空间引力波探测太极计划惯性传感器敏感轴向刚度在轨标定方案设计

刘世睿[1,2,3]，魏晓通[2]，边星[2]，徐鹏[1,2,4]，强丽娥[5]，罗子人[2]

1（国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院 杭州 310024）
2（中国科学院力学研究所 国家微重力实验室引力波实验中心 北京 100190）
3（中国科学院大学 北京 100049）
4（兰州大学 兰州理论物理中心 兰州 730000）
5（中国科学院国家空间科学中心，北京 100190）

摘　要　空间引力波探测中，航天器内部的各种物理效应（如电路噪声、磁噪声及自引力等）会引入不可忽略的等效刚度。这种刚度与测试质量运动状态的耦合噪声制约着惯性传感器的精度及科学目标的探测，因此刚度在轨估计至关重要。本文根据太极计划惯性传感器的安装布局，设计了一种敏感轴向的刚度在轨标定方案。首先，通过建立包含刚度耦合项的动力学模型，在无拖曳控制系统中注入特定的位移激励信号激发系统动力学响应。随后，结合位移激励输入与对应的刚度耦合读出数据，应用卡尔曼滤波算法在多源噪声环境下实现对刚度的估计。仿真结果表明，在 20000 秒的在轨标定实验后，测试质量 1 和测试质量 2 的刚度估计相对误差分别为 0.489%和 0.454%。

关键词　太极计划；惯性传感器；刚度标定；卡尔曼滤波。
中图分类号　V19, V423.6

最新录用

In-Orbit Calibration of the Gravitational Reference Sensor's stiffness for the Taiji Mission

Shirui Liu[1,2,3], Xiaotong Wei[2] ,Xing Bian[2], Peng Xu[1,2,4] , Li-E Qiang[5],Ziren Luo[2]

1 (*School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences (UCAS), Hangzhou 310024, China*)
2 (*Center for Gravitational Wave Experiment, National Microgravity Laboratory, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)
3 (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)
4 (*Lanzhou Center of Theoretical Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)
5 *(National Space Science Center,Chinese Academy of Sciences,Beijing 100190,China)*

Abstract　In space-based gravitational wave detection missions such as the Taiji

mission, the spacecraft must maintain a nearly pure geodesic trajectory via the drag-free control system, with the test masses (TMs) inside the gravitational reference sensor (GRS) serving as the inertial reference. However, various internal physical effects—including circuit noise, magnetic noise, and self-gravity—introduce non-negligible equivalent stiffness. This parasitic stiffness couples with the relative motion between the TM and the spacecraft, producing acceleration noise that directly limits the sensitivity of the GRS and threatens the scientific goals. Therefore, in-orbit estimation and calibration of this stiffness are of paramount importance. Based on the specific installation layout of the GRS on the satellite for the Taiji mission, this paper proposes an in-orbit stiffness calibration scheme along the sensitive axes of the inertial sensor. A dynamic model incorporating stiffness coupling terms is first derived, capturing the disturbance force as a linear function of the TM displacement. Specific displacement excitation signals, designed with appropriate frequency content and amplitude, are then injected into the drag-free control system to actively excite the system dynamics. The input displacement excitation and the corresponding stiffness-coupled readout form the data basis for parameter estimation. A Kalman filter algorithm is subsequently applied to recursively estimate the stiffness coefficients in the presence of multi-source noise, including thruster noise, solar radiation pressure noise, interferometer readout noise and environmental disturbances. Numerical simulations are performed using a high-fidelity model with realistic noise spectra. The results show that the Kalman filter converges quickly, and after a 20000-second in-orbit calibration experiment, the relative estimation errors for test mass 1 and test mass 2 reach 0.489% and 0.454%, respectively, thereby validating the feasibility of the proposed scheme under simulated realistic noise conditions. It is expected to improve the measurement accuracy and data quality of the GRS in Taiji, contributing to the technical foundation required for space-based gravitational wave detection.

Key words Taiji mission; gravitational reference sensor; stiffness calibration; Kalman filter.

录用稿件

0. 引言

引力波是广义相对论的重要预言之一，常被形象地描述为时空中的“涟漪”[1]。引力波探测作为人类探索宇宙的全新观测窗口，为研究致密天体并合、黑洞演化以及宇宙学等前沿问题提供了关键手段。近年来，LIGO－Virgo－KAGRA 联合观测网络已累计探测到大量引力波事件[2]，不仅直接验证了爱因斯坦关于引力波存在的预言，也标志着引力波天文学时代的正式开启[3]。在毫赫兹（0.1mHz-1Hz）频段[4]，大质量黑洞并合、极端质量比旋进系统以及潜在的原初引力波等信号蕴含着丰富的天体物理与宇宙学信息。然而，传统地基引力波探测受限于地面尺度限制与不可避免的地震噪声和地球重力梯度噪声，难以有效覆盖毫赫兹频段[5,6]。毫赫兹频段具有丰富的引力波波源信息，为获取其巨大的科学研究价值，欧空局主导的 LISA[7]、日本提出的 DECIGO[8]，以及我国的太极计划[9]与天琴计划[10]等任务应运而生，为未来低频引力波观测提供重要技术支撑。

