0254-6124/2022/42(5)-0984-07 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

LEI Xiangxu, XIA Shengfu, YANG Yang, WANG Xiaozhen, ZHANG Zhengyuan, LI Zhenwei, SANG Jizhang. Comparison of Initial Orbit Determination Methods with Very-Short-Arc Angle Observations from LEO Space Debris (in Chinese). *Chinese Journal of Space Science*, 2022, **42**(5): 984–990. DOI:10.11728/cjss2022.05.211026108

LEO 空间碎片甚短弧角度数据初轨确定方法对比*

雷祥旭[1,2] 夏胜夫[3] 杨 洋[4] 王啸臻[4]
张郑元[3] 李振伟[5] 桑吉章[3]

1(山东理工大学建筑工程学院 淄博 255000)

2(中国科学院国家天文台 北京 100101)

3(武汉大学测绘学院 武汉 430079)

4(中国人民解放军 63768 部队 西安 710600)

5(中国科学院国家天文台 长春人造卫星观测站 长春 130117)

摘 要 光学观测是空间目标观测中最常见的一种观测方式。采用扫描模式工作时光学观测得到的观测弧段弧长通常很短，有时甚至不到被观测空间目标运行周期的 1%，这样的角度数据被称为甚短弧角度数据。基于近圆 LEO 空间碎片地基实测场景，研究比较仅利用角度数据进行初始轨道确定常用方法的性能差异，分析观测弧长对不同初轨确定算法的定轨成功率和误差的影响，为初轨确定工作提供参考。对比分析了常用的几种方法，包括 Laplace 方法、Gauss 方法、Gooding 方法和近几年提出的距离搜索算法等。大规模实测数据处理结果显示，距离搜索算法的成功率高于 90%，初轨半长轴统计误差仅为 25 km。初轨结果表明，距离搜索算法定轨成功率高于其他算法。研究成果可为解决空间碎片初轨确定问题提供参考。

关键词 空间碎片，目标编目，甚短弧，角度数据，初轨确定

中图分类号 P228，V412.4+1

Comparison of Initial Orbit Determination Methods with Very-Short-Arc Angle Observations from LEO Space Debris

LEI Xiangxu[1,2] XIA Shengfu[3] YANG Yang[4] WANG Xiaozhen[4]
ZHANG Zhengyuan[3] LI Zhenwei[5] SANG Jizhang[3]

1(*School of Civil and Architecture Engineering, Shandong University of Technology, Zibo* 255000)

2(*National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100101)

* 国家自然科学基金项目（41874035），武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放基金项目（21-01-02）和重庆市教委科学技术研究项目（KJQN202200701）共同资助

2021-10-26 收到原稿，2022-05-07 收到修定稿

E-mail：xxlei@whu.edu.cn

3(*School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan* 430079)

4(63768 *of PLA, Xi'an* 710600)

5(*Changchun Observatory, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130117)

Abstract Optical observation is the most common observation method for space objects. When optical telescopes work in scanning mode, the obtained observation arc length is usually very short, even less than 1% of the orbital period of the observed space object. And such angle observation arc is called Very-Short-Arc (VSA) angle observation. Based on the VSA of the near-circular LEO space debris, this paper studies the performance differences of commonly used methods for initial orbit determination. The influence of observation arc length on the success rate and error of different initial orbit determination algorithms is analyzed. The results can provide reference for initial orbit determination. Several commonly used methods, such as Laplace method, Gauss method, Gooding method and Range-Search (RS) algorithm, proposed in recent years, are compared and analyzed. The results of large-scale VSA show that the success rate of the RS algorithm is higher than 90%, and the statistical error of the semi-major axis of the initial orbit elements is only 25 km. Results show that the succeed rate of RS method is better than other algorithms. The research results can provide reference for subsequent observation data processing.

