

充液挠性航天器姿态机动终端滑模控制*

吴涛涛^{1,2} 宋晓娟^{1,2} 吕书锋³

1(内蒙古工业大学机械工程学院 呼和浩特 010051)

2(内蒙古自治区特种服役智能机器人重点实验室 呼和浩特 010051)

3(内蒙古工业大学理学院 呼和浩特 010051)

摘要 对存在未知外界干扰、参数不确定问题的刚-液-柔多体耦合航天器姿态控制进行了研究。将液体燃料的晃动等效为球摆模型,挠性附件假设为欧拉-伯努利梁,运用拉格朗日方法建立航天器的动力学方程。将外界干扰、航天器转动惯量的参数不确定性以及液体晃动和挠性附件振动带来的耦合干扰归结为集总干扰,设计干扰观测器对其进行补偿;在干扰观测器的基础上,设计一种模糊滑模控制律。在原有的终端滑模控制基础上采用模糊控制对切换增益进行改进,达到抑制系统抖动的目的。数值仿真结果表明:所设计的模糊终端滑模控制律不仅能够实现充液挠性航天器的姿态机动,而且能够有效抑制液体晃动和挠性附件的振动,具有更好的控制性能。

关键词 刚-液-柔耦合航天器, 姿态机动, 干扰观测器, 终端滑模控制, 模糊控制

中图分类号 V435

Research on Attitude Maneuver and Vibration of Liquid-filled Flexible Spacecraft Based on Terminal Sliding Mode Control

WU Taotao^{1,2} SONG Xiaojuan^{1,2} LÜ Shufeng³

1(College of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051)

2(Inner Mongolia Autonomous Region Key Laboratory of Special Service Intelligent Robot, Hohhot 010051)

3(College of Science, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051)

Abstract In this paper, the attitude control of rigid-liquid-flexible multi-body coupling spacecraft with unknown external disturbances and uncertain inertia parameters is studied, and an attitude maneuver control method based on disturbance observer and fuzzy terminal sliding mode control is proposed.

* 国家自然科学基金项目(11962020, 11862020, 12172182, 12132002), 内蒙古自治区高等学校青年科技人才项目(NJYT23029, NJYT23067), 内蒙古自治区高等学校创新团队发展计划支持项目(NMGIRT2213), 内蒙古自治区直属高校基本科研业务费项目(JY20220046)和天津市自然科学基金重点项目(19JCZDJC32300)共同资助
2022-08-09 收到原稿, 2023-02-22 收到修定稿

E-mail: xjsong0603@163.com

©The Author(s) 2023. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

The sloshing of liquid fuel in the spacecraft is equivalent to a spherical pendulum model, and the flexible appendages are assumed to be an Euler-Bernoulli beam. The coupled dynamic equation of the liquid-filled flexible spacecraft is derived by using the Lagrange method. First of all, the interference from space, the parameter uncertainty of the moment of inertia of the spacecraft, the coupling interference caused by the liquid sloshing and the vibration of flexible accessories are summed up as lumped interference. Design disturbance observer to compensate and estimate the lumped disturbance of the system. Then, based on the designed disturbance observer, a fuzzy terminal sliding mode control law is presented, and it is proved that the state of the closed-loop system is finite-time stable under the control law, and converges to the specified terminal sliding mode surface. The fuzzy terminal sliding mode control law uses fuzzy control to improve the switching gain based on the traditional terminal sliding mode control to achieve the purpose of suppressing system jitter. This optimization method can not only reduce the complexity of terminal sliding mode control method, but also reduce the difficulty of debugging parameters because it does not introduce new functions. The numerical simulation results show that the designed fuzzy terminal sliding mode control law can not only achieve the finite-time stability of the closed-loop attitude control system of the liquid-filled flexible spacecraft, but also effectively suppress the liquid sloshing and the vibration of the flexible appendages. At the same time, it has good robustness to disturbances caused by external disturbances and parameter uncertainties, and has better control performance.

Key words Rigid-liquid-flexible coupling spacecraft, Attitude maneuver, Disturbance observer, Terminal sliding mode control, Fuzzy control

0 引言

携带大量液体燃料的充液挠性航天器是一个复杂的非线性动力学系统,各部件间相互耦合效应产生的不平衡干扰力往往具有非规则、难衰减、易共振的特点,给航天器控制带来了极大挑战。为了消除燃料晃动诱发的不稳定效应,须将其纳入航天器整体控制系统建模方案中,通常利用等效力学模型描述各类贮腔内液体晃动效应。例如采用单摆模型或弹簧-质量模型^[1,2]模拟液体小幅晃动,质心面模型和运动脉动球模型^[3,4]模拟液体大幅晃动,变参数复合摆模型^[5,6]模拟液体燃料晃动及消耗;采用光滑粒子法^[7]研究变质量液体动力学特性。

随着航天器结构的日益复杂化、外部扰动多样化以及控制精度的不断提高,对充液挠性航天器的研究更加深入。文献[8]针对含有板类柔性附件的充液航天器,分析了柔性附件的装配位置对航天器系统动力学行为的影响。文献[9]设计了一种机动性更加灵活的正弦过渡角机动度七段路径规划方法,降低机动过

程中液体晃动强度。许多研究在控制系统设计过程中引入干扰观测器,克服环境干扰和参数不确定性对航天器姿态控制精度带来的影响,这在实际工程中被广泛应用。文献[10]将充液挠性航天器的惯性不确定性、外部扰动、液体晃动和柔性附件的耦合归为集总扰动并设计模糊干扰观测器(FDO)进行估计,可以通过调整设计参数减小估计误差。文献[11]提出有限时间积分滑模干扰观测器,保证控制系统中集总干扰可以在有限时间内被估计。文献[12]采用干扰观测器对系统集总干扰进行估计,并对估计值加以前馈补偿,有效减弱滑模控制颤振现象。文献[13]针对液体燃料晃动及典型周期性外扰,利用RBF神经网络的非线性逼近能力设计复合干扰观测器进行补偿,实现航天器姿态控制的同时使液体晃动得到抑制。