其中太极计划是中国科学院发起的空间引力波探测任务[11,12]，该任务旨在日心轨道上构建一个臂长约为 300 万公里的三星编队星座[13]，其探测敏感频率范围为 0.1mHz-1Hz[14,15]。三个航天器两两之间形成六路激光干涉

测量链路，每个激光测量链路的两端是处于沿测地线运动的测试质量。当引力波信号经过时，引力波的潮汐效应会导致不同卫星上的测试质量之间的相对距离发生微小变化，通过卫星搭载的超高精度星间激光干涉测量系统，可以测得测试质量之间微弱的相对位移变化，从而实现对引力波的探测[16]。对于空间引力波探测任务而言，惯性传感器至关重要，其首要功能是提供一种超稳定的惯性参考基准，保证位于其内部的测试质量免受其他干扰力的影响从而沿测地线运动[17]。因此，惯性传感器的性能，即测试质量所受到的残余加速度噪声，将直接决定空间引力波探测的灵敏度水平[18]。对于太极任务，根据其设计的灵敏度和噪声预算，惯性传感器测试质量沿敏感轴方向（即沿星间激光链路方向）所受到的残余加速度噪声应在 $3\times10^{-15}\,\mathrm{m/s^2/\sqrt{Hz}}$ 以内[19]。这一严格的要求将由无拖曳控制系统[20]来保证。该系统的作用是实时监测并主动调节航天器与测试质量之间的相对位移。为了使测试质量在敏感轴方向保持自由落体运动，通过激光干涉仪测量其与航天器之间的相对位移，并将测量数据输入给无拖曳控制系统。随后，无拖曳控制系统计算控制指令并驱动微推力器，补偿作用于航天器上的非保守力，进而调节航天器位置，使其在测量期间跟随测试质量运动，这种工作状态即是常被称为的科学模式。

在科学模式下，敏感轴向测试质量的残余加速度噪声主要由直接作用在测试质量的扰动力，位移耦合干扰以及经过无拖曳控制后的残余噪声等构成。局部电磁场和自引力等会在航天器与测试质量之间产生相互作用，作用在测试质量上的力的大小与航天器和测试质量相对位移在小范围内呈线性关系，可以近似为连接在两者之间的"虚拟弹簧"，也就是本文中讨论的刚度[21,22]，其主要源于扰动力在敏感轴方向上的空间梯度。由于该梯度的存在，航天器与测试质量之间的相对位移会通过刚度耦合转化为作用于测试质量上的干扰力，从而产生相应的加速度扰动[17]，进而影响惯性传感器整体测量的准确性，并且由于航天器装置特性与驱动配置等因素，刚度可能是负值。因此，惯性传感器面临的主要挑战之一就是对刚度进行精确的估计与补偿。如果刚度未被准确估计，它将引入显著的耦合噪声，并在极端情况下导致系统不稳定。这种不稳定会使测试质量偏离理想的自由落体轨迹，从而直接影响引力波探测器的灵敏度。而激光干涉仪在测量测试质量与航天器相对位移的过程中，也会受到其他多种噪声源的影响，包括推力器噪声、环境扰动、激光干涉仪读出噪声以及太阳辐射压噪声等[23]。

Ziegler T 和 Fichter W[22]结合最小二乘法和工具变量识别方法，利用航天器和测试质量的动力学，实现了 LISA 探路者（LPF）测试质量的在轨刚度估计，最终估计误差为 2–3%。针对太极计划惯性传感器的标定需求，本文提出了一种适用于惯性传感器敏感轴向刚度在轨标定方案。该方案通过向无拖曳控制系统注入设计好的位移激励信号以激发系统动力学响应获取刚度耦合读出，并基于所建立的刚度动力学模型，利用卡尔曼滤波算法[24]实现对刚度的估计。同时，我们也基于影响读出的各项主要噪声对该方案进行了仿真实验，仿真结果验证了方案的可行性。

本文的后续章节安排如下：第 1 节介绍了惯性传感器的物理构型，并建立了用于刚度标定的系统动力学方程；第 2 节阐述了在轨标定实验的详细设计，涵盖位移激励信号的设计、基于卡尔曼滤波的刚度估计算法以及噪声模型的构建；第 3 节给出了数值仿真结果；最后，第 4 节总结了全文的主要结论。

1. 惯性传感器敏感轴向刚度在轨标定原理

1.1 惯性传感器

空间引力波探测任务所配置的超高精度惯性传感器，是实现引力波探测的核心载荷。其主要由敏感探头（包含测试质量与电极笼）、前端电子学系统、锁紧与释放机构、电荷管理系统以及真空系统组成。惯性传感器的核心功能是屏蔽外部非保守力的干扰，为测试质量提供一个稳定的物理环境，确保测试质量能够作为激光干涉测量的惯性基准[25]。

在太极计划中，每颗航天器配置两个惯性传感器，每个惯性传感器包含一个测试质量，其构型如图 1 所示，两个测试质量的名义姿态夹角设定为 60°，并分别位于不同的干涉测量