Key words Space debris, Space object catalogue, Very-Short-Arc (VSA), Angle observations, Initial orbit determination

0 引言

随着航天技术的不断发展,人类空间探索活动越来越频繁,越来越多的航天器被送入太空,轨道碎片的数量随之大幅增长,空间目标之间的碰撞风险亦随之增大,航天器的安全运行面临着严重威胁。因此,近年来空间碰撞预警、航天器规避操作、空间碎片清除等技术的研究不断深入[1-5]。开展这些研究的前提是对空间目标进行有效的监测和编目。空间目标包括在轨工作航天器和空间碎片,空间碎片是人类遗留在空间的废弃物,包括完成任务的火箭箭体和卫星本体、火箭的喷射物、执行航天任务过程中的抛射物以及空间目标碰撞产生的碎片等[6,7]。

轨道确定是空间目标监测数据处理的主要步骤,按照处理过程可以分为初轨确定和轨道改进[8,9],其中轨道改进又称为精密定轨。前者是在没有任何初始信息的前提下,利用短弧段的观测数据,采用比较简单的动力学模型(通常是二体模型)快速计算空间目标的初始轨道[10,11]。初轨确定的结果可以作为轨道改进的初始值,高精度的初轨参数可以节省精密定轨的时间,提高精密定轨的精度[12]。

初轨确定的方法有多种,包括 Gauss 方法、Laplace 方法、Gooding 方法等经典算法[13,14] 以及遗传算法[15] 等现代算法。现有方法一般适用于几分钟到几十分钟的观测弧段,例如文献 [12] 发现弧长超过 400 s 的弧段初轨确定结果较好,随着弧长增长,观测数据增多,定轨误差降低,但当弧长达到一定长度后,误差有所增大并最终趋于稳定。但实测场景为非跟踪模式观测时,空间目标角度观测数据弧长往往小于 60 s,甚至不足 20 s,有必要利用实际观测数据测试各算法的性能和可靠性。另外,上述算法各有特点,不同观测数据条件下的结果也有较大差别,为了在不同场景下得到尽可能精确的解,有必要进行不同方法之间的比较,比较结果有利于在不同场景下筛选最合适的算法,进而得到尽可能最优的解。

利用天基仿真角度数据和地基实测角度数据对现有的甚短弧初轨确定算法进行了测试和对比分析,得出了各种方法的优劣特性,可为相关轨道确定问题提供参考。

1 初轨确定方法

初轨确定涉及的算法主要包括 Laplace 方法、Gauss 方法、Gooding 方法和距离搜索法。Laplace 方法只需要被观测目标的三次光学测量即可进行求解，通过构造方程，利用首尾两时刻的观测资料，计算中间时刻的位置和速度，然后通过经典二体问题求解初轨参数。基于此，Laplace 方法只需要初始的光学观测资料，不需要任何初始值信息。该方法基本原理如下[12, 14]。

在某时刻，空间目标观测方程如下：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{R} + \rho \boldsymbol{L}. \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{r}$为空间目标位置矢量，$\boldsymbol{R}$为观测平台位置矢量，$\boldsymbol{L}$为观测方向单位矢量，ρ为观测距离。对式(1)进行二次求导可得

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{\rho}\boldsymbol{L} + \rho\dot{\boldsymbol{L}} + \dot{\boldsymbol{R}}, \tag{2}$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \ddot{\rho}\boldsymbol{L} + 2\dot{\rho}\dot{\boldsymbol{L}} + \rho\ddot{\boldsymbol{L}} + \ddot{\boldsymbol{R}}. \tag{3}$$

二体问题的基础运动方程为

$$\ddot{\boldsymbol{r}} + \frac{\mu}{r^3}\boldsymbol{r} = 0. \tag{4}$$

其中，$\mu = G(m_1 + m_2)$，G为万有引力常数，$m_1 + m_2$为二体系统总质量。因此，式(3)可以表示为

$$-\frac{\mu}{r^3}(\boldsymbol{R} + \rho\boldsymbol{L}) = \ddot{\rho}\boldsymbol{L} + 2\dot{\rho}\dot{\boldsymbol{L}} + \rho\ddot{\boldsymbol{L}} + \ddot{\boldsymbol{R}}. \tag{5}$$

其中，$\rho, \dot{\rho}, \ddot{\rho}$和$r$为未知量，其他量均可通过观测值推导得到。假设给定$r$的初始值为$r_0$，式 (5) 可通过行列式和克莱姆法则求解，进而通过迭代求解得到最终的初轨参数。