现代航天器任务对系统收敛性能提出了新的要求,即更高的控制精度和更短的收敛时间。终端滑模不但保留了滑模控制的优点,而且可以实现系统在有限时间内稳定。文献[14]总结和分析了终端滑模控制在近些年的研究与发展,并列出了终端滑模面临的挑

战,即终端滑模控制的奇异值和抖动问题。针对该问题,研究提出了不同的解决方法:文献[15]引入显含正弦函数的切换项;文献[16]引入动态切换函数;文献[17]引入自适应控制器;文献[18]引入饱和函数和新型自适应律;文献[19]引入神经网络;文献[20]引入带状态高次项,设计非奇异快速终端滑模函数。这些方法都是改变终端滑模的滑模面、控制力矩或者引入新的函数,这无疑会将终端滑模控制复杂化。本文采用模糊控制直接对终端滑模中产生奇异值和抖动问题的项进行优化。由于没有引入新的函数,不但可以降低终端滑模控制方法的复杂度,降低调试参数的难度,还能有效抑制液体晃动和挠性附件的振动。

本文针对充液挠性航天器的姿态机动问题,首先利用拉格朗日方法建立了多体耦合航天器动力学方程,设计了一种模糊终端滑模的复合控制方法,考虑航天器在姿态机动过程中会受到多种干扰力矩的影响且系统各状态变量难以准确测量的情况,设计干扰观测器进行补偿和估计。在滑模控制理论上设计可在有限时间收敛的终端滑模控制律对系统进行稳定性控制,并用模糊控制技术对控制律中的切换增益进行优化,抑制系统的抖动。仿真结果验证了本文方法的有效性。

1 充液挠性航天器数学模型

1.1 航天器姿态运动学方程

建立航天器姿态运动学方程如下。

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{G}^T(q_0, \mathbf{q}) \boldsymbol{\omega}, \quad (1)$$

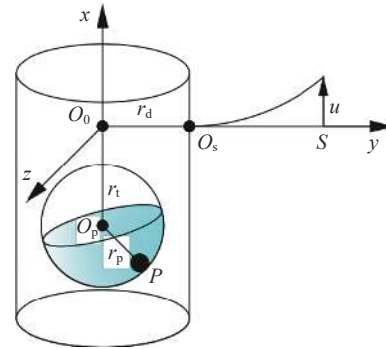
$$\mathbf{G}(q_0, \mathbf{q}) = [-\mathbf{q}, q_0 \mathbf{I}_3 - \mathbf{q}^\times]. \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 为航天器的角速度; $[q_0 \ \mathbf{q}]^T = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 为姿态四元数,满足约束条件 $q_0^2 + \mathbf{q}^T \mathbf{q} = 1$, 这里 $\mathbf{q}^\times$ 为叉乘矩阵, 定义为

$$\mathbf{q}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

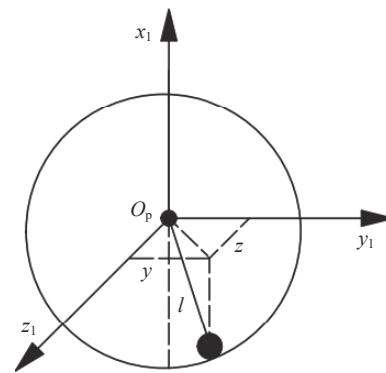
1.2 航天器动力学方程

航天器的模型如图1所示, O_0xyz 为航天器本体坐标系, 航天器主刚体的质心 O_0 为坐标原点。液体晃动等效为球摆运动, O_p 为球摆的悬挂点, 摆长为 l , 质量为 m_p , 位移矢量为 $\mathbf{r}_p$ 。挠性附件等效为欧拉-伯努利梁, 长度为 l_1 , 单位密度为 ρA , 弯曲刚度为 EI 。这里



(a) 航天器的简化示意

(a) Simplified diagram of the spacecraft



(b) 液体晃动等效球摆模型

(b) Liquid sloshing equivalent ball pendulum model

图1 充液挠性航天器及力学模型

Fig. 1 Schematic diagram and mechanical model of liquid-filled flexible spacecraft

只考虑航天器的姿态运动且航天器只包含一个液体贮液箱, 液体燃料小幅晃动。

球摆在 O_0xyz 坐标系中的位移矢量 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_t + \mathbf{r}_p$, 速度矢量 $\dot{\mathbf{r}}_1 = \dot{\mathbf{r}}_t + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_p$, 根据文献[11], 利用拉格朗日法, 建立球摆动力学方程如下:

$$\mathbf{A} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}_f \dot{\boldsymbol{\eta}} + \delta \dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{K}_f \boldsymbol{\eta} + m_p \mathbf{D} + \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}) \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{0}. \quad (4)$$

式中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} 2c_1 & c_2 \\ c_2 & 2c_3 \end{bmatrix},$$

$$\delta = \begin{bmatrix} -m_p r_z & 0 & m_p r_x \\ m_p r_y & -m_p r_x & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_f = \begin{bmatrix} \frac{m_p g}{l} & 0 \\ 0 & \frac{m_p g}{l} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} r_x \omega_1 \omega_2 - r_y (\omega_1^2 + \omega_2^2) + r_z \omega_2 \omega_3 \\ r_x \omega_1 \omega_3 - r_z (\omega_1^2 + \omega_2^2) + r_y \omega_2 \omega_3 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -2m_p\omega_1 \\ 2m_p\omega_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

设挠性附件的弹性位移为 u , 采用模态分析法得到 $u = \sum_{i=1}^3 \varphi_i(y)\varepsilon_i(t)$, 这里 $\varphi_i(y)$ 为挠性附件的各阶主振动函数, 令 $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{U} \times \mathbf{n}(t)$ 。根据文献 [8], 建立挠性附件的动力学方程为

$$\mathbf{B}_s \ddot{\mathbf{n}}(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{n}}(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{n}(t) = 0. \quad (5)$$

$$\text{式中, } \mathbf{K}_s = \text{diag} \left\{ u_i EI \int_0^{l_1} \left[\frac{d^2 \varphi_i(y)}{dy^2} \right]^2 dy \right\},$$

$$\mathbf{C}_s = \text{diag} \left\{ 2\xi_i u_i \sqrt{2EI \int_0^{l_1} (d^2 \varphi_i(y)/dx^2)^2 dy} \varepsilon_i(t) \right\},$$

$$\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix},$$

$$b_i = -u_i \rho A \int_0^{l_1} \varphi_i(y)(r_0 + y) dy,$$

$$u_i = \frac{1}{\sqrt{\rho A \int_0^{l_1} \varphi_i^2(y) dy}}, \quad i = 1, 2, 3.$$