臂上。两航天器本体的 z 轴保持相互平行并指向同一方向。由于同时使两块测试质量在所有自由度都处于自由落体状态是不现实的，因此核心要求是优先保障在敏感轴向维持其自由落体状态，而根据实际应用调整其他轴的控制策略，比如施加控制，使测试质量保持在其标称位置附近。具体而言，对于太极计划，测试质量 1 的 x 轴对应主望远镜方向，工作在无拖曳控制模式下；测试质量 2 的 x 轴与测试质量 1 的 z 轴同样工作在该模式下。测试质量 2 的 Y 轴与 z 轴则由静电悬浮控制进行控制。如图 1 所示，紫色箭头表示处于无拖曳控制系统控制下的自由度，绿色箭头表示处于静电悬浮控制下的自由度[26]。

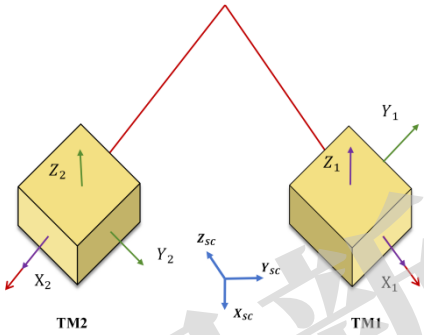

图 1　自由度分配示意图。

Fig.1　Schematic diagram of degree of freedom allocation.

1.2　刚度在轨标定动力学方程

为了便于描述测试质量与卫星之间的扰动动力学，将测试质量与卫星物理场环境之间的耦合进行一维简化，抽象为图 2 所示的系统，可以将这种耦合看作是通过“弹簧”与航天器相连。为了清晰描述两者之间的相对运动，我们首先在下建立系统的动力学方程。设在卫星坐标系下，测试质量沿敏感轴的位置为 x_{TM}，航天器的位置为 x_{SC}。

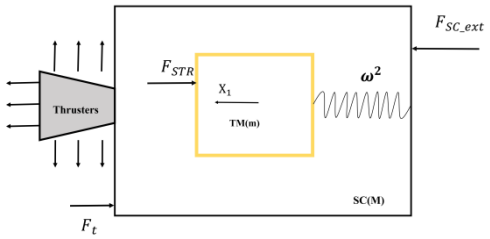

图 2　无拖曳控制中航天器与测试质量之间的受力分析。

Fig.2　Force analysis between the spacecraft and the TM in the drag-free control.

根据牛顿第二定律，可分别写出二者的独立动力学方程：

$$m\ddot{x}_{TM} = F_{STR} + F_{\omega^2}.$$

$$M\ddot{x}_{SC} = -F_{SC} - F_{\omega^2} = F_{SC_ext} + F_t - F_{\omega^2}.$$

其中 F_{ω^2} 为航天器电极壳体与测试质量之间的寄生耦合力。在微小位移下，该力通常可近似为线性弹簧力，即 $F_{\omega^2} = -k(x_{TM} - x_{SC})$，其中 k 为寄生刚度系数。F_{STR} 为直接作用在测试质量上的各项残余扰动力（如残余气体阻尼等）。F_{SC} 定义航天器经过无拖曳控制补偿后的残余外部扰动力，F_{SC_ext} 为作用在航天器上的外部环境扰动力，F_t 为微推进器施加的无拖曳控制力。在数学公式上 $F_{SC} = -(F_{SC_ext} + F_t)$（此处符号的定义是为了抵消相对加速度相减时产生的负号，以匹配标准随机噪声的代数表达）。

定义测试质量相对于电极壳体标称平衡位置的相对位移为 $x = x_{TM} - x_{SC}$，对相对位移求二阶时间导数得 $\ddot{x} = \ddot{x}_{TM} - \ddot{x}_{SC}$，并代入上述卫星坐标系下的加速度方程，整理可得敏感轴向相对动力学方程：

最新录用

$$\ddot{x} = -\left(\frac{k}{m}+\frac{k}{M}\right)x+\frac{F_{sc}}{M}+\frac{F_{STR}}{m}.$$

考虑到在实际空间任务中，航天器的质量远大于测试质量（即 M>>m），我们可以定义敏感轴向等效寄生刚度（寄生角频率平方）为 $\omega^2 = -\left(\frac{k}{m}+\frac{k}{M}\right)\approx -\frac{k}{m}$，这一刚度项描述了相对位移如何耦合进测试质量动力学。敏感轴向航天器与测试质量的动力学方程可简化为：

$$\ddot{x} = \omega^2 x+\frac{F_{SC}}{\mathrm{M}}+\frac{F_{STR}}{m}.$$

1.3 在轨标定方案概述

图 3 展示了本文的整体研究框架。刚度在轨标定实验在科学模式下进行，测试质量处于无拖曳控制状态，此时敏感轴向刚度会与测试质量运动发生耦合，从而成为残余加速度噪声的一部分。测试质量刚度耦合影响的基本动力学在第 1.2 节给出。