Gauss 方法假设三个位置矢量都位于同一平面上，并根据几何关系引入 f 和 g 级数，建立关于目标位置矢量的方程式并求解[12,14]。根据三个位置矢量都位于同一平面上的假设，引入未知系数c_1, c_2, c_3，有

$$c_1\boldsymbol{r}_1 + c_2\boldsymbol{r}_2 + c_3\boldsymbol{r}_3 = 0. \tag{6}$$

$\boldsymbol{r}_1$和$\boldsymbol{r}_3$分别叉乘式(6)，可得

$$\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_3(c_1) = \boldsymbol{r}_2 \times \boldsymbol{r}_3(-c_2), \tag{7}$$

$$\boldsymbol{r}_3 \times \boldsymbol{r}_1(c_3) = \boldsymbol{r}_2 \times \boldsymbol{r}_1(-c_2). \tag{8}$$

通过引入 f 和 g 级数的方式，可以把首尾两时刻的位置矢量$\boldsymbol{r}_1$和$\boldsymbol{r}_3$表示为中间时刻位置矢量$\boldsymbol{r}_2$和速度矢量$\dot{\boldsymbol{r}}_2$的函数，通过变换处理，最终可通过类似于 Lambert 问题的方式求解空间目标的轨道根数解。

文献 [14] 和 [16] 提出了一种完全不同的方法，其基本原理是通过观测距离的迭代估计，将角度问题转换为 Lambert 问题(已知两个时刻的位置矢量求解开普勒轨道参数)，称为测距迭代方法。在测距迭代方法的基础上，Gooding 又提出一种新的方法[13]。同样是基于观测距离的迭代改进，Gooding 方法与测距迭代方法的主要不同在于，前者采用三个时刻之间的时间差(即Δt_{12}和Δt_{32})作为目标函数，后者通过t_1和t_3时刻假设的测距信息计算t_2时刻目标相对于测站的位置矢量，该矢量在与t_2时刻望远镜视准线垂直的平面上的投影即为目标函数[17]。Laplace 法、Gauss 法和 Gooding 法的数学模型及公式推导过程可以参考文献 [6] 和 [14]。

在上述方法的基础上，文献 [18] 提出了距离搜索法，其实现过程如下。假设在$t_1, t_2, \cdots, t_n$时刻分别获得某空间目标的角度观测值赤经$\alpha_i (i = 1, 2, 3, \cdots, n)$和赤纬$\delta_i (i = 1, 2, 3, \cdots, n)$。测站到空间目标方向(即望远镜视线方向)的单位矢量$\boldsymbol{L}_i (i = 1, 2, \cdots, n)$可以表示为

$$L_{xi} = \cos(\delta_i)\cos(\alpha_i), \tag{9}$$

$$L_{yi} = \cos(\delta_i)\sin(\alpha_i), \tag{10}$$

$$L_{zi} = \sin(\delta_i). \tag{11}$$

L_{xi}, L_{yi}, L_{zi}分别为$\boldsymbol{L}_i$在天球坐标系下三个方向的分量。利用ρ_1和ρ_n表示t_1和t_n时刻的观测距离，如果已知ρ_1和ρ_n，即可根据$\boldsymbol{r_i} = \boldsymbol{R}_i + \rho_i\boldsymbol{L}_i (i = 1, n)$得到两个位置矢量$\boldsymbol{r}_1$和$\boldsymbol{r}_n$，这样纯角度的初轨确定问题转换为基于两个位置矢量的轨道确定问题，即初轨确定 Lambert 问题。可以在一定区间内以一定步长分别假设ρ_1和ρ_n的值，这样每一个观测值组合可以算出一组轨道参数，基于此参数可以计算其他时刻的角度观测值，并与实际观测值进行比较。根据残差进行判断，筛选出可能的定轨结果，进而根据半长轴和偏心率等约束可筛选出最优解。

2 地基监测 LEO 目标

2.1 仿真地基监测 LEO 目标数据

设定光学望远镜参数并仿真产生 LEO 目标监测数据。设定光学监测站地心地固系坐标，光学望远镜视场为 6°×6°。仿真时间为 2014 年 11 月 15—16 日。仿真产生空间目标轨道，根据可见性条件[20,21] 仿真产生角度观测数据[22]，得到 120 个目标的观测数据，采

