-orbit breakup events. It is collision and explosion event that inflames most the increasing rate of the total amount of the space debris. Breakup events include collision and explosion events. Consequently the ability to model different breakup events is a vital part of a long-term debris environment model. In this paper, the orbital evolution of space debris from the spacecraft breakups has been done a through mathematical analysis. A detailed research on the mechanisms of space debris generation, evolution and annihilation from the view point of evolutionary mode is also given. The velocity increments of space debris from spacecraft breakups are presented. Based on the velocity increments, the orbital elements of space debris are gained. Then the cumulative number and orbital distribution of space debris are analyzed due to atmospheric drag perturbation. Finally, the relevant results are gave and compared with the results of CODRM. The results indicate the feasibility of the algorithm.

**Key words** Space debris, Breakup event, Orbital evolution, Orbital distribution

---

<sup>\*</sup> 国防科工委空间碎片研究专项资助 (KJSP-2003-0202)

2005-01-12 收到原稿, 2005-05-15 收到修定稿

1 引言

空间碎片是指人类航天活动遗弃在太空的废弃物和由于某种原因导致的废弃物，例如在轨爆炸、碰撞的生成物。在 1999 年 1 月 1 日前，可记载共有 154 次航天器解体事件（包括爆炸和碰撞事件）<sup>[1]</sup>，这些解体事件产生了数以万计的空间碎片，严重地威胁着空间环境。为了了解航天器解体所生成空间碎片的演化过程，本文给出了一种空间碎片轨道演化算法。

目前开展空间碎片演化模型方面的研究有着十分重要的意义，它可以预见空间碎片演化的趋势和特点，有助于人们了解航天器的运行风险，以便采取措施保护航天器，为减少空间碎片的累积、开发空间碎片减缓技术和标准提供参考依据，可以扩大我国航天事业在国际上的影响。

空间碎片的轨道演化算法目的是确定空间碎片数目、轨道分布等物理量随时间的变化情况。本算法是空间碎片演化模型 SDEM (Space Debris Evolutionary Model) 的重要组成部分，也是空间碎片演化模型建模的关键部分，SDEM 是为解决空间碎片环境问题而建立的演化模型，SDEM 由碎裂模型（包括爆炸模型和碰撞模型）、轨道演化算法模型和减缓模型等子模型组成，其中碎裂模型是对每次航天器解体事件所生成的空间碎片数目建模，由于本文中重点介绍的是轨道演化算法模型，对于碎裂模型等其他子模型请参考相关文章。

2 解体事件所生成碎片的速度增量

航天器解体后生成的众多碎片会有不同方向的速度增量，碎片在速度增量  $\Delta v$  作用下其轨道要变更为一条新轨道，本算法是要把空间碎片纳入具体的轨道上来研究空间碎片的轨道演化。

2.1 生成的碎片速度大小的确定

爆炸和碰撞两种情况的碎片速度增量如下。  
根据 Reynolds<sup>[5]</sup> 的研究，爆炸过程中的速度增量为

$$\lg(\overline{\Delta v}) = -0.0676 \cdot (\lg d)^2 - 0.804 \cdot (\lg d) - 1.514.$$

式中， $\overline{\Delta v}$  为平均喷射速度 (km/s)， $d$  为碎片直径 (m)。

根据 Su<sup>[6]</sup> 的研究，碰撞过程中的速度增量采用

$$\lg\left(\frac{\overline{\Delta v}}{v_i}\right) = \begin{cases} -0.125 - 0.0676 \times \left(\lg \frac{d}{d_m}\right)^2, & d > d_m; \\ -0.125, & d \leq d_m. \end{cases}$$

式中， $d_m = \frac{\sqrt[3]{E_p}}{C}$ ， $E_p = \frac{m_p v_p^2}{2}$ ， $v_i$  为相对碰撞速度， $m_p$  为碰撞物质量， $v_p$  为碰撞物速度， $E_p$  为碰撞物动能， $C = 8.01 \times 10^8$  为无量纲常数。