设航天器的转动惯量为 $\mathbf{J}$, 主刚体的转动惯量为 $\mathbf{J}_b$, 质量为 m_b 。根据文献 [11] 得到航天器整体的动力学方程为

$$\mathbf{J}_b \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^\times (\mathbf{J}_b \boldsymbol{\omega} + \mathbf{B}_s^T \dot{\mathbf{n}} + \boldsymbol{\delta}^T \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{B}_s^T \ddot{\mathbf{n}} + \boldsymbol{\delta}^T \ddot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{T}_d - \boldsymbol{\tau} = 0. \quad (6)$$

式中, $\mathbf{J}_b = \mathbf{J} - m_b r_p^\times r_p^\times$, $\mathbf{T}_d$ 为未知干扰力矩, $\boldsymbol{\tau}$ 为控制力矩。

综上可得, 式(4)~(6)为充液挠性多体航天器动力学方程。

2 复合控制器设计

2.1 干扰观测器设计

为便于控制, 引入新的状态变量 $\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\zeta}$, 略去方程中的高阶小量, 由系统动力学方程可得

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1} (-\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \bar{\mathbf{T}}_d + \boldsymbol{\tau}), \quad (7)$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = -(\mathbf{A}^{-1} \mathbf{C}_f \boldsymbol{\psi} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{K}_f \boldsymbol{\eta} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C}_f \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{\omega}), \quad (8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\psi} - \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{\omega}, \quad (9)$$

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = -(\mathbf{C}_s \boldsymbol{\zeta} + \mathbf{K}_s \mathbf{n} - \mathbf{C}_s \mathbf{B}_s \boldsymbol{\omega}), \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\zeta} - \mathbf{B}_s \boldsymbol{\omega}. \quad (11)$$

其中集总扰动为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{T}}_d = & \mathbf{T}_d - \boldsymbol{\omega}^\times (\Delta \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{B}_s^T \dot{\mathbf{n}} + \boldsymbol{\delta} \dot{\boldsymbol{\eta}}) - \Delta \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \\ & \boldsymbol{\delta}^T (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{C}_f \boldsymbol{\psi} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{K}_f \boldsymbol{\eta} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C}_f \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{\omega}) + \\ & \mathbf{B}_s^T (\mathbf{C}_s \boldsymbol{\zeta} + \mathbf{K}_s \mathbf{n} - \mathbf{C}_s \mathbf{B}_s \boldsymbol{\omega}). \end{aligned}$$

式中, $\Delta \mathbf{J} = m_b r_p^\times r_p^\times$, $\Delta \mathbf{J}$ 为不确定惯性矩阵。

充液挠性航天器的控制系统可以表示为式(1)和式(7)~(11)。需要说明的是, 航天器在姿态机动过程中会受到多种形式的干扰, 例如航天器自身执行器故障导致的不可控输出干扰、液体晃动和挠性附件振动带来的耦合干扰以及来自空间的航天器外部干扰。将以上干扰归结为集总扰动, 并设计相应的扰动观测器对这些集总扰动进行补偿。

假设 1 $\bar{\mathbf{T}}_d, \dot{\bar{\mathbf{T}}}_d$ 有界, 且满足 $\|\bar{\mathbf{T}}_d\| \leq l_2, \|\dot{\bar{\mathbf{T}}}_d\| \leq l_3$ 。

设计如下干扰观测器来等效集总扰动:

$$\hat{\mathbf{T}}_d = \mathbf{z} + k_1 \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}, \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = -k_1 \mathbf{z} - k_1^2 \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + k_1 (\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\tau}). \quad (13)$$

式中, $\mathbf{z}$ 为观测器的中间变量, k_1 为正常数。对式(12)求导, 并将式(7)和(13)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{T}}}_d = & -k_1 \mathbf{z} - k_1^2 \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + k_1 \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \\ & k_1 (\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\tau}) = -k_1 (\hat{\mathbf{T}}_d - \bar{\mathbf{T}}_d). \end{aligned} \quad (14)$$

定义干扰观测器的误差为 $\tilde{\mathbf{T}}_d = \bar{\mathbf{T}}_d - \hat{\mathbf{T}}_d$, 带入式(14)有

$$\dot{\tilde{\mathbf{T}}}_d = -k_1 \tilde{\mathbf{T}}_d + \dot{\bar{\mathbf{T}}}_d. \quad (15)$$

构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{T}}_d^T P \tilde{\mathbf{T}}_d. \quad (16)$$

式中, P 为一个正定矩阵,

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix},$$

$p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{21}, p_{22}, p_{23}, p_{31}, p_{32}, p_{33}$ 为待设计的量; $\lambda_{\min}$ 为最小特征值, $\lambda_{\max}$ 为最大特征值。对式(16)求导可得

$$\dot{V}_1 = -k_1 \tilde{\mathbf{T}}_d^T P \tilde{\mathbf{T}}_d + \tilde{\mathbf{T}}_d^T P \dot{\tilde{\mathbf{T}}}_d. \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -k_1 \lambda_{\min} \|\tilde{\mathbf{T}}_d\|^2 + \|\tilde{\mathbf{T}}_d\| P \|\dot{\tilde{\mathbf{T}}}_d\| \leq \\ & -k_1 \lambda_{\min} \|\tilde{\mathbf{T}}_d\|^2 + \lambda_{\max} l_3 \|\tilde{\mathbf{T}}_d\|. \end{aligned} \quad (18)$$

取 $\|\tilde{T}_d\| \geq \lambda_{\max} l_3 / k_1 \lambda_{\min}$, 则 $\dot{V}_1 \leq 0$ 。