样频率为 1 Hz。目标的轨道分布如图 1 所示。

这些观测数据弧长均大于 10 s, 但在实际计算时会根据要求截取弧段的前 30 s 或者 60 s。基于仿真角度数据, 添加不同的观测误差, 进行初轨确定, 分析观测值角度误差对定轨的影响。初轨计算结果分别列于表 1 和表 2。

根据表 1 和表 2, 在最理想的情况下(角度误差为零时), Gauss 方法的初轨确定成功率非常高, 同时半长轴的误差也较小(50 km)。随着角度误差增大, 初轨确定成功率下降并且初轨误差显著增大, 当角度误差为 5"时, 半长轴误差达到 1500 km(见表 2)。对比这三种方法可以发现, Laplace 方法的成功率最低; 当角度误差很小(≤0.5")时, Gauss 方法误差最小, 成功率也较高。对比表 1 和表 2 可知, 同等误差条件下, 随着观测数据弧长增大, Gauss 方法和 Gooding 方法初轨误差显著降低, 而 Laplace 方法初轨误差变化不大。

2.2 地基实测 LEO 目标数据

采用中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站的角度观测数据进行计算。长春人造卫星观测站光电阵由 8 台口径 15 cm、焦距 15 cm 的光学望远镜组成, 每台望远镜配置 1 台分辨率为 3000 pixel×3000 pixel 的 CCD。此外还配置了 8 台图像处理计算机, 1 台 GPS 时钟, 电控系统, 图像采集与处理系统等。光电阵监视天区高达 1590 平方度, 主要观测 0.5～1 m 的空间碎片, 角度误差为 9", 角度数据时间间隔约 1.7 s[23]。该设备主要用于空间碎片的观测和研究。

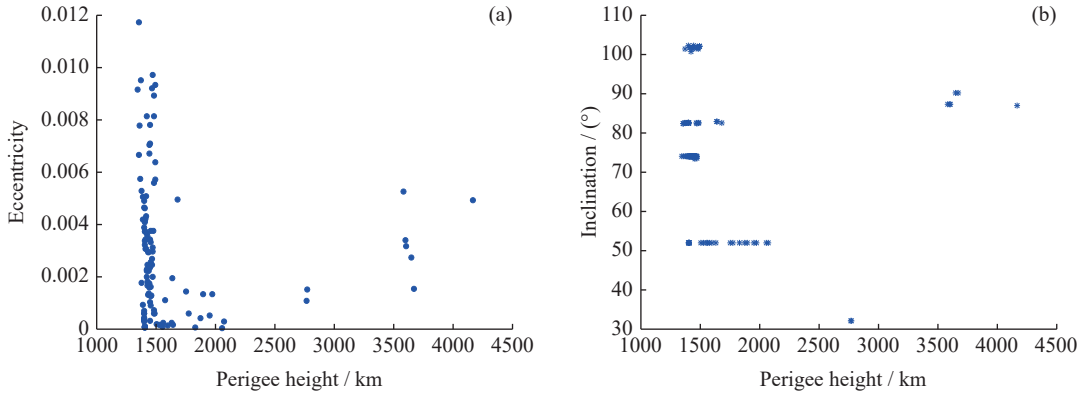


图 1 仿真观测 LEO 目标轨道近地点高度与偏心率分布

Fig. 1 Orbit distributions of LEO objects for generating simulated observations

表 1 仿真地基监测 LEO 目标 10～30 s 弧长数据初轨结果

Table 1 IOD results of the arcs with length ranging from 10～30 s of LEO objects with ground-based observations

方法	观测误差 RMS/(")	成功率/(%)	半长轴误差/km
Gauss	0	96.0	50
	0.5	92.5	80
	5	40.0	4000
	10	32.5	5000
Laplace	0	92.5	170
	0.5	41.7	220
	5	2.5	250
	10	0.81	270
Gooding	0	97.5	55
	0.5	64.2	345
	5	8.3	800
	10	4.2	830

表 2 仿真地基监测 LEO 目标 30～60 s 弧长数据初轨结果

Table 2 IOD results of the arcs with length ranging from 30～60 s of LEO objects with ground-based observations