$\overline{\Delta v}$  求出以后，真实的碎片速度增量可通过 Jehn 等得出的三角形分布求得<sup>[1]</sup>，

$$\Delta v = \begin{cases} \overline{\Delta v}(0.1 + 0.6\sqrt{3y}), & 0.00 \leq y < 0.75; \\ \overline{\Delta v}(1.3 - 0.6\sqrt{1-y}), & 0.75 \leq y \leq 1.00. \end{cases}$$

$y$  在 0—1 之间随机取值。

$\Delta v$  只是速度增量的大小，为求得真实的速度增量，必须解决速度增量的方向问题。对于结构复杂的航天器，需设其各向同性，则速度增量的方向可以均匀选择。

2.2 碎片速度增量方向的确定

表 1 给出了两种坐标系（参见图 1 和图 2），本文需要在这两种坐标系中进行坐标变换和计算。

表 1 地球赤道惯性坐标系  $S_i$  和地心轨道坐标系  $S_{oe}$   
Table 1 Geocentric equatorial coordinate system  $S_i$  and Geocentric orbital coordinate system  $S_{oe}$

| 地球赤道惯性坐标系 $S_i$      | 地心轨道坐标系 $S_{oe}$           |
|----------------------|----------------------------|
| $O$ 为地球中心            | $O$ 为地球中心                  |
| $x_i$ 为赤道平面内指向春分点    | $x_{oe}$ 为沿轨道矢径 $r$ 方向，    |
| $y_i$ 为赤道平面内垂直 $x_i$ | 指向空间碎片                     |
| $z_i$ 为沿地球自转轴指向北极    | $y_{oe}$ 为轨道平面内垂直 $x_{oe}$ |
|                      | $z_{oe}$ 为垂直于轨道平面，         |
|                      | 沿碎片的动量矩矢量 $H$ 方向           |

在地心轨道坐标系中，对每次解体生成的碎片数目平均分布，速度增量方向（在航天器解体位置处）分别采用如下 6 个方向。

- ① 径向方向 ( $x_{oe}$  轴) 速度增量  $|\Delta v_r|$ ;
- ② 径向反方向 ( $-x_{oe}$  轴) 速度增量  $|\Delta v_r|$ ;
- ③ 横向方向 ( $y_{oe}$  轴) 速度增量  $|\Delta v_u|$ ;
- ④ 横向反方向 ( $-y_{oe}$  轴) 速度增量  $|\Delta v_u|$ ;
- ⑤ 副法线方向 ( $z_{oe}$  轴) 速度增量  $|\Delta v_h|$ ;
- ⑥ 副法线反方向 ( $-z_{oe}$  轴) 速度增量  $|\Delta v_h|$ 。