经上述证明, 可以得到 $\dot{V}_1$ 是半负定的, 由 Lyapunov 第二稳定性理论可知该系统是李雅普诺夫意义下的稳定。

2.2 终端滑模控制器

定义符号 $\text{sig}(x)^r = |x|^r \text{sign}(x)$ 。式中 $0 < r < 1$, $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数。

假设 2 滑模面 s 的最大特征值为 $\varsigma_{\max}$, $\tilde{T}_d$ 的最大上界为 $\tilde{T}_{\max}$ 。

引理 1^[21] 考虑如下系统:

$$\dot{x} = f(x), \quad f(0) = 0.$$

其中, $x \in R^n$, $f: U \rightarrow R^n$ 为连续函数。

假设存在连续可微函数 $V: U \rightarrow R^n$ 满足条件 (1) $V(x)$ 是正定函数; (2) 存在任何实数 $a_1 > 0$, $0 < a_2 < 1$ 和 $a_3 > 0$ 且为常值时, 如果 $V(x)$ 满足下列任一微分不等式:

$$\dot{V}(x) + a_1 V^{a_2}(x) \leq 0,$$

$$\dot{V}(x) + a_3 V(x) + a_1 V^{a_2}(x) \leq 0,$$

则系统是全局有限时间稳定的。

与线性滑模相比, 终端滑模控制通过引入非线性项实现有限时间控制, 这里选择如下形式的滑模面:

$$s = \omega + \beta \text{sig}(\mathbf{q})^r, \quad (19)$$

式中 $r \in (1, 2)$, $\beta > 0$ 。

控制律设计为

$$\tau = \omega^\times J \omega - \hat{T}_d - \beta r J |\mathbf{q}|^{r-1} \dot{\mathbf{q}} - p \text{sign}(s). \quad (20)$$

式中, p 为控制参数, 且 $p > 0$; $|\mathbf{q}|^{r-1} = \text{diag}(|q_1|^{r-1}, |q_2|^{r-1}, |q_3|^{r-1})$ 。

考虑如下 Lyapunov 函数条件:

$$V_2 = \frac{1}{2} s^T J s. \quad (21)$$

式(21)对时间求一阶导数, 并将式 (1)(7)(19) 和 (20) 代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s^T J \dot{s} = \\ & s^T J (\dot{\omega} + \beta r |\mathbf{q}|^{r-1} \dot{\mathbf{q}}) = \\ & s^T J (J^{-1} [-\omega^\times J \omega + \bar{T}_d + \tau] + \beta r |\mathbf{q}|^{r-1} \dot{\mathbf{q}}) = \\ & s^T ([-\omega^\times J \omega + \bar{T}_d + \omega^\times J \omega - \hat{T}_d - \\ & \beta r J |\mathbf{q}|^{r-1} \dot{\mathbf{q}} - p \text{sign}(s)] + \beta r J |\mathbf{q}|^{r-1} \dot{\mathbf{q}}) \\ & \leq \|s\| \|\tilde{T}_d\| - p \|s\|. \end{aligned} \quad (22)$$

由假设 2 可知, 式(22)满足

$$\dot{V}_2 \leq -\sqrt{2} (p - \tilde{T}_{\max}) \varsigma_{\max}^{-1/2} J V_1^{-1/2}. \quad (23)$$

由引理 1 可知, 充液挠性航天器系统状态变量能够在有限时间到达 $s = 0$ 上, 并沿滑模面运动。

考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_3 = \mathbf{q}^T \mathbf{q} + (1 - q_0)^2. \quad (24)$$

将式(24)对时间求一阶导数可得

$$\dot{V}_3 = \mathbf{q}^T \omega. \quad (25)$$

当充液挠性航天器处于滑模阶段时, 满足

$$s = \omega + \beta \text{sig}(\mathbf{q})^r = 0. \quad (26)$$

将式(26)代入式(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -\beta \mathbf{q}^T |\mathbf{q}|^r \text{sign}(\mathbf{q}) = \\ & -\beta \sum_{i=1}^3 |q_i|^{r+1} \leq -\beta \left(\sum_{i=1}^3 q_i^2 \right)^{\frac{r+1}{2}} = \\ & -\beta (\mathbf{q}^T \mathbf{q})^{\frac{r+1}{2}}. \end{aligned} \quad (27)$$

V_3 还满足

$$V_3 = \mathbf{q}^T \mathbf{q} + (1 - q_0)^2 \leq \mathbf{q}^T \mathbf{q} + 1 - q_0^2 = 2\mathbf{q}^T \mathbf{q}. \quad (28)$$

将式(28)代入式(27)得到

$$\dot{V}_3 \leq -\beta \left(\frac{1}{2} V_3 \right)^{\frac{r+1}{2}}. \quad (29)$$

根据有限时间收敛定理可知, 充液挠性航天器系统变量会在有限时间收敛至平衡位置, 即 $\lim_{x \rightarrow T} \mathbf{q} = 0$,

$\lim_{x \rightarrow T} \omega = 0$ 。

2.3 模糊滑模控制

控制力矩的振颤现象是终端滑模控制不可避免的问题, 由所设计的控制律 τ 中的切换函数 $p \text{sign}(s)$ 引起, 这里对该项进行优化达到抑制振颤的目的。

模糊控制^[22-24] 为优化航天器的姿态机动提供了新的思路。可以很好地对滑模控制中的切换增益进行改进。切换增益 p 是引起控制力矩抖动的重要原因, 如果 p 取常数, 则 $p \text{sign}(s)$ 引起的抖动非常剧烈, 因此采用模糊控制对切换增益 p 进行改进, 同时改进的模糊终端滑模控制不会影响原来终端滑模控制的性能, 即 $\lim_{x \rightarrow T} \mathbf{q} = 0$, $\lim_{x \rightarrow T} \omega = 0$ 。

如果系统没有到达滑模面, 需要快速到达滑模面; 当系统到达滑模面即 $s = 0$, 则需要保持在滑模面上。这里设计如下模糊规则: 若 $|ss|$ 大, 则需要增大 p ; 若 $|ss|$ 小, 则需要减小 p 。由这两条模糊规则可以设计