方法	观测误差 RMS/(")	成功率/(%)	半长轴误差/km
Gauss	0	100.0	50
	0.5	92.5	60
	5	85.0	1500
	10	80.0	4500
Laplace	0	29.2	300
	0.5	35.0	320
	5	21.7	290
	10	10.8	260
Gooding	0	96.6	50
	0.5	95.8	280
	5	56.7	300
	10	30.8	300

利用其 2017 年 8 月 24—26 日的观测数据，结合 TLE 目标编目库数据，通过关联找出已编目 TLE 目标的数据。合并重复目标后统计发现，所选三天时间内共观测到 1960 个空间目标，观测一次和两次目标的数量分别为 529 和 319，占比为 27% 和 16%(见表 3)。

利用已知目标的观测弧段，对初轨确定方法进行测试，并对初轨结果进行分析。图 2 给出了观测数据弧长分布，可以看出弧长小于 30 s 的弧段占比约为 40%，小于 60 s 的弧段占比约为 70%，即大多数都属于甚短弧光学弧段。图 3 给出了地基光电阵观测到的目标轨道分布情况。根据图 3 可知，观测到的目标大部分是 LEO 目标，轨道高度在 2000 km 以下，倾角大部分位于 60°～105°。

利用 2017 年 8 月 24 日长春光电阵的角度数据，通过截取不同长度的观测数据，进行不同方法的初轨确定试验，分析观测弧段弧长对定轨结果的影响(见表 4)。由表 4 可知，四种算法的整体表现与表 1 和表 2 相似。具体而言，对长春光电阵角度数据进行初轨确定，距离搜索法成功率较高，并且误差较小，Laplace 方法成功率最低；无论采用哪种方法，初轨误差均较大，这可能是由于角度误差太大引起的。另外，当观测数据弧长从 10～30 s 变为 30～60 s 时，四种方法的初轨成功率显著提高，采用 Laplace 方法和 Gooding 方法时初轨误差基本不变，但采用 Gauss 方法时，初轨误差显著降低。总体而言，距离搜索算法表现最好，轨道计算成功率最高并且误差最小。以上结果说明，距离搜索算法适用于实测地基甚短弧角度数据的定轨。

表 3　识别出的空间目标和观测弧段数量

Table 3　Number of the identified space objects and the arcs

日期	观测弧段数量	识别出所属目标的弧段数量	识别出的空间目标数量
2017–08–24	4100	3458	1299
2017–08–25	1626	1396	594
2017–08–26	4894	4163	1587

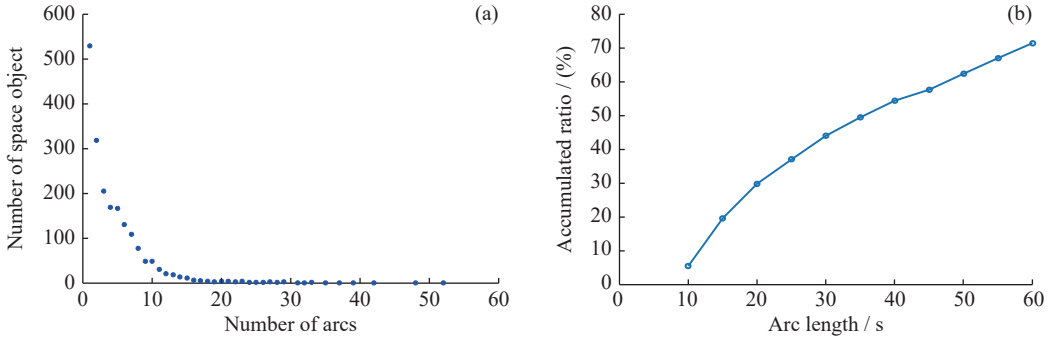


图 2　空间目标观测弧段数目和观测数据弧长累计分布

Fig. 2　Arc number of the space objects and the accumulated ratio of the arcs with different length