在本文的方案设计中，测试原理对应的输入为无拖曳控制回路中注入的位移激励信号 X_{signal}，输出为激光干涉仪测量的相对位移响应 X_{real}。根据第 1.2 节分析，刚度耦合效应表现为作用于测试质量的附加加速度项 $\omega^2 x$。该加速度扰动会改变测试质量的运动状态，进而反映在干涉仪实测的位移时序信号的动态特征中。随后，考虑所有影响干涉仪读出的噪声，将获取的位移观测序列输入至卡尔曼滤波器，利用状态估计算法即可从位移观测值中反演出微弱的刚度参数。

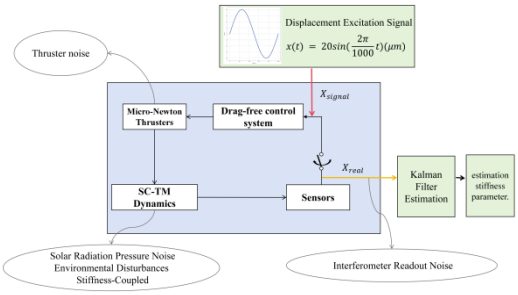

图 3　刚度在轨标定实验流程图。

Fig.3　Workflow of the proposed stiffness calibration scheme.

2. 惯性传感器敏感轴向刚度在轨标定仿真实验

2.1　实验设计

在 1.1 中分析，沿敏感轴方向，测试质量处于无拖曳控制状态；根据 1.2 节动力学分析可知，进行刚度标定的必要条件是能够控制测试质量与航天器之间的相对位移变化，而关键在于主动对测试质量施加激励信号以改变其运动状态。具体而言，无拖曳系统控制回路在接收到注入的激励信号后，通过向微推力器发送控制指令，驱动航天器在敏感轴向跟随测试质量运动。

实验设计的关键在于平衡激励信号的信噪比与系统的约束范围。一方面，为了从背景噪声中有效的提取刚度参数，需要航天器与测试质量之间产生足够大的相对位移，另一方面，必须确保该相对位移严格限制在科学模式干涉测量系统的测量范围内[27]，这一平衡设计旨在实现提升刚度耦合信号信噪比的同时避免测试质量超出运动范围造成测量系统饱和。

基于上述约束，本文设计了一种正弦位移激励信号，该信号的周期设定为 1000 秒，对应频率位于太极任务的测量频段内。信号振幅为 $\pm 20\mu m$，这一幅值的选择既保证了足够的信号强度，又在太极科学模式下航天器与测试质量相对位移允许的运动范围 $\pm 25\mu m$ 的量程下预留了 $5\mu m$ 的安全裕度。采样频率为 10 Hz。实验过程中，将该正弦信号注入无拖曳控制系统敏感轴输入中，从而使航天器与测试质量之间产生受控的相对位移，随后，将最终仿真读出数据与设计的位移激励信号一同作为卡尔曼滤波器的输入，估计惯性传感器敏感轴方向的刚度。通过本文提出的在轨标定方案，估计后得到的刚度可用于补偿由刚度耦合引入的扰动加速度噪声。

2.2　噪声模型

噪声是限制在轨刚度标定精度的关键因素之一。多种噪声源的耦合会显著降低测试质量位移测量的精度，并影响毫赫兹频段内的系统整体灵敏度。本研究考虑并建立了科学模式下多种主要噪声源的模型，具体描述如下。本文中噪声源的建模遵循参考文献[28]中提出的模型。尽管太极任务与 LISA 任务在卫星的具体构型和部分空间环境条件上存在一定差异，但两者同为运行于日心轨道的空间引力波探测任务，在探测原理、核心有效载荷（如高精

度惯性传感器与无拖曳控制系统）架构以及目标探测频段上高度相似，其主要噪声源的物理产生机制基本一致。因此，本文直接引用该噪声模型来开展太极任务的刚度标定仿真与评估。

推力器噪声：推力器是无拖曳控制的核心执行机构，其噪声通常指实际推力输出相对指令推力的随机波动，这种噪声表现为作用在航天器上的随机扰动力，直接构成了航天器的残余非引力加速度本底，从而抬升低频测量噪声并影响科学模式下的探测性能。推力器噪声的来源主要包括：推进剂供给不稳定带来的质量流率与压力波动，推进器本体及其电子学引入的输出抖动，控制与推力分配过程中的执行误差，以及结构微振动与热效应等。为满足毫赫兹频段的无拖曳控制需求，太极任务对推进器噪声提出约束，要求其推力噪声幅值谱密度满足 $S_{\mathrm{THU}}^{1/2}(f) \le 0.1\mu\mathrm{N}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ [29]，以确保推进系统在测量带宽内提供足够稳定、低噪声的微推力输出。

太阳光压噪声：太阳光压波动会对航天器产生非引力扰动。基于 LISA 的航天器设计以及太极任务的初步构型，其对日面投影面积约为 14-15 m^2，总质量约为2000 kg。在 1 个天文单位（AU）处，太阳辐照度约为1367W/m^2 。太阳并非恒定光源，其辐照度随时间呈现复杂波动，直接导致光压驱动力的变化。同时姿态指向抖动、表面光学性质随温度变化导致的漂移，以及结构热弹形变引起的等效投影面积变化，都会将太阳光压的变化进一步耦合到航天器受力，从而在无拖曳闭环中表现为等效外扰加速度噪声。由太阳光压引起的扰动加速度为 $S_{SOLAR}(f) \le 1.1\times10^{-11}(3mHz/f)^{1/3}\, m/s^2/\sqrt{Hz}$ [25].