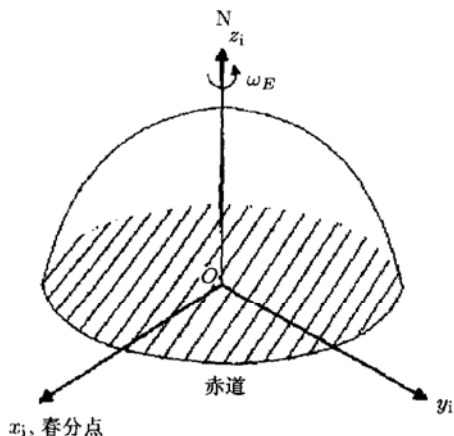


图1 地心赤道坐标系

Fig.1 Geocentric equatorial coordinate system

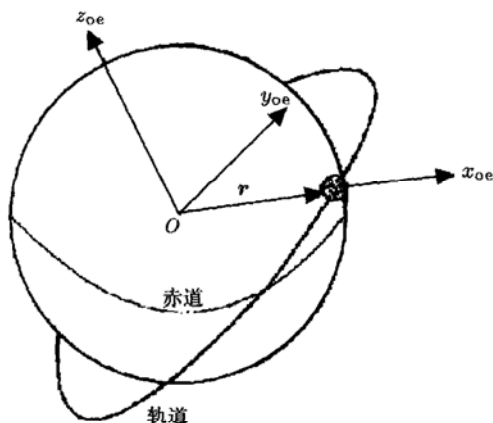


图2 地心轨道坐标系

Fig.2 Geocentric orbital coordinate system

设每个方向上的空间碎片均匀分布, 则有

$$\text{每个方向上的碎片数目} = \frac{\text{总数}}{6}.$$

### 3 碎片轨道演化过程分析

航天器解体会释放出巨大的能量, 这些能量的大部分转化为其生成碎片的速度增量, 碎片在速度增量作用下轨道会变更到一条新轨道上, 在这条新的轨道上计算在摄动影响作用下, 碎片轨道根数随时间变化的情况, 最后将总的碎片叠加起来就可以得出在具体时间的空间碎片数目、轨道分布情况。

下面是空间碎片轨道演化的数学分析过程。

#### 3.1 生成的空间碎片轨道变轨

每次航天器解体产生的空间碎片在其解体位置处获得速度增量, 从航天器解体的初始时刻、位置可知, 由碎片的速度增量可以得出碎片新轨道, 下面是具体的分析过程。

在地心轨道坐标系  $S_{oe}$  中, 可以较为直观地描述空间物体的位矢  $r$  和速度矢量  $v$ , 但要确定其轨道根数, 需把位矢  $r$  和速度矢量  $v$  变换到地球赤道惯性坐标系  $S_i$  中, 地球赤道惯性坐标系  $S_i$  与地心轨道坐标系  $S_{oe}$  间的坐标转换公式\* 为  $(a, e, \Omega, i, \omega, \theta)$  为轨道根数)

$$L_{oi} = L_z(u)L_x(i)L_z(\Omega).$$

其中,  $\Omega$  是升交点赤经,  $i$  是轨道倾角,  $u$  是纬度幅角,  $u = \omega + \theta$ , 基元变换矩阵

$$L_z(\Omega) = \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$L_x(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix},$$

$$L_z(u) = \begin{bmatrix} \cos u & \sin u & 0 \\ -\sin u & \cos u & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

且有  $L_{io} = (L_{oi})^T$ .

在地心轨道坐标系  $S_{oe}$  中, 结合轨道动力学<sup>[3]</sup> 进行分析可以得出

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}, \quad p = a(1 - e^2),$$

$$v_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \theta, \quad v_u = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \theta), \quad v_h = 0.$$

式中,  $r$  为轨道半径,  $v_r$  为径向速度,  $v_u$  为横向速度,  $v_h$  为动量矩矢量  $H$  方向的速度, 地心引力常数  $\mu = 3.986012 \times 10^{14} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ .

将地心轨道坐标系  $S_{oe}$  中的位置、速度矢量转换为惯性坐标系  $S_i$  中的位置、速度矢量,

$$\begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i \end{bmatrix}^T = L_{io} \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\begin{bmatrix} v_{xi} & v_{yi} & v_{zi} \end{bmatrix}^T = L_{io} \begin{bmatrix} v_r & v_u & v_h \end{bmatrix}^T.$$

由各方向上的速度分量叠加就可获得生成碎片的速度矢量  $v_r, v_u, v_h$ . 对于同样的矢径  $r$ , 就可以

\* Chen Shaolong. Analysis and study of deorbit maneuver for satellites in LEO. Master Thesis. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002

求出碎片目标轨道的轨道根数，由以上理论可以分别求出  $a, e, i$ 。

$$a = -\frac{\mu}{2E}, \quad e = \sqrt{\frac{a-p}{a}}, \quad i = \arccos\left(\frac{H_{zi}}{H}\right).$$

式中，碎片总的能量为

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}, \quad p = \frac{H^2}{\mu}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}.$$

$a, e, i$  是描述空间碎片轨道特征最重要的 3 个量，由此，下面就可以分析空间碎片数目和轨道高度分布随时间的变化情况。

### 3.2 空间碎片的轨道演化

大气阻力是一种非保守力，地球轨道高度在 1200 km 以下，大气阻力摄动是最主要的摄动，日、月第三体引力摄动，地球非球形引力摄动，太阳光压摄动等摄动力相对于大气阻力摄动的作用都是比较小的<sup>[5]</sup>，在本文研究碎片演化时仅考虑大气阻力摄动的作用。