模糊控制系统, 采取 s 和 $\dot{s}$ 作为模糊控制器的动态输入, p 的变化量 Δp 作为输出。

将系统的输入与输出均量化为五个等级, 有

$$s = \{\text{NB NM ZO PM PB}\},$$

$$\dot{s} = \{\text{NB NM ZO PM PB}\},$$

$$\Delta p = \{\text{NB NM ZO PM PB}\}.$$

式中, NB表示负大, NM表示负中, ZO表示零, PM表示正中, PB表示正大。输入与输出的隶属度函数如图2~3所示。

对输出变量 Δp 编写 25 条模糊规则, 得到对应的模糊规则云图如图4所示。采用重心法去模糊化, 得到 Δp 的精确值。优化后的 $\hat{p}$ 值为

$$\hat{p} = p + \Delta p.$$

3 数值仿真

选取航天器的转动惯量为

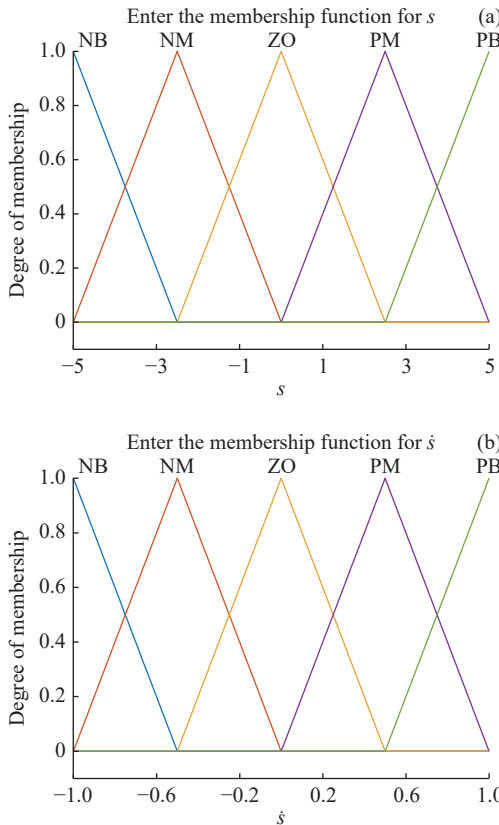


图2 模糊输入的隶属度函数

Fig. 2 Membership function of fuzzy input

$$\mathbf{J}_b = \begin{bmatrix} 503 & 0 & 0 \\ 0 & 385 & -5 \\ 0 & -5 & 420 \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^2),$$

不确定惯性矩阵为

$$\Delta \mathbf{J} = \text{diag} \{0.01 \sin(0.1t), 0.02 \cos(0.2t), 0.03 \sin(0.3t)\}.$$

假设航天器的外部干扰力矩为

$$\mathbf{T}_d = 0.02 \begin{bmatrix} 3 + 2 \sin(0.1t) \\ 2 + 3 \sin(0.2t) \\ 1 + 2 \cos(0.3t) \end{bmatrix} (\text{N} \cdot \text{m}).$$

液体等效模型相关参数选取为

$$m_p = 10 \text{ kg}, \quad l = 0.228 \text{ m},$$

$$r_x = 0.8 \text{ m}, \quad r_y = r_z = 0,$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = 0.05, \quad g = 1.689 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

挠性附件相关参数为

$$E = 7 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}, \quad l_1 = 3 \text{ m},$$

$$r_0 = 0.65 \text{ m}, \quad I = 3 \times 10^{-9} \text{ m}^2,$$

$$\rho = 2.8 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \quad A = 1.125 \times 10^{-2} \text{ m}^2.$$

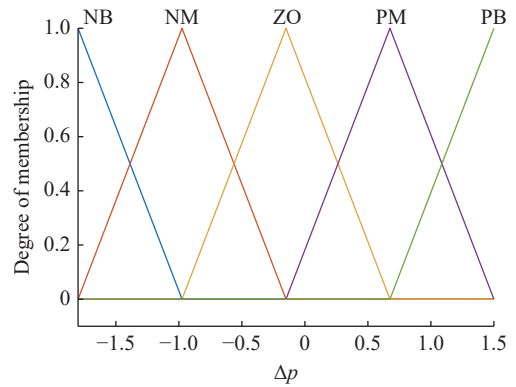


图3 模糊输出 Δp 的隶属度函数

Fig. 3 Membership function of fuzzy output

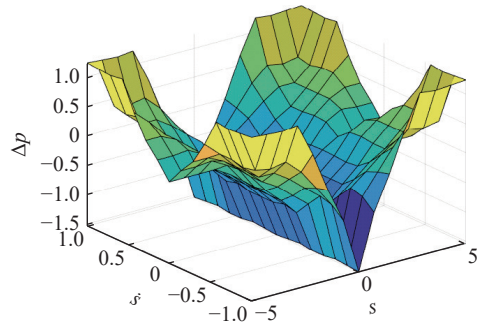


图4 输出 Δp 的模糊规则云图

Fig. 4 Outputted cloud map of fuzzy rules

各阶模态阻尼系数为

$$\xi_1 = 0.01, \xi_2 = 0.007, \xi_3 = 0.005.$$

干扰观测器相关参数为

$$k_1 = 0.2.$$

终端滑模参数选取为

$$r = 1.8, \beta = 8, p = 1.5.$$

为验证本文所设计控制方法的鲁棒性和有效性,给出两种情形下的仿真结果。

情形一 采用本文设计的基于干扰观测器的终端滑模控制器进行仿真研究。仿真结果如图 5~10 所示。

图 5 给出了系统实际集总扰动及其估计值的响应,可以看出充液挠性航天器控制系统中集总扰动 $\bar{T}_d$ 可以被观测器有效估计到。在稳态响应区间干扰估计误差精确,拥有良好的观测性能,可消除未知干