激光干涉仪读出噪声：在光学计量系统中，激光干涉测量通过将测试质量沿敏感轴方向的位移变化映射为干涉相位变化，实现对相对位移的高精度读出。读出噪声是干涉仪输出通道中的等效位移噪声，其主要由两部分构成：一是光学散粒噪声，源于光子探测的量子随机性，在给定光功率与探测效率条件下构成了不可避免的测量噪声本底，属于干涉测量的基本物理极限；二是读出链路的电子与信号处理噪声，包括光电探测器与跨阻放大器噪声、相位计与模数转换量化噪声、时钟抖动与电子稳定性等，它们会以相位或电压波动的形式进入测量。根据参考文献[28]给出的干涉仪噪声模型，在任务测量频段内其等效位移读出噪声幅值谱密度处于$10^{-12}\, m/\sqrt{Hz}$ 量级。

环境干扰：根据 LISA 任务噪声模型，除推力器与太阳光压等显式外部扰动力外，航天器与惯性传感器周围仍存在多类扰动，主要包括：温度波动引起的热扰动、激光功率涨落通过光学链路与读出环节耦合形成的等效位移扰动、宇宙射线与高能粒子入射导致的电荷积累效应，以及传感器腔体内残余气体分子产生的布朗噪声（残余气体噪声）[30]。在噪声预算中，上述分量常被合并为作用在测试质量等效随机力噪声来建模，以便统一进入动力学方程分析；其等效力噪声幅值谱密度可近似取为 $S_{ENV}^{1/2}(f) \approx 1\times10^{-15}\, N/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ 。太极任务与 LISA 任务卫星结构与环境相似，因此本文环境干扰也是使用以上模型。尽管该量级通常小于推力器噪声与太阳光压扰动的贡献，但它具有持续存在、难以通过控制完全抑制的特点，且在长时间积分与低频段（毫赫兹附近）更容易通过慢漂移等对平台长期稳定性产生影响，因此在仿真与误差分析中仍需作为不可忽略的背景力噪声项纳入。

图 4 展示了主要扰动源的加速度噪声建模谱。总噪声谱是在仿真中通过依次注入并叠加各标定后的噪声分量而获得的。推力器噪声（蓝色曲线）维持在约□ $10^{-12}-10^{-11}\, m/s^2/\sqrt{Hz}$ 的水平，并在大部分频段内（尤其是在整个太极测量频段内）主导了总噪声。干涉仪读出噪声（灰绿色曲线）在中低频段可忽略不计，但随频率升高而急剧增加，在 1Hz 时处于约□ $10^{-11}\, m/s^2/\sqrt{Hz}$，但仅在图谱的高频段超过推力器噪声并占据主导地位。太阳光压噪声（棕色曲线）则保持在约比推进器噪声低两个数量级的水平（约为□ $10^{-14}-10^{-13}\, m/s^2/\sqrt{Hz}$ ）。绿色曲线所代表的环境干扰影响程度最轻，整体比太阳光压的影响低一个数量级，集中在约□ $10^{-15}\, m/s^2/\sqrt{Hz}$ 。因此，在太极任务的目标频段内，总加速度噪声主要受限于推力器噪声；太阳光压贡献次之，而干涉仪读出噪声仅在更高频段限制系统性能。由这些模型生成的仿真

数据随后被输入到卡尔曼滤波器中，用于刚度估计。这一噪声特性对实验设计具有直接指导意义，位移激励信号的频率应选择在总噪声较低的频段（如 1 mHz），以最大化刚度耦合响应的信噪比，避免微弱信号被背景噪声淹没。

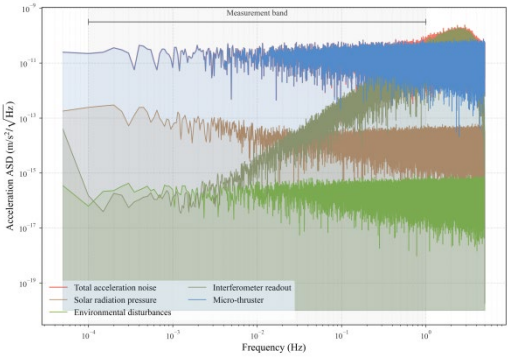

图 4 在轨刚度标定实验仿真中主要扰动源的加速度噪声谱模型。总噪声谱由微推力器噪声、干涉仪读出噪声、太阳光压和环境干扰以及由注入激励引起的刚度耦合信号叠加而成。

Fig.4. Modeled acceleration noise spectra of the main disturbance sources considered in the in-orbit stiffness calibration experiment simulation. The overall spectrum is obtained by superimposing the calibrated contributions from thruster noise, interferometer readout noise, and solar radiation pressure, together with the stiffness-coupled signal induced by the injected excitation.