大气阻力摄动会导致 150—1200 km 高度的空间碎片轨道发生变动，由于空间碎片的演化时间要几十年，甚至百年以上，而取的积分步长直接影响到计算时间，综合计算机工作量、性能考虑，取得的积分步长是 200 个空间碎片运行周期，在 200 个周期内计算一次  $a, e$  的变化量，

$$\begin{aligned} \Delta a &= \int_0^{400\pi} \frac{da}{dE} dE \\ &= -400\pi a^2 k \rho_p \exp\left(-\frac{ae}{H_p}\right) [I_0 + 2eI_1 + O(e^2)], \\ \Delta e &= \int_0^{400\pi} \frac{de}{dE} dE \\ &= -400\pi a k \rho_p \exp\left(-\frac{ae}{H_p}\right) \cdot \\ &\quad \left[I_1 + \frac{1}{2}e(I_0 + I_2)\right] + O(e^2). \end{aligned}$$

式中， $E$  为偏近点角， $\rho_p$  为轨道近地点的大气密度， $H_p$  为大气密度标高， $k = C_D \frac{A}{m}$ ， $C_D = 2.2$ ， $A$  为碎片的横截面积， $m$  为碎片的质量， $I_n$  是贝塞尔函数<sup>[3]</sup>。对下标  $n$ ，有

$$I_n = \frac{1}{400\pi} \int_0^{400\pi} \exp\left(\frac{ae \cos E}{H_p}\right) \cos nE dE.$$

由碎片的轨道周期<sup>[2]</sup>  $T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$  可得出  $\Delta a, \Delta e$  在 200 个周期时间的变化值为

$$\frac{\Delta a}{200T} = -\sqrt{a\mu} \cdot k \rho_p \exp\left(-\frac{ae}{H_p}\right) [I_0 + 2eI_1],$$

$$\frac{\Delta e}{200T} = -\sqrt{\frac{\mu}{a}} \cdot k \rho_p \exp\left(-\frac{ae}{H_p}\right) \left[I_1 + \frac{1}{2}e(I_0 + I_2)\right].$$

对每次航天器解体 6 个方向分布的碎片进行分析、计算，每隔 200 个周期重新计算  $\rho_p, a, e, I_n$  ( $n = 0, 1, 2$ )，再计算轨道衰减变量  $\Delta a, \Delta e$ ，如此反复计算，直到目标时间就可求出在此时间的空间碎片的轨道半长轴  $a$  和偏心率  $e$ 。

## 4 算法的相关结果

按照低强度爆炸、高强度爆炸和碰撞 3 种类型对 154 次历史上的航天器解体事件<sup>[1]</sup> 建立了 SDEM 的碎裂模型，对这 154 次解体事件进行了仿真计算分析，下面给出了一些相关结果。

图 3 是大于 10 cm 的空间碎片在具体年的累积数图。图中间隔有峰值出现是因为在峰值出现这一年解体的航天器质量过大，导致生成的空间碎片数目过大，又由于该航天器的半长轴很短，轨道高度低，大气阻力摄动作用明显，其解体后生成的碎片轨道寿命就很短，所以产生了空间碎片数目陡增又陡降的现象。例如 1966 年爆炸的火箭上面级 Gemini 9 ATDA r/b (Saturn S-IVB Stage) 的质量是 3400 kg，半长轴是 6641.6 km，上面级 AS-203 r/b (Saturn S-IVB Stage) 的质量是 26 000 kg，半长轴是 6581.6 km。1968 年爆炸的火箭上面级 Apollo 6 r/b (Saturn S-IVB Stage) 的质量是 30 000 kg，半长轴是 6663.8 km<sup>[1]</sup>。由仿真结果得到空间碎片数目在