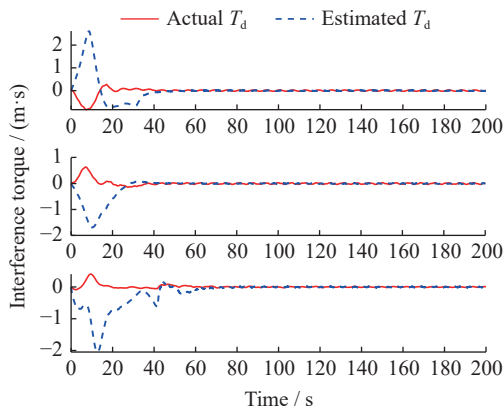


图 5 干扰力矩及其估计值响应

Fig. 5 Interference torque and its estimated response

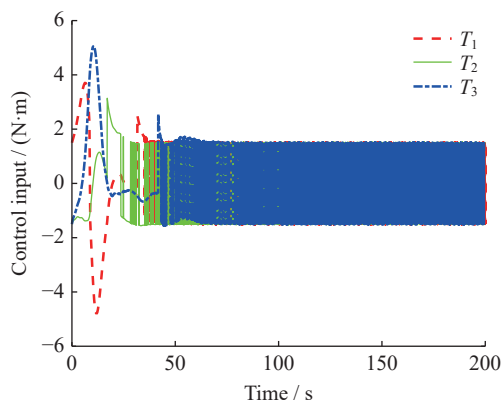


图 6 情形一控制力矩响应

Fig. 6 Control moment response in Case 1

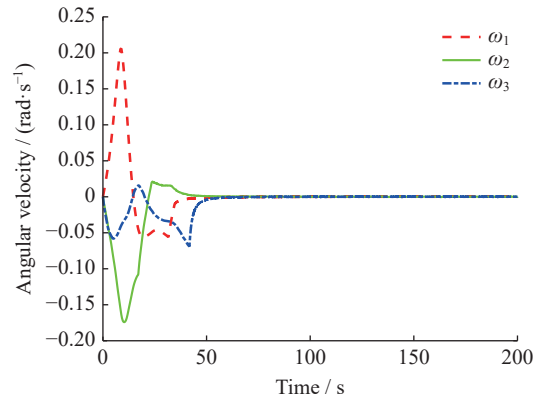


图 7 情形一角速度响应

Fig. 7 Angular velocity response in Case 1

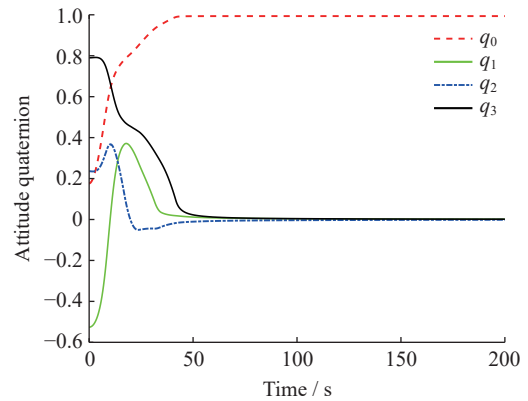


图 8 情形一姿态四元数响应

Fig. 8 Attitude quaternion moment response in Case 1

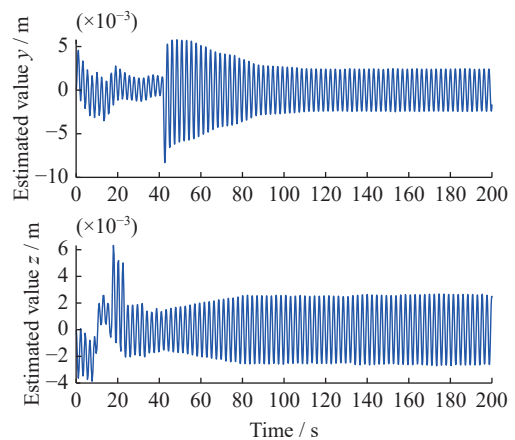


图 9 情形一等效球摆晃动位移响应

Fig. 9 Equivalent ball swing displacement response in Case 1

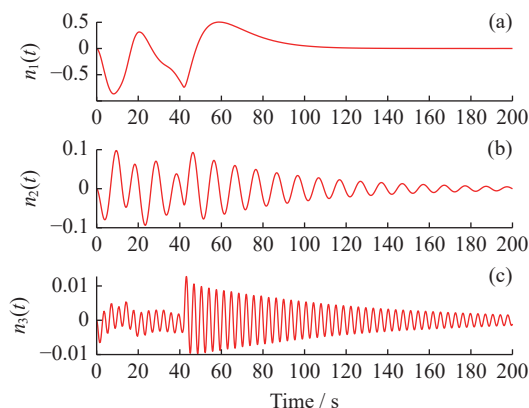


图 10 情形一挠性附件的三阶模态坐标响应

Fig. 10 Third order mode coordinate response of flexible attachment in Case 1

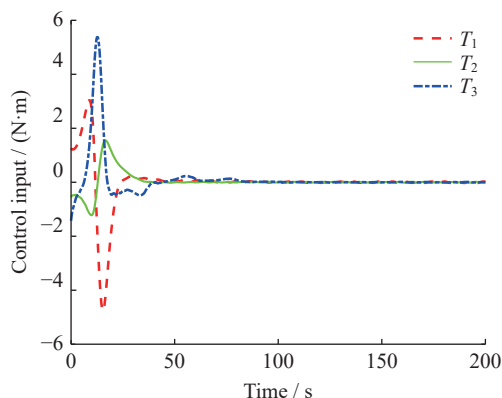


图 11 情形二控制力矩响应

Fig. 11 Control moment response in Case 2

扰对姿态机动的影响, 增强系统的鲁棒性。

图 6 和图 7 分别给出控制力矩响应和角速度响应, 可以看出系统进入相对稳定阶段后, 由于切换函数项中符号函数的存在, 终端滑模控制下的充液挠性航天器系统存在明显抖动。

情形二 在情形一的控制器基础上采用模糊控制对终端滑模中的切换增益优化。仿真结果如图 11~15 所示。

根据情形一的仿真结果, 选取模糊控制的输入和输出范围如下:

$$\begin{aligned} s &\in (-5, 5), \quad \dot{s} \in (-1, 1), \\ \Delta p &\in (-1.8, 1.8). \end{aligned}$$