图 5 展示了刚度标定实验的仿真加速度数据。蓝色曲线表示叠加了多种噪声源后的总加速度测量信号，而红色曲线则代表由注入信号激励的、不含噪声的真实刚度耦合加速度。插图对短时间间隔内的数据进行了放大显示，其中可见刚度耦合信号完全淹没在噪声之中。针对这一极低信噪比情况，本文将以位移激励信号构建观测矩阵，将刚度估计转化为线性状态估计问题。卡尔曼滤波器通过状态方程约束与协方差加权融合，在递归更新中逐步抑制随机噪声，使得刚度参数在强噪声背景下仍能有效收敛至真值附近。

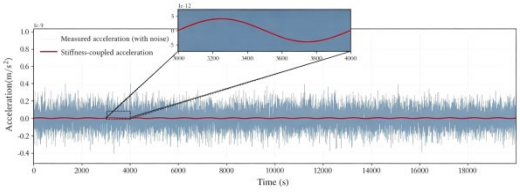

图 5 在轨刚度标定实验的仿真加速度测量结果。蓝色曲线表示叠加了所有建模噪声分量以及由注入激励引起的刚度耦合加速度后的最终测量加速度，而红色曲线表示由注入激励与刚度耦合产生的加速度。

Fig.5 Simulated acceleration measurement for the in-orbit stiffness calibration experiment. The blue curve shows the final measured acceleration after adding all modeled noise contributions and the stiffness-coupled acceleration induced by the injected excitation, while the red curve denotes the acceleration generated by the coupling between the injected excitation and the stiffness.

2.3 卡尔曼滤波算法

本文采用标准离散卡尔曼滤波器对敏感轴刚度参数进行递推估计，其核心思想是在“模型预测”与“测量校正”之间进行最优融合：模型给出参数随时间演化的先验约束，测量提供对参数的即时信息，两者通过误差协方差的更新实现权衡。滤波过程由时间更新和量测更新两阶段循环执行。时间更新阶段根据上一时刻的后验估计生成当前时刻的先验估计，并将上一时刻的不确定度（协方差）映射到当前时刻；量测更新阶段利用当下测量与预测输出之间的差异来修正先验估计，同时更新估计误差协方差，从而逐步实现刚度参数的识别。

在本研究中，系统状态向量定义为 X，其中 X 表征待估计的敏感轴刚度参数，其状态方程构建如下 $\hat{X}_k = \Phi X_{k-1}$，由于假设该参数随时间保持恒定，因此状态转移矩阵 Φ 为单位矩阵。观测信号 Z_k 为从激光干涉仪位移测量中提取的相对加速度信息，根据第 1.2 节推导的敏感轴向相对动力学方程 $\ddot{x} = \omega^2 x + \frac{F_{SC}}{\mathrm{M}} + \frac{F_{STR}}{m}$。观测模型可构建为如下线性形式：$Z_k = H_k X_k + V_k$，其中 $H_k = x_k$，x_k 表示沿敏感轴方向的航天器与测试质量之间的相对位移。测量噪声 V_k 满足：$E[V_k] = 0$，$E[V_k V_j^T] = R_k$。基于上述给出的状态模型和测量模型，时间步 k 的更新利用标准递推公式执行，卡尔曼滤波递推过程总结如下：

$$K_k = \frac{P_{k-1}H_k^T}{H_k P_{k-1} H_k^T + R_k},$$

$$X_k = \hat{X}_k + K_k(Z_k - H_k \hat{X}_k),$$

$$P_k = (I - K_k H_k)P_{k-1}(I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T,$$

其中 K_k 为卡尔曼增益，X_k 为后验估计值，P_k 为估计误差协方差。

3. 仿真结果

3.1 收敛性能分析

为了评估所提在轨刚度标定方案的性能，本文基于建立的动力学模型以及设计的位移 s 激励信号还有多源噪声模型，生成了模拟真实在轨情况的仿真实验数据，其作为所述卡尔曼滤波的输入。初始先验误差协方差设定为单位值（$P_0 = 1$）。

刚度估计值的收敛过程如图 6 所示。在整个标定过程中，刚度呈现出平滑的收敛趋势，验证了所提方案的数值稳定性。由于测试质量 2 在敏感轴方向的物理环境、控制策略和噪声模型与测试质量 1 高度对称，其收敛特性与测试质量 1 基本一致，图中仅展示测试质量 1 的收敛过程。

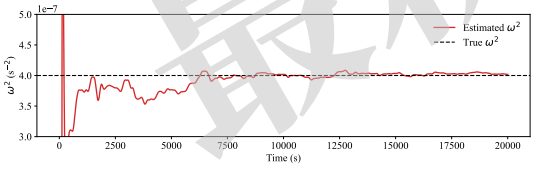

图 6 基于卡尔曼滤波的刚度估计结果。图中显示，刚度参数估计值（红色）在大约 20000 s 内收敛至真值（黑色）。

Fig.6. Kalman-filter-based stiffness estimation results. The figure shows that the estimated stiffness parameter (red) converges to the true value (black) within approximately 20000 s.