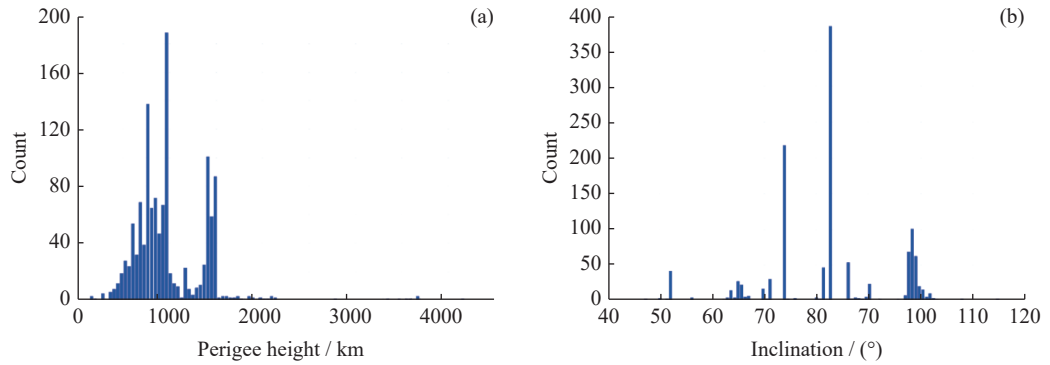


图 3　地基光电阵观测到的目标轨道参数分布（近地点高度、倾角与空间目标数量）

Fig. 3　Distribution of the orbit elements of the space objects obtained by the ground-based EO array (Altitude of the perigee, inclination and the number of space objects)

2.3 仿真天基监测数据

设定天基监测卫星的轨道为圆轨道, 轨道高度为 610 km, 轨道倾角约 64.5°, 望远镜指向监测卫星轨道面的法向方向, 观测频率 10 Hz。在 TLE 目标编目库中, 随机选取部分轨道高度<5000 km、偏心率<0.01 的空间碎片, 仿真角度观测数据。首先, 产生观测平台和空间碎片在 2015 年 1 月 16−19 日的“真轨道” [19], 然后反算观测目标的角度观测数据(赤经和赤纬)。选取 720 个目标的首个弧段进行初轨确定试验。弧段长度大部分为 10～20 s, 其中 146 个观测弧段弧长<10 s, 利用 ⩾10 s 的 574 个弧段进行试验。由于 Laplace 方法的成功率基本为零, 因此表 5 和表 6 给出了利用另外两种方法进行初轨确定的结果。

由表 5 可以看出, 用 Gauss 方法进行初轨确定, 当观测数据弧长位于 10～30 s 时, 与地基观测数据相比, 天基数据的初轨成功率显著降低, 并且天基数据初轨误差显著大于地基数据初轨误差, 这可能是由于天基数据平均弧长小于地基观测数据导致的。比较表 5 和表 6 可知, 弧长增大, 初轨误差显著降低。例如, 当角度误差为 10", 弧长位于 10～30 s 时, 初轨半长轴误差达到 4000 km, 而当弧长位于 30～60 s 时, 半长轴误差降为 800 km。根据 Gooding 方法的结果, 地基监测数据也整体优于天基监测数据。总体而言, 随着角度误差增大, Gauss 方法和 Laplace 方法初轨确定成功率迅速下降, 并且初轨误差急剧增大; Gooding 方法初轨结果受角度误差的影响不是很大, 并且增加弧长可显著降低初轨误差。

表 4 地基光电阵监测 LEO 目标观测数据初轨结果

Table 4 IOD results of space objects observed by the ground-based EO array

方法	弧长/s	成功率/(%)	半长轴误差/km
Gauss	10～30	52.5	1800
	30～60	94.4	600
Laplace	10～30	8.6	250
	30～60	27.6	260
Gooding	10～30	33.1	265
	30～60	81.2	285
RS method	10～30	72.10	50
	30～60	87.86	25

表 5 仿真天基监测 LEO 目标 10～30 s 弧长数据初轨确定结果

Table 5 IOD results of the arcs with length ranging in 10～30 s of LEO objects with space-based observations

方法	观测误差 RMS/(")	成功率/(%)	半长轴误差/km
Gauss	0	72.1	430
	0.5	57.6	500
	5	34.7	2000
	10	29.5	4000
Gooding	0	80.1	190
	0.5	67.2	290
	5	54.6	570
	10	47.8	780