图 11 和图 12 分别给出情形二的控制力矩响应和角速度响应, 对比情形一发现, 加入模糊控制后终端滑模控制中的切换增益随着航天器的姿态机动过

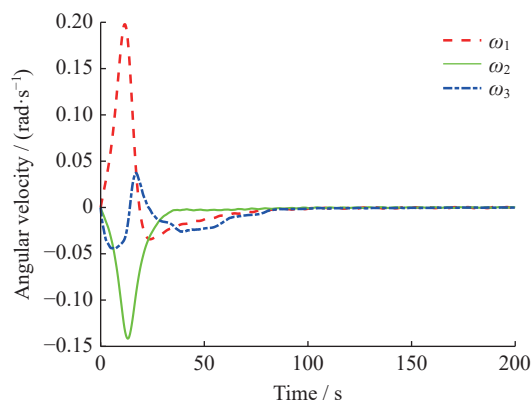


图 12 情形二角速度响应

Fig. 12 Angular velocity response in Case 2

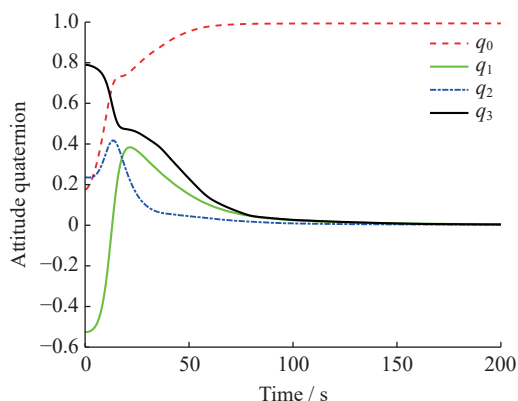


图 13 情形二姿态四元数响应

Fig. 13 Attitude quaternion moment response in Case 2

程实时变化, 能够明显改善系统的抖振, 增强系统的稳定性能, 但是增加了系统的收敛时间。可见本文设计的复合控制器能够使充液挠性航天器姿态机动变化更加平滑, 同时也延长了航天器的使用寿命。

图 14 和图 15 分别给出情形二的液体晃动位移响应和挠性附件前三阶模态坐标响应, 对比情形一发现, 模糊控制可以有效减小系统的一些残余振动。这证明了本文设计的复合控制器对系统振动抑制的有效性。

4 结论

针对充液挠性航天器姿态机动与振动抑制问题进行了研究。首先建立了刚-液-柔三体耦合的航天器动力学模型。考虑到航天器存在外部未知干扰、参数不确定的问题, 设计干扰观测器对系统的集总干扰

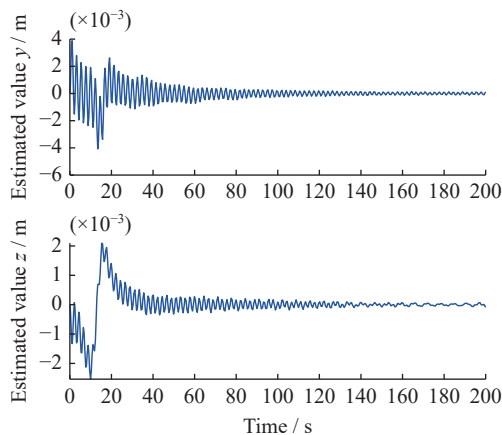


图 14 情形二等效球摆动位移响应

Fig. 14 Equivalent ball swing displacement response in Case 2

进行估计和补偿。针对航天器的姿态机动,设计结合模糊控制技术的终端滑模控制器,使系统的状态变量朝期望方向发展。最后仿真结果验证了本文方法的有效性。

参考文献

- [1] REYHANOGU M, HERVAS J R. Robotically controlled sloshing suppression in point-to-point liquid container transfer[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2013, **19**(14): 2137-2144
- [2] SONG Xiaojuan, WANG Hongwei, YUE Baozeng. Adaptive robust fault tolerant control of liquid-filled spacecraft with measurement uncertainty[J]. *Journal of Astronautics*, 2022, **43**(5): 638-648 (宋晓娟, 王宏伟, 岳宝增. 测量不确定的充液航天器自适应鲁棒容错控制[J]. 宇航学报, 2022, **43**(5): 638-648)
- [3] DENG M L, YUE B Z. Attitude dynamics and control of liquid filled spacecraft with large amplitude fuel slosh[J]. *Journal of Mechanics*, 2017, **33**(1): 125-136
- [4] DENG Mingle, YUE Baozeng, HUANG Hua. Study on the equivalent mechanical model for large amplitude slosh[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, **37**(6): 631-638 (邓明乐, 岳宝增, 黄华. 液体大幅晃动类等效力学模型研究[J]. 宇航学报, 2016, **37**(6): 631-638)
- [5] NAVABI M, DAVOODI A, REYHANOGU M. Optimum fuzzy sliding mode control of fuel sloshing in a spacecraft using PSO algorithm[J]. *Acta Astronautica*, 2020, **167**: 331-342
- [6] LIU Feng, YUE Baozeng, MA Bole, et al. Equivalent dynamics modeling and analysis of liquid-filled spacecraft with fuel consumption[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, **52**(5): 1454-1464 (刘峰, 岳宝增, 马伯乐, 等. 燃料消耗下充液航天器等效动力学建模与分