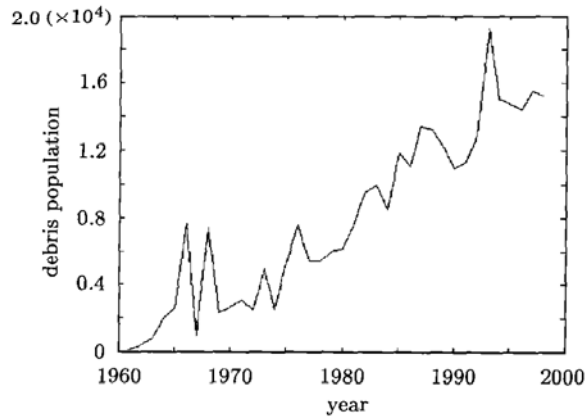


图 3 大于 10 cm 的碎片累积数

Fig.3 Cumulative number of space debris with diameters  $\geq 10$  cm

1999 年 1 月 1 日的累积数目为 15 173 个, 而意大利航天局的 CODRM-99 模型得出的结果是 15 667 个<sup>[1]</sup>, 该结果与 CODRM 空间碎片演化模型的结果相接近。

对于低地轨道 (LEO) 给出了空间碎片轨道高度分布 (见图 4), LEO 是指轨道高度在 2000 km 以下的轨道。将 LEO 空间划分范围: 地表高度 150 km 以上, 2000 km 以下, 每 50 km 高度范围作为一个球层, 共有 37 层, 图 4 是 LEO 范围内各个轨道高度上的大于 10 cm 的空间碎片数目, 用直方图表示的是每 50 km 高度范围内在 1999 年 1 月 1 日的空间碎片总数目。由该图可以看出在 400—1000 km 轨道高度和 1300—1600 km 轨道高度大于 10 cm 的空间碎片数目比较集中, 由此可知在这些区域进行空间活动的风险会高于其他区域。

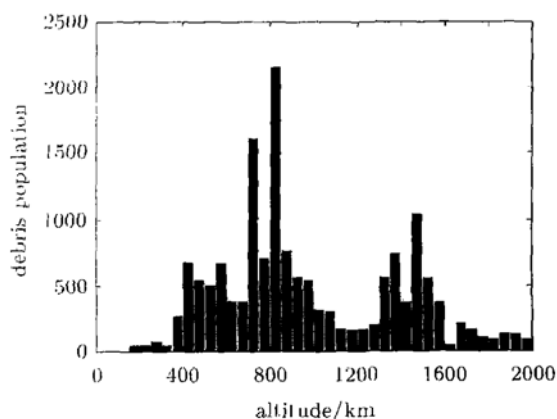


图 4 大于 10 cm 的碎片在 50 km 高度层分布数

Fig.4 Distribution of space debris in every 50 km altitude

## 5 结论

了解空间碎片轨道演化算法是解决空间碎片演化模型的关键问题, 采用本文提供的空间碎片轨道演化算法, 得出了历史解体事件生成的空间碎片的数目和轨道分布情况, 由结果表明空间碎片数目随着人类的航天活动正在逐年增加, 并且在 800 km 和 1400 km 轨道高度附近区域空间碎片较为集中。由于航天器结构非常复杂, 实际情况不可能是各向同性的, 对碎片速度增量等问题应该考虑随机性情况, 对演化模型算法仍需进一步改进和完善。

## 参考文献

- [1] Carmen Pardini. Model for the initial population. Pisa: ESA/ESOC Contract 13037/98/D/IM, 2000, 5—26
- [2] Liu Dun, Zhao Jun. Dynamics of Spacecraft. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2003. in Chinese (刘墩, 赵均. 空间飞行器动力学. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003)
- [3] Yang Jiachi *et al.* Orbital dynamics and control of spacecraft. Beijing: Astronautics Press, 1995. in Chinese (杨嘉墀等. 航天器轨道动力学与控制. 北京: 宇航出版社, 1995)
- [4] A Rossi *et al.* Modeling the evolution of the space debris population. *Planet. Space Sci.*, 1998, **46**(11/12):1583—1596
- [5] Reynolds R C. Review of current activities to model and measure the orbital debris environment in low-earth-orbit. *Adv. Space Res.*, 1990, 359—372
- [6] Su S Y. The velocity distribution of the Collisional fragments and its effect on the future space debris environment. *Adv. Space Res.*, 1990, 389—392