表 6 仿真天基监测 LEO 目标 30～60 s 弧长数据初轨确定结果

Table 6 IOD results of the arcs with length ranging in 30～60 s of LEO objects with space-based observations

方法	观测误差 RMS/(")	成功率/(%)	半长轴误差/km
Gauss	0	69.1	130
	0.5	68.2	150
	5	61.0	500
	10	59.0	800
Gooding	0	98.0	130
	0.5	90.0	230
	5	58.8	380
	10	32.4	522

3 结论

初轨确定是进行空间目标编目的关键环节, 本文利用地基光电阵实测角度数据和仿真天基、地基光学监测 LEO 目标的角度观测数据, 进行了初轨确定的常用算法比较。为进行详细的算法测试, 将观测数据按照弧长分为 10～30 s 和 30～60 s 两组, 角度误差分为 0", 0.5", 5", 10"四组进行分析。结果表明, 在初轨确定成功率和初轨参数误差两个方面, 距离搜索算法表现最好, 其次为 Gooding 方法。初轨确定成功率和初轨误差受弧长和角度误差的共同影响, 弧长越长, 误差越小, 而初轨成功率越高, 初轨参数误差越小。当误差很小 (<1") 时, 可以考虑采用 Gauss 方法, 误差较大时可以考虑采用距离搜索算法。总体而言, 甚短弧角度观测数据条件下距离搜索算法在解算成功率和初轨误差两方面均表现优异, 适用于 LEO 目标初轨确定, 具有较大的应用潜力。

参考文献

[1] BAI Xianzong, CHEN Lei, ZHANG Yi, *et al.* Survey on collision assessment and warning techniques for space object[J]. *Journal of Astronautics*, 2013, **34**(8): 1027-1039 (白显宗, 陈磊, 张翼, 等. 空间目标碰撞预警技术研究综述[J]. 宇航学报, 2013, **34**(8): 1027-1039)

[2] WANG Xiaowei, LIU Jing, CUI Shuangxing. A collision probability estimation algorithm used in space debris evolutionary model[J]. *Journal of Astronautics*, 2019, **40**(4): 482-488 (王晓伟, 刘静, 崔双星. 一种应用于空间碎片演化模型的碰撞概率算法[J]. 宇航学报, 2019, **40**(4): 482-488)

[3] YU Dateng, WANG Hua, SUN Fuyu. Optimal evasive maneuver strategy with potential threatening area being considered[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, **38**(1): 281 (于大腾, 王华, 孙福煜. 考虑潜在威胁区的航天器最优规避机动策略[J]. 航空学报, 2017, **38**(1): 281)

[4] CHANG Hao, JIN Xing, HONG Yanji, *et al.* Modeling and simulation on ground-based lasers cleaning space debris[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, **33**(6): 994-1001 (常浩, 金星, 洪延姬, 等. 地基激光清除空间碎片过程建模与仿真[J]. 航空学报, 2012, **33**(6): 994-1001)

[5] JIN Xing, HONG Yanji, CHANG Hao. Simulation analysis of removal of elliptic orbit space debris using ground-based laser[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, **34**(9): 2064-2073 (金星, 洪延姬, 常浩. 地基激光清除椭圆轨道空间碎片特性的计算分析[J]. 航空学报, 2013, **34**(9): 2064-2073)

[6] WU Lianda. Orbit and Detection of Satellite and Space Debris[M]. Beijing: China Science and Technology Press, 2011: 4-6 (吴连大. 人造卫星与空间碎片的轨道和探测[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2011: 4-6)

[7] LIAO Ying, LIU Guangming, WEN Yuanlan, *et al.* Passive Tracking Technology of Non-cooperative Space Target and Application[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015: 10-13

[8] LIU Lin, WANG Jianfeng. On initial orbit determination[J]. *Journal of Spacecraft TT& C Technology*, 2004, **23**(3): 41-45,50 (刘林, 王建峰. 关于初轨计算[J]. 飞行器测控学报, 2004, **23**(3): 41-45,50)