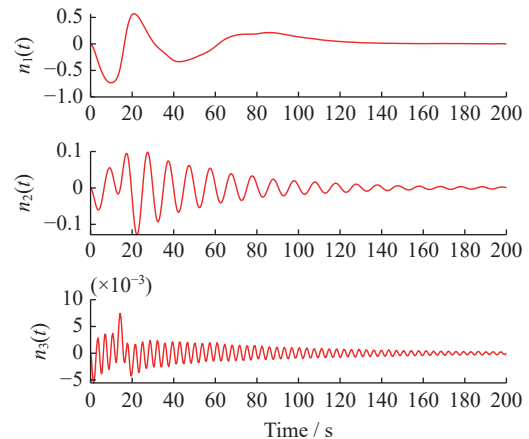


图 15 情形二挠性附件的三阶模态坐标响应

Fig. 15 Third order modal coordinate response of flexible attachment in Case 2

- 析[J]. 力学学报, 2020, **52**(5): 1454-1464)
- [7] YU Qiang, WANG Tianshu. SPH method for large-amplitude liquid sloshing with variable mass in liquid-filled spacecraft[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, **42**(1): 22-30 (于强, 王天舒. 充液航天器变质量液体大幅晃动的SPH分析方法[J]. 宇航学报, 2021, **42**(1): 22-30)
- [8] YAN Yulong, SHEN Yunfeng, YUE Baozeng. Research on dynamics of liquid-filled spacecraft carrying plate-type flexible appendages[J]. *Journal of Astronautics*, 2020, **41**(5): 531-540 (闫玉龙, 申云峰, 岳宝增. 含板类柔性附件的充液航天器动力学研究[J]. 宇航学报, 2020, **41**(5): 531-540)
- [9] ZHU Zhihao, GUO Yu, CHEN Qingwei. Finite-time control for multiple model liquid-filled flexible spacecraft[J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2020, **44**(2): 134-141 (朱志浩, 郭毓, 陈庆伟. 多模态充液挠性航天器有限时间控制[J]. 南京理工大学学报, 2020, **44**(2): 134-141)
- [10] DOU Liqian, DU Miaomiao, ZHANG Xiuyun, et al. Fuzzy disturbance observer-based sliding mode control for liquid-filled spacecraft with flexible structure under control saturation[J]. *IEEE Access*, 2019, **7**: 149810-149819
- [11] SONG Xiaojuan, WANG Hongwei, LV Shufeng. Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation[J]. *Control and Decision*, 2021, **36**(5): 1078-1086 (宋晓娟, 王宏伟, 吕书锋. 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制[J]. 控制与决策, 2021, **36**(5): 1078-1086)
- [12] WANG Xuebing, WU Zhong. Attitude control of flexible satellites via disturbance-observer-based sliding mode controller[J]. *Aerospace Control and Application*, 2017, **43**(2): 36-42 (王雪冰, 吴忠. 基于干扰观测器的挠性卫星姿态滑模变结构控制[J]. 空间控制技术与应用, 2017, **43**(2): 36-42)
- [13] QIN Li, LIU Fucui, LIANG Lihuan, et al. H_∞ control for spacecraft chaotic attitude motion by liquid sloshing disturbance observer[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(9):

- 090502 (秦利, 刘福才, 梁利环, 等. 基于液体晃动干扰观测器的航天器混沌姿态 H_∞ 控制[J]. *物理学报*, 2014, **63**(9): 090502)
- [14] CAI Yuanli, LI Huijie. Research and development status of terminal sliding mode control[C]//System Simulation Professional Committee of China Association of Automation. Proceedings of the 19 th Chinese Annual Conference on System Simulation Technology and Its Application. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2018: 12-16 (蔡远利, 李慧洁. 终端滑模控制研究与发展现状[C]//中国自动化学会系统仿真专业委员会. 第19届中国系统仿真技术及其应用学术年会论文集. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2018: 12-16)
- [15] YUAN Li, MA Guangfu, DONG Jingwei, *et al.* Fixed-time terminal sliding mode control for close-range rendezvous[J]. *Journal of Astronautics*, 2018, **39**(2): 195-205 (袁利, 马广富, 董经纬, 等. 航天器近距离交会的固定时间终端滑模控制[J]. *宇航学报*, 2018, **39**(2): 195-205)
- [16] ZHU Qinghua, DONG Ruiqi, MA Guangfu. Dynamical sliding mode for flexible spacecraft attitude control[J]. *Control Theory & Applications*, 2018, **35**(10): 1430-1435 (朱庆华, 董瑞琦, 马广富. 基于动态滑模控制的挠性航天器姿态控制[J]. *控制理论与应用*, 2018, **35**(10): 1430-1435)
- [17] YUE Baozeng, LI Xiaoyu. Adaptive terminal sliding mode control for spacecraft with translation and attitude maneuvers[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2018, **16**(4): 332-337 (岳宝增, 李晓玉. 航天器平移及姿态机动自适应终端滑模控制[J]. *动力学与控制学报*, 2018, **16**(4): 332-337)
- [18] MA Guangfu, ZHU Qinghua, WANG Pengyu, *et al.* Adaptive prescribed performance attitude tracking control for spacecraft via terminal sliding-mode technique[J]. *Acta Aeronauticae Astronautica Sinica*, 2018, **39**(6): 321763 (马广富, 朱庆华, 王鹏宇, 等. 基于终端滑模的航天器自适应预设性能姿态跟踪控制[J]. *航空学报*, 2018, **39**(6): 321763)
- [19] ZOU A M, DEV KUMAR K, HOU Z G, *et al.* Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and Chebyshev neural network[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2011, **41**(4): 950-963
- [20] LI Shengbo, LI Keqiang, WANG Jianqiang, *et al.* Nonsingular and fast terminal sliding mode control method[J]. *Information and Control*, 2009, **38**(1): 1-8 (李升波, 李克强, 王建强, 等. 非奇异快速的终端滑模控制方法[J]. *信息与控制*, 2009, **38**(1): 1-8)
- [21] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, **38**(3): 751-766
- [22] ZHI Jingde, GE Xinsheng. Attitude maneuver and buffeting suppression of flexible spacecraft based on fuzzy sliding mode control[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2020, **37**(5): 1972-1979 (支敬德, 戈新生. 基于模糊滑模控制的挠性航天器姿态机动及抖振抑制研究[J]. *应用力学学报*, 2020, **37**(5): 1972-1979)
- [23] ZHOU Zhanjie, WANG Xinsheng, WANG Yan. Spacecraft attitude control based on fuzzy adaptive algorithm[J]. *Electric Machines and Control*, 2019, **23**(2): 123-128 (周湛杰, 王新生, 王岩. 基于模糊自适应算法的航天器姿态控制[J]. *电机与控制学报*, 2019, **23**(2): 123-128)
- [24] ZHI Jingde, GE Xinsheng. Research on vibration suppression of flexible spacecraft based on fuzzy PD control[J]. *Computer Simulation*, 2022, **39**(3): 52-56, 209 (支敬德, 戈新生. 基于模糊PD控制的柔性航天器振动抑制研究[J]. *计算机仿真*, 2022, **39**(3): 52-56, 209)