3.2 估计精度评估

测试质量 1 与测试质量 2 的详细估计结果均列于下表中。参考文献[31]中同类任务的刚度设计参考值，仿真中待估计的刚度真值取为 $4\times10^{-7}\,\mathrm{s}^{-2}$。

表 1 测试质量 1 刚度估计的结果

Tab1. Stiffness estimation results for test mass 1.

刚度	真值	估计值
$\omega^2(10^{-7}\,\mathrm{s}^{-2})$	4.0000	4.0196 ± 0.0075

表 2 测试质量 2 刚度估计的结果

Tab2. Stiffness estimation results for test mass 2.

刚度	真值	估计值
$\omega^2(10^{-7}\,\mathrm{s}^{-2})$	4.0000	3.9818 ± 0.0076

为了验证标定方案的可行性，本研究对两个测试质量分别进行了独立评估。尽管两者采用了相同的标定流程，但由于噪声的随机特性，具体的估计残差略有差异。如表 1 和表 2 所示，测试质量 1 的刚度估计相对误差为 0.489%，测试质量 2 为 0.454%。这一结果充分量化了在所述标定条件下刚度估计所能达到的精度，证明在包含多种噪声源的模拟在轨环境中，本文提出的标定方案能够精确且稳定地估计惯性传感器敏感轴方向的刚度。

为评估上述仿真结果的工程意义，我们将本文估计精度与 LPF 任务刚度在轨标定结果进行对比。LPF 基于约 2000 秒在轨数据实现的刚度估计相对误差约为 2%~3%。相比之下，本文提出的方案精度提升至 0.5%以内。这一显著提升主要得益于两点：一是本文采用了更长的标定周期，使卡尔曼滤波器有充足的时间在噪声背景中积累观测信息并收敛至稳态；二是针对太极任务测量频段优化的正弦位移激励信号有效提高了刚度耦合响应的信噪比，从而使得估计算法能够收敛至更低的残差水平。

4. 结 论

本文致力于太极计划惯性传感器敏感轴刚度的在轨标定方案研究。在系统分析了刚度耦合对惯性传感器影响的基础上，建立了包含刚度耦合项的动力学方程，并引入了模拟在轨噪声环境。结合无拖曳控制系统，通过主动注入设计的位移激励信号激发系统的动力学响应，根据估计算法实现了敏感轴方向刚度的在轨标定。仿真结果表明，所提方法在约 20000 秒内实现收敛，测试质量 1 的刚度估计相对误差为 0.489%，测试质量 2 为 0.454%。上述结果进一步证实了所提在轨标定方案在仿真噪声环境下的有效性与稳定性。该方案为太极任务开展刚度标定提供了一种切实可行的技术

途径，有望提升太极惯性传感器的测量精度与数据质量，为空间引力波探测所需的技术基础提供支撑。

参考文献

[1] The LIGO Scientific Collaboration, The Virgo Collaboration, The KAGRA Collaboration. Black hole spectroscopy and tests of general relativity with GW250114[OL]. arXiv preprint arXiv: 2509. 08099, 2025

[2] ABBOTT R, ABBOTT T D, ACERNESE F, *et al*. GWTC-3: compact binary coalescences observed by LIGO and Virgo during the second part of the third observing run[J]. *Physical Review X*, 2023, **13**(4): 041039

[3] BERTI E. Ten years of gravitational-wave astronomy[OL]. arXiv preprint arXiv: 2509. 10395, 2025

[4] COLPI M, DANZMANN K, HEWITSON M, *et al.* LISA definition study report[OL]. arXiv preprint arXiv: 2402. 07571, 2024

[5] JANSSENS K, BOILEAU G, CHRISTENSEN N, *et al*. Correlated 0.01-40 Hz seismic and Newtonian noise and its impact on future gravitational-wave detectors[J]. *Physical Review D*, 2024, **109**(10): 102002

[6] CAI R G, GUO Z K, HU B, *et al*. On networks of space-based gravitational-wave detectors[J]. *Fundamental Research*, 2024, **4**(5): 1072-1085

[7] HEFFERNAN A. LISA and the LISA Science Team[OL]. arXiv preprint arXiv: 2601. 15365, 2026

[8] KAWAMURA S, ANDO M, SETO N, *et al*. Current status of space gravitational wave antenna DECIGO and B-DECIGO[J]. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, **2021**(5): 05A105

[9] LUO Z, WANG Y, WU Y L, *et al*. The Taiji program: a concise overview[J]. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, **2021**(5): 05A108

[10] LUO J, CHEN L S, DUAN H Z, *et al*. TianQin: A space-borne gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, **33**(3): 035010

[11] WEI X T, LI H, SHEN T Y, *et al*. Calibration of the in-orbit center-of-mass of Taiji-1[J]. *Physical Review D*, 2023, **108**(8): 082001

[12] HU W R, WU Y L. The Taiji Program in space for gravitational wave physics and the nature of gravity[J]. *National Science Review*, 2017, **4**(5): 685-686

[13] CYRANOSKI D. Chinese gravitational-wave hunt hits crunch time[J]. *Nature*, 2016, **531**(7593): 150-151