[9] LIU Lin, ZHANG Wei. Initial orbit determination for different data types[J]. *Journal of Spacecraft TT& C Technology*, 2009, **28**(3): 70-76 (刘林, 张巍. 关于各种类型数据的初轨计算方法[J]. 飞行器测控学报, 2009, **28**(3): 70-76)

[10] WANG Xiuhong, LI Junfeng, WANG Yanrong. Orbit determination and precision analysis of space object with space-based camera[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, **21**(6): 1394-1403 (王秀红, 李俊峰, 王彦荣. 天基照相机监测空间目标定轨方法及精度分析[J]. 光学精密工程, 2013, **21**(6): 1394-1403)

[11] YANG Biao, LI Yingchun, ZHANG Tinghua. Application of camera array in initial orbit determination of space targets[J]. *Acta Optical Sinica*, 2019, **39**(2): 0204002 (杨彪, 李迎春, 张廷华. 相机阵列在空间目标初轨确定中的应用[J]. 光学学报, 2019, **39**(2): 0204002)

[12] LIU Lei. Study on the Initial Orbit Determination of Space Targets with Space-based Surveillance[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010: 70-76 (刘磊. 基于天基监视的空间目标测向初轨确定研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010: 70-76)

[13] GOODING R H. A New Procedure for Orbit Determination Based on Three Lines of Sight (Angles Only)[R]. Farnborough: Defence Research Agency, 1993

[14] ESCOBAL P R. Methods of Orbit Determination[M]. New York: John Wiley & Sons, 1965

[15] ANSALONE L, CURTI F. A genetic algorithm for Initial Orbit Determination from a too short arc optical observation[J]. *Advances in Space Research*, 2013, **52**(3): 477-489

[16] BRIGGS R E, SLOWLEY J W. An Iterative Method of Orbit Determination from Three Observations of A Nearby Satellite[R]. Astrophysical Observatory, Smithsonian Institution, SAO Special Report, 1959

[17] VALLADO D A. Evaluating Gooding Angles-only Orbit Determination of Space Based Space Surveillance Measurements[R]. USR 10-S4.5, In: Proceedings of the AAS George Born Astrodynamics Symposium, Boulder, CO, 2010

[18] ZHANG Pin, SANG Jizhang, PAN Teng, *et al.* Initial orbit determination method based on range searching for LEO space debris[J]. *Spacecraft Engineering*, 2017, **26**(2): 22-28 (章品, 桑吉章, 潘腾, 等. 应用距离搜索的低轨空间碎片初始轨道确定方法[J]. 航天器工程, 2017, **26**(2): 22-28)

[19] CHEN Junyu, LI Bin, CHEN Lijuan, *et al.* Orbit prediction from combining multiple two-line elements[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, **45**(S2): S229001 (陈俊宇, 李彬, 陈立娟, 等. 联合多个两行根数进行轨道预报[J]. 红外与激光工程, 2016, **45**(S2): S229001)

[20] CHEN Binger, XIONG Jiannan. The platform design of space-based optical observations of space debris[J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2016, **57**(2): 228-240 (陈冰儿, 熊建宁. 空间碎片天基光学观测平台设计[J]. 天文学报, 2016, **57**(2): 228-240)

[21] NIU Zhaodong, WANG Lin, DUAN Yu, *et al.* Review of foreign space-based optical surveillance strategies for GEO objects[J]. *Chinese Optics*, 2017, **10**(3): 310-320 (牛照东, 汪琳, 段宇, 等. 国外地球同步轨道目标天基光学监视策略[J]. 中国光学, 2017, **10**(3): 310-320)

[22] SANG Jizhang, CHEN Lijuan, LI Bin, *et al.* Development of space object orbit information software platform[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2016, **33**(1): 1-6 (桑吉章, 陈立娟, 李彬, 等. 空间目标轨道信息软件平台的建设[J]. 航天器环境工程, 2016, **33**(1): 1-6)

[23] LEI Xiangxu, SANG Jizhang, LI Zhenwei. Preliminary analysis of observations obtained from ground-based electro-optical sensor array at Changchun[J]. *Journal of Geomatics*, 2019, **44**(1): 41-44 (雷祥旭, 桑吉章, 李振伟. 长春地基光电阵观测数据初步分析[J]. 测绘地理信息, 2019, **44**(1): 41-44)