[14] LUO Z R, GUO Z K, JIN G, *et al*. A brief analysis to Taiji: science and technology[J]. *Results in Physics*, 2020, **16**: 102918

[15] ZHANG J F, YANG Z, MA X S, *et al.* Inter-spacecraft offset frequency setting strategy in the Taiji program[J]. *Applied Optics*, 2022, **61**(3): 837

[16] SUN K X, JOHANN U, DEBRA D B, *et al.* LISA gravitational reference sensors[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2007, **60**: 272-275

[17] ARMANO M, AUDLEY H, AUGER G, *et al*. Sub-femto-*g* free fall for space-based gravitational wave observatories: LISA pathfinder results[J]. *Physical Review Letters*, 2016, **116**(23): 231101

[18] MIN J, LEI J G, LI Y P, *et al*. Performance tests and simulations for Taiji-1 inertial sensor[J]. *International Journal of Modern Physics A*, 2021, **36**(11n12): 2140011

[19] SAULSON P R. Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors[M]. Singapore: World Scientific, 2017

[20] HU Z Q, WANG P C, DENG J F, *et al.* The drag-free control design and in-orbit experimental results of “Taiji-1”[J]. *International Journal of Modern Physics A*, 2021, **36**(11n12): 2140019

[21] VIDANO S, NOVARA C, COLANGELO L, *et al*. The LISA DFACS: a nonlinear model for the spacecraft dynamics[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, **107**: 106313

[22] ZIEGLER T, FICHTER W. Test mass stiffness estimation for the LISA Pathfinder drag-free system[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head: AIAA, 2007: 6669

[23] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, *et al*. LISA Pathfinder micronewton cold gas thrusters: In-flight characterization[J]. *Physical Review D*, 2019, **99**(12): 122003

[24] GREWAL M S, ANDREWS A P. Kalman Filtering: Theory and Practice with MATLAB[M]. 4th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2014

最新录用

[25] LIU Chang, WEI Xiaotong, ZHANG Haoyue, *et al*. Design of in-orbit calibration scheme for scale factor and center-of-mass deviation of inertial sensor of Taiji program for space gravitational wave detection [J]. *Acta Physica Sinica*, 2025, **74**(8): 080401 (刘畅, 魏晓通, 张昊越等. 空间引力波探测太极计划惯性传感器标度因数与质心偏差的在轨定标方案设计[J]. 物理学报, 2025, **74**(8): 080401)

[26] XU Nuo. Research on Precise In-Orbit Calibration Technology of Micro-Thrust Based on Drag-Free Control[D]. Shanghai: University of Chinese Academy of Sciences (Innovation Academy for Microsatellites of CAS), 2024 (许诺. 基于无拖曳控制的微推力精确在轨标定技术研究[D]. 上海: 中国科学院大学(中国科学院微小卫星创新研究院), 2024)

[27] WANG S X, LIU D X, ZHAN X, *et al*. Core payload of the space gravitational wave observatory: inertial sensor and its critical technologies[J]. *Sensors*, 2024, **24**(23): 7685

[28] PAGONE M, NOVARA C. Noise models in the LISA mission[OL]. arXiv preprint arXiv: 2405. 02339, 2024

[29] PATON A P, NI W T. The low frequency sensitivity to gravitational waves for ASTROD[OL]. arXiv preprint arXiv:0704.3333, 2007

[30] GERARDI D, ALLEN G, CONKLIN J W, *et al*. Invited Article: Advanced drag-free concepts for future space-based interferometers: acceleration noise performance[J]. *Review of Scientific Instruments*,2014, **85**(1): 011301

[31] XIAO Chunyu. Research on Modeling and Design of Drag-Free Control for the TIANQIN Gravitational Wave Detector[D]. Wuhan: Huazhong University Of Science and Technology, 2023. DOI: 10.27157/d.cnki.ghzku.2023.000433 (肖春雨. 天琴引力波探测器无拖曳控制建模与设计研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2023. DOI: 10.27157/d.cnki.ghzku.2023.000433)

作者简介

刘世睿，女，2000 年 10 月出生于河南省鹤壁市，现为中国科学院大学杭州高等研究院研究生，参与了空间引力波探测太极计划敏感轴向刚度在轨标定方案设计的工作。

E-mail：3531939331@qq.com

魏晓通（通信作者），男，1996 年 3 月出生于河南新乡，现为中国科学院力学研究所特别研究助理，主要研究方向为空间引力波探测技术、星载高精度惯性传感器参数在轨标定与噪声抑制以及性能评估等。

E-mail：weixt@imech.ac.cn

强丽娥（通信作者），女，山西介休人，博士，研究员，现为中国科学院国家空间科学中心研究员，研究领域包括空间引力波探测任务仿真、星载高精度惯性传感器性能评估与数据处理等。

E-mail：qianglie@nssc.ac.cn

徐鹏（通信作者），男，现为中国科学院力学研究所研 究员，博士生导师。主要从事实验引力、引力波物理、 卫星重力方向的研究。

E-mail：xupeng@imech.ac.cn

最新录用